

गणितीय लचीलेपन का निर्माण: त्रिकोणों में समानता और सर्वांगसमता



भारत में विद्यालय आधारित
समर्थन के माध्यम से शिक्षक
शिक्षा

www.TESS-India.edu.in



<http://creativecommons.org/licenses/>




TESS-India (स्कूल-आधारित अनुसमर्थन के द्वारा अध्यापक शिक्षा) का उद्देश्य विद्यार्थी-केंद्रित, सहभागी संकल्पना के विकास के लिए शिक्षकों की सहायता के लिए मुक्त शिक्षा संसाधनों (OERs) के माध्यम से भारत में प्रारंभिक और माध्यमिक शिक्षकों की शिक्षण पद्धति में सुधार लाना। TESS-India OERs शिक्षकों को स्कूल की पाठ्यपुस्तक के लिए सहायक पुस्तिका प्रदान करते हैं। वे शिक्षकों के लिए अपनी कक्षाओं में अपने विद्यार्थियों के साथ प्रयोग करने के लिए गतिविधियाँ प्रदान करते हैं, जिनमें यह दर्शाने वाले वृत्त-अध्ययन भी शामिल रहते हैं कि अन्य शिक्षकों द्वारा उस विषय को कैसे पढ़ाया गया, और उनमें शिक्षकों के लिए अपनी पाठ योजनाएँ तैयार करने के लिए तथा विषय संबंधी ज्ञान के विकास में सहायक संसाधन भी जुड़े रहते हैं।

TESS-India OER को भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल भारतीय तथा अंतर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार किया गया है और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट उपयोग के लिए उपलब्ध हैं (<http://www.tess-india.edu.in/>)। OER भाग लेने वाले प्रत्येक भारतीय राज्य के लिए उपयुक्त, कई संस्करणों में उपलब्ध हैं और उपयोगकर्ताओं को इन्हें अपनाने तथा अपनी स्थानीय जरूरतों एवं संदर्भों की पूर्ति के लिए उनका अनुकूलन करने के लिए और स्थानीयकरण करने के लिए आमंत्रित किया जाता है।

TESS-India मुक्त विश्वविद्यालय, ब्रिटेन के नेतृत्व में तथा ब्रिटेन की सरकार द्वारा वित्त-पोषित है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई में कुछ गतिविधियों के साथ निम्नलिखित आइकॉन दिया गया है:  . यह दर्शाता है कि आपको विशिष्ट शैक्षणिक थीम के लिए TESS-India के वीडियो संसाधनों को देखने में इससे मदद मिलेगी।

TESS-India के वीडियो संसाधन भारत में विभिन्न प्रकार की कक्षाओं के संदर्भ में प्रमुख शैक्षणिक तकनीकों का सचित्र वर्णन करते हैं। हमें उम्मीद है कि वे आपको इसी तरह के अभ्यासों के साथ प्रयोग करने के लिए प्रेरित करेंगे। इन्हें पाठ-आधारित इकाइयों के माध्यम से आपके कार्य अनुभव में इजाफा करने और बढ़ाने के लिए रखा गया है, लेकिन अगर आप उन तक पहुँच बनाने में असमर्थ रहते हैं तो बता दें कि वे उनके साथ एकीकृत नहीं हैं।

TESS-India के वीडियो संसाधनों को TESS-India की वेबसाइट (<http://www.tess-india.edu.in/>) पर ऑनलाइन देखा सकता है या डाउनलोड किया जा सकता है। विकल्प के तौर पर, आप इन वीडियो तक सीडी या मेमोरी कार्ड पर भी पहुँच बना सकते हैं।

संस्करण 2.0 SM05v1

Uttar Pradesh

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>

TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है

सभी शिक्षण में एक निश्चित मात्रा में लचीलेपन की आवश्यकता होती है, और इस बात को व्यापक रूप से मान्यता प्राप्त है कि आज स्कूल में विद्यार्थियों को आजीवन सीखने के लिए लचीलेपन की आवश्यकता होगी। गणित के लिए एक विशेष प्रकार के लचीलेपन की आवश्यकता प्रतीत होती है; आंशिक रूप से न केवल समाज द्वारा इसे देखे जाने के तरीके के कारण, बल्कि इसलिए भी कि कई लोगों को अक्सर गणित को प्रस्तुत किए जाने वाले तरीके की वजह से उत्पन्न होने वाली बाधाओं को पार करने के लिए दृढ़ता और मेहनत से प्रयास करते रहना पड़ता है। विद्यार्थियों को लचीलेपन के प्रकार के निर्माण में मदद करने से वे गणित को बेहतर तरीके से सीखने में सक्षम हो सकते हैं, जो बदले में सुनिश्चित करता है कि वे उन योग्यताओं को पा सकें, जिनसे उन्हें जीवन में अधिक अवसर मिल सकता है।

गणित की जटिलता का एक अच्छा उदाहरण त्रिकोण की सर्वांगसमता और समानता में पाया जा सकता है, जिसे आप इस इकाई में पढ़ेंगे। संक्षेप में कहा जाए, तो ये बहुत ही सरल और सीधी अवधारणाएँ हैं; लेकिन किसी भी पाठ्यपुस्तक में देखें और गणितज्ञों की मौलिकता और रचनात्मकता पर ध्यान दें, जिन्होंने सदियों से, इस तरह की सरल अवधारणाओं के लिए कई गणितीय विचारों को विकसित किया है।

इस इकाई की गतिविधियों के माध्यम से, आप विद्यार्थियों की जिज्ञासा और गणितीय अवधारणाओं का पता लगाने की क्षमता के पोषण के लिए गणित सीखने में अपने विद्यार्थियों के लचीलेपन को विकसित करने में मदद कर सकेंगे – और इसके परिणामस्वरूप, सफल होने के लिए पर्याप्त प्रयास और मेहनत करें।

आप इस इकाई में क्या सीख सकते हैं

- गणित सीखते समय विद्यार्थियों में लचीलेपन का निर्माण कैसे करें।
- आपके विद्यार्थियों को बेहतर तरीके से गणित सीखने में मदद के लिए कुछ सुझाव।
- गणित सीखते समय विद्यार्थियों को, परेशानियों का पूर्वानुमान लगाने और उन पर काबू पाने के लिए आकर्षित करने में सहायक कुछ विचार।

इस यूनिट का संबंध संसाधन 1 में दर्शाई गई NCF (2005) और NCFTE (2009) शिक्षण आवश्यकताओं से है।

1 लचीलापन और सीखने में गणितीय लचीलापन



विचार के लिए रुकें

भारतीय पाठ्यचर्या में त्रिकोण के साथ काम करना पाठ्यक्रम का एक महत्वपूर्ण हिस्सा है। आप इसे 9वीं कक्षा और 10वीं कक्षा के पाठ्यपुस्तकों में पा सकते हैं जहाँ त्रिकोण, सर्वांगसमता और समानता की व्याख्या शामिल की गई है। (NCERT की पाठ्यपुस्तकों में, 9वीं कक्षा के लिए अध्याय 7 और 8, तथा 10वीं कक्षा के लिए अध्याय 6, 11 और 13)

आपके विचार में उसे अक्सर क्यों पढ़ा जाता है? क्या आप पाठ्यक्रम में उस पर जोर दिए जाने पर सहमत हैं?

लचीलापन समस्याओं और बाधाओं का सामना करने की क्षमता है; तब भी आगे बढ़ते जाना है जब मार्ग कठिन हो। जीवन में अच्छी तरह काम करने के लिए हम सभी को कुछ हद तक लचीला होने की आवश्यकता है।

वर्तमान शैक्षिक अभ्यास और अनुसंधान शिक्षण में लचीला होने के महत्व और शैक्षणिक उपलब्धि तथा व्यावसायिक सफलता पर ध्यान केंद्रित करता है। आजीवन सीखना समाज का आदर्श बनता जा रहा है। लचीले शिक्षार्थियों का सीखने की दिशा में एक सकारात्मक रुख होगा और वे समस्याओं तथा बाधाओं के बावजूद अपनी शिक्षा जारी रखेंगे, जो घरेलू समस्याओं से लेकर, जैसे कि काम करने के लिए शांत जगह खोजने में असमर्थता या भूख लगना, या गणितीय सूत्रों का मतलब न समझना जैसी शिक्षण समस्याओं तक विस्तृत हो सकती हैं।

गणितीय लचीलापन होना विशेष रूप से महत्वपूर्ण है। ली और जॉनस्टन-वाइल्डर (2013) गणितीय लचीलेपन को 'शिक्षार्थी के गणित के प्रति रुख, जो विद्यार्थियों को अपनी गणित सीखने की यात्रा में बाधाओं और चुनौतियों के बावजूद शिक्षण जारी रखने में सक्षम बनाती है' के रूप में वर्णित करते हैं। वे तर्क देते हैं कि गणित सीखने के लिए विभिन्न कारकों की वजह से विद्यार्थियों को विशेष लचीलेपन की आवश्यकता है जिनमें शामिल हैं:

- The types of teaching often involved (Nardi & Steward, 2003)
- The nature of mathematics itself (Mason, 1988)
- Pervasive beliefs about mathematical ability being fixed (Dweck, 2000).



विचार के लिए रुकें

वापस सोचे कि कब पिछली बार स्वयं आपने गणित पर काम किया था। क्या आप स्वयं को गणितीय तौर पर लचीला शिक्षार्थी के रूप में वर्णित करेंगे? ऐसा क्यों है? आप अपने शिक्षण में ऐसा क्या करते हैं जिसके कारण आप स्वयं को एक गणितीय रूप से लचीला शिक्षार्थी या अन्यथा के रूप में विचार करते हैं?

अपनी कक्षा के कुछ विद्यार्थियों के बारे में सोचे और विचार करें कि वे किस प्रकार गणित सीखने की कोशिश करते हैं। किसी एक विशिष्ट विद्यार्थी के बारे में सोचे जिसे आप गणितीय रूप से लचीला मानते हैं, और एक जो ऐसा नहीं है। उनके शिक्षण व्यवहार में क्या समानता है और क्या अलग है?

2 गणितीय लचीलेपन के लिए शिक्षण

गणित सीखने के लिए 'विकासशील मानसिकता' विकसित करना

विद्यार्थी, जिन्होंने गणितीय समस्याओं पर काम करने के ऐसे तरीके विकसित किए हैं, जो उन्हें समस्या का सामना करने पर भी, जारी रखने देता है, गणितीय रूप से लचीले कहे जा सकते हैं। ऐसे विद्यार्थियों की 'विकासशील मानसिकता' होती है (Dweck, 2000), इसका मतलब है कि वे जानते हैं कि चुनौतियों का सामना करने के लिए जितना अधिक वे कार्य करते हैं और समस्याओं को हल करते हैं, वे उतने ही 'होशियार' बनेंगे। विकासशील मानसिकता वाले विद्यार्थी यह स्वीकार नहीं करते कि उनके सीखने की कोई उच्चतम सीमा या दायरा है। इसलिए, वे किसी अवधारणा को पूरी तरह समझने तक, ऐसे किसी भी व्यक्ति के साथ गणितीय अवधारणाओं के बारे में चर्चा और प्रश्न करेंगे जो उनकी मदद कर सकता है। इस लचीले ढंग से काम करने के लिए अवधारणाओं की व्याख्या करने के लिए और सहयोग से काम करने के लिए पर्याप्त गणितीय शब्दावली की ज़रूरत होगी।

प्रयोग करना और सवाल करना, गणितीय रूप से लचीलेपन का हिस्सा है। जो विद्यार्थी, उदाहरण के लिए, ICT उपकरणों या हस्तकौशल का उपयोग करते हुए 'गणितीय अवधारणाओं के साथ खेलने' के लिए प्रोत्साहित किए जाते हैं, वे अपना लचीलापन विकसित कर पाते हैं क्योंकि उन्हें लगता है कि वे उन अवधारणाओं का पता लगा सकते हैं और उन अवधारणाओं को समझने लगते हैं। लचीलापन विकसित करने का एक और महत्वपूर्ण तरीका है सहयोगपूर्ण तरीके से काम करना, जहाँ विद्यार्थियों को जब भी ज़रूरत हो, वे अपने साथियों से मदद पा सकते हैं। एक लचीला विद्यार्थी विभिन्न स्रोतों से मदद प्राप्त करेगा: पुराने विद्यार्थी, पाठ्यपुस्तकें, इंटरनेट, शिक्षकगण, होशियार चाचा आदि।

विद्यार्थियों में लचीलापन विकसित करने एक और महत्वपूर्ण पहलू है, उन्हें यह महसूस कराना कि प्रश्न पूछना 'बुद्धिमान' है और लगातार पूछना 'और भी समझदारी' है। सभी विद्यार्थियों को यह जानना चाहिए कि उनके सीखने की जिम्मेदारी केवल एक ले सकता है, जोकि वे स्वयं हैं, और इसलिए उन्हें सक्रिय रूप से समझने की कोशिश करनी चाहिए। गणितीय रूप से लचीले विद्यार्थी में स्वयं अपनी शक्तियों की एक अच्छी समझ होती है और वे जानते हैं कि किन्हीं सीमाओं में सुधार करने के लिए उचित सहायता किस प्रकार प्राप्त की जा सकती है।

संक्षेप में, गणितीय रूप से लचीले विद्यार्थी, अपने व्यवहार में, इस अधिकार पर जोर देंगे कि वे गणितीय रूप से पृथक न हों या गणितीय रूप से अत्यधिक कमजोर न महसूस करें; वे निष्क्रिय रूप से गणितीय अवधारणाओं को स्वीकार करने की किसी भी उम्मीद का विरोध करेंगे, लेकिन वे खुद के लिए उन्हें समझने हेतु उन पर काम करने की अनुमति चाहेंगे। वे मौजूदा ज्ञान, कौशल, समझ और रणनीतियों का उपयोग करते हुए, अपने स्वयं की गणितीय सोच को विकसित करने के अपने अधिकार को पुनःप्राप्त करेंगे, और नए गणित को सीखने की अपनी क्षमता के बारे में आश्वस्त हो जाएंगे।

(Lee and Johnston-Wilder, 2013)

गणितीय लचीलापन विकसित करने वाले तरीकों में कार्य करना

ली और जॉन्स्टन-वाइल्डर (2013) के अनुसार, गणितीय लचीलापन विकसित करने के लिए, विद्यार्थियों को निम्न करने का मौका मिलना चाहिए:

- गणितीय संवादों में शामिल होने के लिए, पर्याप्त गणितीय शब्दावली और अभिव्यक्ति के तरीके जानें, अवधारणाओं पर सवाल पूछें, सहयोग से काम करें, गणितीय रूप से सोचे और समझ पैदा करें। इसका मतलब है कि विद्यार्थियों को न केवल अपने शिक्षकों द्वारा गणितीय भाषा के उपयोग को सुनना होगा, बल्कि स्वयं अपने लिए गणितीय शब्दों और अभिव्यक्ति के तरीकों का उपयोग करना होगा।
- गलतियाँ करें और गलत दिशा में मुड़ें, ताकि अंततः यह विश्वास विकसित करें कि यदि वे दृढ़ रहते हैं, तो उनके सफल होने की संभावना अधिक होगी।
- प्रयोग करने की अपनी क्षमता का विस्तार करें और एक गणितीय परिवेश में अवधारणाओं को हल करने की कोशिश करें तथा, हमारे अनुभव में, जानें कि उन्हें इसमें मज़ा आता है।
- महत्वपूर्ण समस्याओं का समाधान खोजें। इस तरह की समस्याओं पर काम करने के लिए विद्यार्थियों को उनके समाधान के लिए प्रयास करना होगा, स्वयं गलतियाँ करना और उन्हें पहचानना होगा तथा तर्कसंगत समाधान पाने के लिए अन्य लोगों के साथ विस्तारित समय तक काम करना होगा।
- गणित की दिशा में एक चिंतनशील और विचारशील रुख अपनाएँ। वे जान जाएंगे कि, यदि वे ज़्यादा सोचे, दूसरों के साथ बातचीत करें, गणितीय अवधारणाओं के बारे में पढ़ें और प्राप्त जानकारी पर मनन करें, तो वे लगने वाली अवधारणाओं और समस्याओं को भी हल करने में सक्षम हो सकते हैं।

इस इकाई में गतिविधियाँ इन पाँच लचीले कौशल को विकसित करने पर काम करेंगी।

3 गणितीय भाषा विकसित करना

गणितीय रूप से लचीला बनने के लिए विद्यार्थियों द्वारा जो उन्हें कठिन लग रहा है उस पर ध्यान देने और अपने सवाल, विचार और कल्पनाओं को अभिव्यक्त करने की आवश्यकता है। ऐसा करने में सक्षम होने के लिए, विद्यार्थियों को गणितीय शब्दावली पढ़ने, उसकी व्याख्या करने और उसे लागू करने के अवसर की आवश्यकता है। किसी भी भाषा को सीखने के समान ही, इसमें शब्दों और अभिव्यक्तियों को पहचानना, उन्हें अलग-अलग संदर्भों और वाक्यांशों में उपयोग करना, और शब्द तथा अभिव्यक्तियों को अर्थ देना शामिल है। प्रभावी रूप से किसी भाषा को सीखने के लिए आपको नियमित रूप से उसे सुनने, देखने, पढ़ने, लिखने और बोलने का अभ्यास करने की आवश्यकता है।

गतिविधि 1 अन्वेषण करता है कि गणितीय शब्दावली के साथ किस प्रकार व्यवहार करें। इसमें विद्यार्थियों को स्वयं अपने गणितीय शब्दकोश पर चिंतन करने, ऐसे गणितीय शब्दों और कथनों को पहचानने की ज़रूरत है जिनके लिए स्पष्टीकरण की आवश्यकता हो, स्वयं अपने

स्पष्टीकरण लिखने और किसी अन्य विद्यार्थी के साथ इन पर बात करने की आवश्यकता है। ऐसा करने में वे स्वयं सीखते हैं कि गणित की भाषा का कैसे अर्थ लगाया जा सकता है, जो उन्हें गणित सीखते समय 'मुक्त' होने में मदद कर सकता है।

इस इकाई में सभी गतिविधियों का गणितीय संदर्भ त्रिकोण है, और विशेष रूप से, त्रिकोणों में समानता और सर्वांगसमता। लेकिन, गतिविधियों में अपनाया गया दृष्टिकोण विद्यार्थी अध्ययन के सभी प्रकरणों पर लागू किया जा सकता है।

गतिविधि 1 के भाग 3 में, विद्यार्थियों को भाग 1 और 2 में उनके अधिगम पर भी विचार करने के लिए कहा गया है। यह इस इकाई की अधिकांश गतिविधियों में दोहराया गया है। इस का उद्देश्य विद्यार्थियों को सीखते समय इस बात के बारे में अधिक जागरूक रहना है कि उनके लिए क्या कारगर होता है, और इसके परिणामस्वरूप अपने शिक्षण में अधिक सक्रिय बनना है।

इस यूनिट में अपने विद्यार्थियों के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने के पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह (या आंशिक रूप से) स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा यदि आप इसका प्रयास अपने किसी सहयोगी के साथ करें, क्योंकि जब आप अनुभव पर विचार करेंगे तो आपको मदद मिलेगी। स्वयं प्रयास करने से आपको शिक्षार्थी के अनुभवों के भीतर झांकने का मौका मिलेगा, जो परोक्ष रूप से आपके शिक्षण और एक शिक्षक के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित करेगा। जब आप तैयार हों, तो अपने विद्यार्थियों के साथ गतिविधियों का उपयोग करें। पाठ के बाद, सोचें कि गतिविधि किस तरह हुई और उससे क्या सीख मिली। इससे आपको अधिक विद्यार्थी-केन्द्रित शैक्षिक वातावरण विकसित करने में मदद मिलेगी।

गतिविधि 1: अपने खुद का गणितीय शब्दकोश बनाना

इस गतिविधि में विद्यार्थियों को अन्य विद्यार्थियों के साथ अपने विचारों का आदान-प्रदान करने की आवश्यकता है – वे और अधिक विचारों और प्रतिक्रियाओं को प्रेरित करने के लिए जोड़े या छोटे समूहों में काम कर सकते हैं। गतिविधि के लिए समय पर विचार करें, ताकि वह समाप्त न हो जाए और सभी भागों पर ध्यान दिया जाए; उदाहरण के लिए, मान लें 'मैं चाहती हूँ कि अगले दस मिनट में आप ज़्यादा से ज़्यादा... ढूँढ़ें'।

आपको विद्यार्थी के शब्दकोश में कुछ प्रविष्टियों के उदाहरण मिल सकते हैं। संसाधन 2.

भाग 1: शब्दकोश बनाना

अपने विद्यार्थियों को निम्न बताएँ:

त्रिकोण के बारे में अपनी पाठ्यपुस्तक में अध्यायों को देखें।

- उपयोग किए जाने वाले ज्यामितीय शब्दों की एक सूची लिखें।
- आपकी सूची में, क्या दैनिक की ज़िंदगी में उपयोग किए जाने वाले कोई शब्द हैं? ज्यामितीय अर्थ और हर रोज़ के अर्थ के बीच क्या समानता है और क्या अलग है?
- ज्यामितीय शब्दों के लिए स्वयं अपनी व्याख्या लिखें। कोई स्केच या ड्राइंग जोड़ना भी सहायक हो सकता है।

भाग 2: गणितीय कथनों को अर्थ देना

अपने विद्यार्थियों को निम्न बताएँ:

फिर, समूहों या जोड़ों में, त्रिकोणों के बारे में अपनी पाठ्यपुस्तक के अध्यायों को देखें।

- कोई ऐसे गणितीय कथनों को लिख लें जिनसे आपका सामना हो, जिन्हें समझने में विद्यार्थियों को परेशानी हो सकती है। उदाहरण के लिए: 'दो त्रिकोण सर्वांगसम हैं यदि उसकी दो भुजाएँ और एक त्रिकोण का सम्मिलित कोण दो भुजाओं और दूसरे त्रिकोण के सम्मिलित कोण के बराबर है (SAS सर्वांगसम नियम)।
- कथन के संदर्भ में आपको समझ में न आने वाले शब्दों को पहचानें। उपर्युक्त उदाहरण में, यह के लिए 'सम्मिलित' शब्द हो सकता है, जिसे आप दैनिक भाषा में समझ गए होंगे, लेकिन जिसे गणितीय कथन में समझाना मुश्किल लग सकता है।
- इन शब्दों के अर्थ पर चर्चा करें और उन्हें लिख लें। यथासंभव स्पष्ट और सटीक रहने का प्रयास करें।

गतिविधि के इस भाग के लिए विद्यार्थियों को ढूँढ़ने के लिए कहने के बजाय कुछ उदाहरण तैयार रखना उपयोगी हो सकता है। आप उस पाठ से उन्हें निकाल सकते हैं, जिसे वे पढ़ रहे हैं। इससे समय की बचत होगी, क्योंकि उन्हें उदाहरण खोजने की ज़रूरत नहीं होगी।

भाग 3: अपने शिक्षण पर विचार करना

अपने विद्यार्थियों को निम्न बताएँ:

गतिविधि का यह भाग चाहता है कि आप अपने शिक्षण के बारे में सोचें, ताकि आप गणित सीखने में बेहतर बन सकें और अधिक सहज महसूस कर सकें।

- इस गतिविधि के भाग 1 के बारे में आपको क्या आसान या मुश्किल लगा?
- इस गतिविधि के बारे में आपको क्या पसंद आया?
- इस गतिविधि से आपने क्या गणित सीखा?
- आपने क्या सीखा कि गणित को आपने कैसे सीखा (सीख सकते हैं)?

वीडियो: स्थानीय संसाधनों का उपयोग करते हुए



वीडियो: समूहकार्य का उपयोग करना



आप मुख्य संसाधन 'स्थानीय संसाधनों का उपयोग' और 'सामूहिक कार्य का उपयोग' भी देख सकते हैं।

केस स्टडी 1: श्री अग्रवाल गतिविधि 1 के उपयोग का अनुभव बताते हैं

यह एक अध्यापक की कहानी है, जिसने अपने माध्यमिक कक्षा के विद्यार्थियों के साथ गतिविधि 1 का प्रयास किया। वे एक अंग्रेजी माध्यम के स्कूल में पढ़ाते हैं।

विद्यार्थी इस गतिविधि को शुरू करते हुए बेहद खुश थे; उन्होंने अपनी पुस्तकें खोलीं और उन्होंने ऐसे शब्दों को ढूँढना शुरू किया, जो उन्हें लगा कि उनके लिए नए हैं या ज्यामिति के लिए विशिष्ट हैं।

जब मैं कक्षा में चारों ओर चहलकदमी कर रहा था, तो मैंने नोटिस किया कि उन्होंने कुछ शब्दों के अर्थ एक दूसरे से पूछ कर या पाठ्यपुस्तक में व्याख्या पढ़ कर जान लिया, और उनके आगे खाली जगह छोड़ दी, जिन्हें वे नहीं जानते थे। शब्दों के अर्थ एक दूसरे से पूछते समय दरअसल विद्यार्थी बहुत शोर मचा रहे थे। शायद अगली बार मैं कहूँगा कि उन्हें केवल अपने बगल में बैठे विद्यार्थी से पूछने की अनुमति है, आगे या पीछे वालों से नहीं। दूसरी बात यह कि शोर गणितीय चर्चा थी और अधिक लोगों से पूछने पर वे अधिक जानकारी पाने में सक्षम हुए।

थोड़ी देर के बाद, मैंने उन्हें याद दिलाया कि उन्हें गतिविधि के अन्य प्रश्नों को भी हल करना है, जो कि उन्हें अपने शब्दों में लिखने का प्रयास करना, चित्र बनाना और फिर यह सोचना और लिखना था कि क्या उन्होंने उस शब्द को गणित के अलावा किसी और संदर्भ में देखा था, और उस संदर्भ में उसका क्या मतलब होगा। विद्यार्थियों को अर्थ के बारे में अंतिम प्रश्न कठिन लगा: उनके द्वारा अंग्रेजी भाषा का प्रयोग व्यापक नहीं है और मैंने शब्दकोश में अर्थ ढूँढने के लिए उन्हें प्रोत्साहित किया, ताकि वे देख सकें कि दैनिक शब्द, गणितीय शब्द के कितने निकट का संबंध रखते हैं, या नहीं रखते हैं। कुछ विद्यार्थियों के लिए मुझे शब्दों का हिन्दी में अनुवाद करना पड़ा।

यह विद्यार्थियों और मेरे लिए अत्यंत उत्पादक अभ्यास था: विद्यार्थियों को लिखने, पढ़ने और अभिव्यक्त करने से संबंधित गणित के भाषा पहलू पर वास्तव में काम करने का मौका मिला। मुझे, उसने एहसास कराया कि गणित में प्रयुक्त भाषा किस हद तक विद्यार्थियों के लिए अपरिचित है और गणितीय अवधारणाओं को सीखने में उनके लिए बाधक है। मैं वाकई भविष्य में गणित की भाषा सीखने पर अधिक समय और ध्यान खर्च करना चाहता हूँ – यदि शब्दों का उनके लिए कोई अर्थ नहीं है, तो वे उनके बारे में कैसे सीख सकते हैं? उदाहरण के लिए, मैंने एक गणितीय अंग्रेजी-हिन्दी शब्दकोश संकलित करना शुरू कर दिया है, जो हमें कक्षा में उपलब्ध रहेगा।

अपने शिक्षण अभ्यास में दिखाना

जब आप अपनी कक्षा के साथ ऐसी कोई गतिविधि करें, तो बाद में सोचें कि क्या ठीक रहा और कहाँ गड़बड़ हुई। ऐसे प्रश्नों की ओर ध्यान दें जिनमें विद्यार्थियों ने दिलचस्पी दिखाई और जिन्हें वे समझने में समर्थ थे, और जिनके लिए आपको स्पष्टीकरण देने की आवश्यकता हुई। ऐसी बातें ऐसी 'स्क्रिप्ट' पता करने में सहायक होती हैं, जिससे आप विद्यार्थियों में गणित के प्रति रुचि जगा सकें और उसे मनोरंजक बना सकें। यदि वे कुछ भी समझ नहीं पाते हैं तथा कुछ भी नहीं कर पाते हैं, तो वे शामिल होने में कम रुचि लेंगे। जब भी आप गतिविधियाँ करें, इस चिंतनीय अभ्यास का उपयोग करें, इस बात पर ध्यान दें, जैसे श्री अग्रवाल ने किया था, कि कुछ छोटी-छोटी चीजों से काफी फर्क पड़ा।



विचार के लिए रुकें

ऐसे चिंतन को गति देने वाले अच्छे सवाल हैं:

- आपकी कक्षा कैसी रही?
- विद्यार्थियों से किस प्रकार की प्रतिक्रिया अनपेक्षित थी? क्यों?
- अपने विद्यार्थियों की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपको लगा कि आपको किसी समय हस्तक्षेप करना होगा?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- क्या आपने किसी भी रूप में काम को संशोधित किया? यदि ऐसा है, तो आपने ऐसा किस कारण से किया?

4 गलतफहमियों और गलतियों के साथ व्यवहार

जब आप साइकिल की सवारी करना सीखते हैं तो आपको संतुलन हासिल करना भी सीखना पड़ता है। यह स्वीकार किया जाता है कि साइकिल चलाना सीखने की प्रक्रिया में आप एक-दो बार गिरेंगे, गलत दिशा में मुड़ेंगे, तेज़ी से हैंडलबार को खींचेंगे, भूल जाएँगे कि ब्रेक्स कहाँ हैं, या गियर किस प्रकार काम करते हैं इस बारे में गलत विचार रखेंगे। केवल इस प्रकार की गलतियाँ करके ही आप साइकिल चलाने के कौशल को विकसित करेंगे और उसमें सुधार करेंगे। गलतियाँ करना और अपनी गलत धारणाओं के साथ सामना होने पर आप भविष्य में बेहतर जान सकते हैं।

गणित सीखना किसी बाइक या अन्य किसी वाहन की सवारी सीखने से अलग नहीं है। गलतियाँ करना उसी प्रक्रिया का हिस्सा है, और वास्तव में एक अच्छी बात है, क्योंकि यह आपके रोजमर्रा की सोच के पैटर्न के साथ हस्तक्षेप करता है और आप जो कर रहे हैं, उस पर आपको सोचने पर मजबूर करता है। यदि कोई कक्षा लोकाचार हो कि गलतियाँ करके सीखा जा सकता है, और इसलिए गलतियाँ करना प्रभावी शिक्षण का एक हिस्सा है, तो फिर विद्यार्थी भी अधिक इच्छुक हो जाएँगे और प्रयोग करने में अधिक समर्थ तथा गलतियाँ करने से कम डरते हुए नई अवधारणाओं को आजमाने का प्रयास करेंगे, और परिणामस्वरूप गणित को जानने-बूझने तथा उसका मज़ा लेने के लिए बेहतर रूप से सुसज्जित हो जाएँगे।

इस प्रकार के कक्षा लोकाचार की स्थापना करना, जहाँ विद्यार्थी अपनी गलतियों और गलत धारणाओं को साझा करने के लिए तैयार हो जाएँ, रातों-रात नहीं हो जाता – इसके लिए पोषण और सावधानी से सिखाने की ज़रूरत होती है। लेकिन, इस लोकाचार को बढ़ावा देने के लिए ऐसे तरीके हैं, जिनका आप उपयोग कर सकते हैं:

- संभाव्य गलतफहमियों को उजागर करने के लिए फ़र्जी विद्यार्थियों के काम का उपयोग करें। क्योंकि यह उनके स्वयं का काम नहीं है, जिसकी छानबीन की जा रही है, कोई भावनात्मक प्रतिक्रियाएँ और/या शर्मिंदगी की भावनाएँ नहीं होंगी।
- किसी उत्तर को सिर्फ़ 'गलत' के रूप में खारिज करने के बजाय गलतियों और गलत धारणाओं पर विचार करने के लिए प्रोत्साहित करें – यह सीखने के लिए एक उपयोगी तरीका प्रदान करता है।
- विचारों के आदान-प्रदान को बढ़ावा दें, भले ही वे आधे-अधूरे या 'गलत' क्यों न हों।

दूसरी गतिविधि अभिकल्पित की गई है, जिसमें बहुत संभावना है कि विद्यार्थी गलतियाँ करें। इन पर स्पष्ट रूप से चर्चा करने से गलत धारणाओं को प्रकाश में लाने और इन्हें गणित सीखने के अवसरों में परिवर्तित करने में मदद मिलेगी।

गतिविधि 2: त्रिकोणों की चुनौती – गलत धारणाओं और गलतियों से सीखना

भाग 1: त्रिकोण चुनौती के साथ खेलना

अपनी कक्षा को तीन-तीन विद्यार्थियों के समूहों में विभाजित करें।

अपने विद्यार्थियों को निम्न स्पष्ट करें:

- प्रत्येक समूह में एक विद्यार्थी, लीडर, अन्य दो विद्यार्थियों को त्रिकोण दिखाए बिना, एक त्रिकोण बनाना होगा। एक समय में एक तथ्य के साथ, लीडर अपने त्रिकोण का वर्णन करेंगे। अन्य दो विद्यार्थियों में से प्रत्येक को लीडर द्वारा दिए गए तथ्यों से वही त्रिकोण बनाना होगा। उन्हें सही माप और आकार पाने पर ध्यान केंद्रित करना होगा।
- यदि दो विद्यार्थी उनके साथ साझा किए गए तथ्यों का उपयोग करते हुए अपने त्रिकोण नहीं बना पा रहे हों, तो उन्हें 'हमें और जानकारी दें' कहना होगा। उसके बाद लीडर अपने त्रिकोण के बारे में एक और तथ्य बताएगा। दोनों विद्यार्थियों द्वारा अपने त्रिकोण तैयार करने के बाद, लीडर उन्हें एक अंक देगा, यदि उनका त्रिकोण एक जैसा हो; अन्यथा उन्हें कोई अंक नहीं मिलेगा। मूल त्रिकोण और अंक पाने वाले त्रिकोणों को कक्षा में त्रिकोणों के एक ढेर में रखा जाएगा। अन्य खारिज कर दिए जाएँगे।
- समूह इस गतिविधि को और दो बार दोहराता है, जहाँ अन्य विद्यार्थी बारी-बारी से लीडर बनेंगे।

जब वे उपर्युक्त गतिविधि संपन्न कर लें, तब विद्यार्थियों से निम्नलिखित प्रश्न पूछें:

- कौन-सा त्रिकोण बनाने में आसान था? क्यों?
- आप में से कुछ सर्वांगसम त्रिकोण क्यों नहीं बना पाए जब कि दूसरे ऐसा कर सके? क्या गलतियाँ हुईं और क्यों?

भाग 2: चुनौती जारी रखना

अपने विद्यार्थियों को समझाएँ कि भाग 1 में तैयार किए गए त्रिकोणों के वर्ग ढेर पर अब ध्यान केंद्रित करना होगा। तीन विद्यार्थियों का प्रत्येक समूह ढेर से एक त्रिकोण एकत्रित करेगा। एक वालंटियर विद्यार्थी ढेर से यादृच्छिक रूप से बाकी त्रिकोणों में से एक उठाएगा और फिर कक्षा को एक-एक करके उसके तथ्यों का वर्णन करेगा। विद्यार्थी यह निर्धारित करने के लिए अपने समूहों में अपने त्रिकोणों की जाँच करेंगे कि उनके पास 'सटीक रूप से मेल खाने वाला' है या 'उससे मेल खाने वाला' है। फिर, सटीक रूप से मेल खाने वाले को एक अंक दिया जाएगा।

शेष सभी त्रिकोणों का उपयोग संपन्न होने तक इस अभ्यास को दोहराएँ।

प्रत्येक दौर के बाद, निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर दें:

- कितने तथ्यों के बाद मेल खाने वाला मिला?
- क्या आपको कम तथ्यों के साथ मेल खाने वाला मिल सकता था?
- आपको 'सटीक' रूप से मेल खाने वाला मिला या 'उससे' मेल खाने वाला मिला?

- आपके विचार में ऐसा क्यों है?

भाग 3: अपने शिक्षण पर विचार करना

गतिविधि के इस भाग में विद्यार्थियों को अपनी सीख पर विचार करने को कहा जाएगा, ताकि वे बेहतर बन सकें और गणित सीखने के प्रति सहज महसूस कर सकें। अपने विद्यार्थियों से निम्नलिखित प्रश्न पूछें।

- इस गतिविधि के भाग 1 के बारे में आपको क्या आसान या मुश्किल लगा?
- इस गतिविधि के बारे में आपको क्या पसंद आया?
- इससे आपने क्या गणित सीखा?
- आपने क्या सीखा कि गणित को आपने कैसे सीखा (सीख सकते हैं)?

केस स्टडी 2: श्रीमती नागराजू गतिविधि 2 के उपयोग का अनुभव बताती हैं

मैंने अपने उत्तर लिखने के लिए समूहों को कागज़ के टुकड़े वितरित किए। उसके बाद मैंने उन्हें गतिविधि के बारे में विस्तार से समझाया। मैंने उनसे त्रिकोण बनाने के लिए लीडर द्वारा प्रयुक्त तथ्यों को भी लिख लेने के लिए कहते हुए गतिविधि में थोड़ा संशोधन किया और उनसे कहा कि इससे उन्हें यह जानने में मदद मिलेगी कि वे क्यों त्रिकोण बना पाए और ठीक कितने चरणों में।

विद्यार्थी इस गतिविधि को करने में बेहद उत्साहित थे। लग रहा था कि उन्हें प्रतिस्पर्धा की भावना पसंद आई और उन्हें भी लीडर बनने का एक मौका मिला। कुछ शिकायतें भी थीं कि किस प्रकार एक विद्यार्थी ने नकल की थी और उसे एक अतिरिक्त अंक दिया गया। मैंने उनसे कहा कि यदि उन्होंने नकल की, तो यह उनके लिए बदनामी की बात है और उन्हें स्पष्ट करना होगा कि वे वहाँ तक कैसे पहुँचे, जहाँ अब पहुँचे हैं।

गलतियों से सीखने की चर्चा दिलचस्प रही। मैंने उम्मीद की थी कि विद्यार्थी अपनी गलतियों के बारे में बात करने के लिए अनिच्छुक होंगे, लेकिन मैं गलत थी – उन्होंने उसके बारे में बड़े उत्साह से बात की! शायद इसलिए कि वे उनके बारे में पहले अपने समूह में बात कर सके, जो शायद कम धोखाधड़ी वाला था। फिर मैंने विद्यार्थियों से अपनी गलतियों को पूरी कक्षा के साथ साझा करने के लिए कहा, और उन्हें ब्लैकबोर्ड पर लिखा। हमने इन पर इस सन्दर्भ में चर्चा की कि यह दिलचस्प है। यह गलती क्यों हुई होगी? वे क्या सोच रहे थे? कक्षा में सभी विद्यार्थियों ने इन गलत धारणाओं से बहुत कुछ सीखा। हमने इस पर भी चर्चा की, कि— क्या हमने इन गलतियों को करने और इस पर चर्चा करने से कुछ सीखा – और हम सब इस बात से सहमत थे। कुछ विद्यार्थियों ने उल्लेख किया कि अब अंततः उन्हें पता चला कि उन्हें गलत धारणा थी। जिन्होंने शुरुआत से ही 'सही' किया था, उन्होंने कहा कि दूसरों को यह कहते हुए सुनना और यह जानना उन्हें अच्छा लगा कि वे क्यों सही ढंग से सोच रहे थे, क्योंकि अक्सर वे गतिविधियाँ और प्रश्न बिना सोच कर ही हल कर रहे थे।



विचार के लिए रुकें

- विद्यार्थियों से किस प्रकार की प्रतिक्रिया अनपेक्षित थी? क्यों?
- अपने विद्यार्थियों की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपने किसी भी रूप में काम को संशोधित किया? यदि ऐसा है, तो आपने ऐसा किस कारण से किया?

5 सारांश

इस इकाई में त्रिकोणों में समानता और सर्वांगसमता, और गणित की दिशा में एक सकारात्मक रुख का विकास करने वाले गणितीय रूप से ऐसे लचीले शिक्षार्थियों के विकास पर ध्यान केंद्रित किया गया और जो जानते हैं कि वे विषय को सीखने में आने वाली परेशानियों को दूर कर सकते हैं। इस इकाई को पढ़ते समय आप इस बारे में विचार करेंगे कि कैसे अपने विद्यार्थियों को उनकी शब्दावली विकसित करने में सक्षम करें ताकि वे अपने विचारों के बारे में बात कर सकें और वयस्कों की भाँति अन्य विद्यार्थियों को अपने विचार और अवधारणाएँ (और उनकी गलतफहमियाँ) समझा सकें। आपने इस पर भी विचार किया होगा कि किस प्रकार विद्यार्थियों को यह समझने में मदद किया जाए कि गलतियाँ करना सीखने का महत्वपूर्ण हिस्सा है, और यदि उन्हें गणित के सफल शिक्षार्थी बनना है तो खोज और सतत प्रयास महत्वपूर्ण कौशल है, जिन्हें हासिल करना होगा।

आपने यह भी देखा होगा कि कैसे सामान्य रूप से सीखने में बेहतर बनने के लिए शिक्षण प्रक्रिया पर विचार करना महत्वपूर्ण है। गणितीय रूप से लचीले शिक्षार्थियों के परीक्षा में सफल होने की अधिक संभावना है, क्योंकि वे कठिनाइयों से हतोत्साहित नहीं होते हैं, बल्कि उन पर काबू पाने के तरीकों की तलाश में रहते हैं, और वे स्कूल से परे अपने जीवन में गणितीय अवधारणाओं का प्रयोग जारी रखने के लिए आवश्यक साधन साथ रखते हैं।



विचार के लिए रुकें

इस इकाई में आपके द्वारा उपयोग किए गए तीन विचार पहचानें जो अन्य विषयों को पढ़ाने में भी काम करेंगे। उन दो विषयों पर अब एक नोट तैयार करें, जिन्हें आप जल्द ही पढ़ाने वाले हैं, जहाँ थोड़े-बहुत समायोजन के साथ उन अवधारणाओं का उपयोग किया जा सकता है।

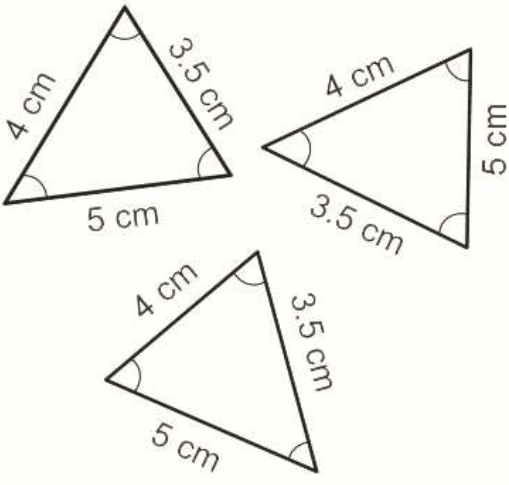
संसाधन

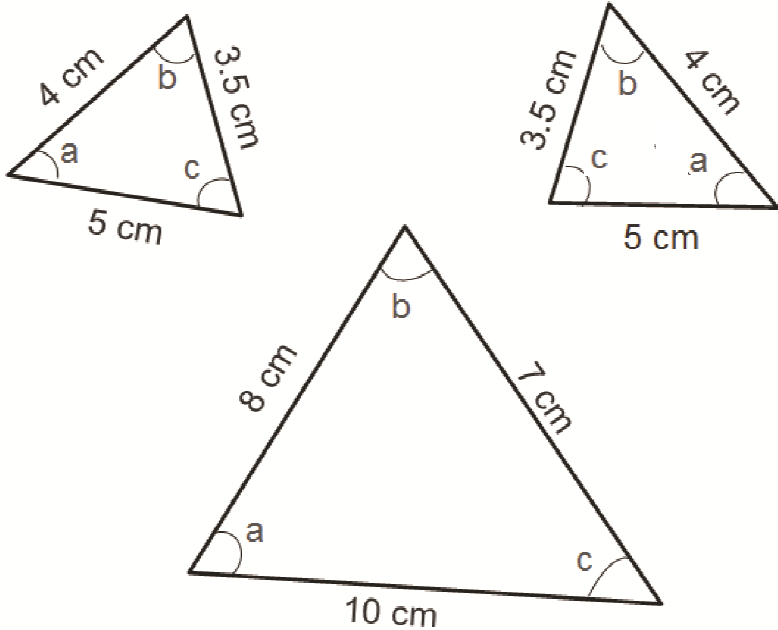
संसाधन 1: NCF/NCSTE शिक्षण आवश्यकताएं

यह यूनिट NCF (2005) तथा NCSTE (2009) की निम्न शिक्षण आवश्यकताओं से जोड़ता है तथा उन आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगा:

- शिक्षार्थियों को उनके शिक्षण में सक्रिय प्रतिभागी के रूप में देखें न कि सिर्फ ज्ञान प्राप्त करने वाले के रूप में; ज्ञान निर्माण के लिए उनकी क्षमताओं को कैसे प्रोत्साहित करें; रटने की पद्धतियों से शिक्षण को दूर कैसे ले जाएँ।
- विद्यार्थियों को गणित को किसी ऐसी चीज़ के रूप में लेने दें, जिसके बारे में वे बात करें, जिसके द्वारा संवाद करें, जिसकी आपस में चर्चा करें, जिसपर साथ मिलकर कार्य करें।
- पाठ्यचर्या, पाठ्यक्रम और पाठ्यपुस्तकों का गंभीर रूप से परीक्षण करते हुए उनसे जुड़ें, न कि बिना कोई सवाल किए 'दिए' गए रूप में उन्हें स्वीकार करें।
- विद्यार्थियों को महत्वपूर्ण गणित सीखने दें और देखें कि गणित, सूत्रों और यांत्रिक प्रक्रियाओं से कहीं ज्यादा है।

संसाधन 2: विद्यार्थी की गणितीय प्रविष्टियों के उदाहरण शब्दकोश

शब्द/अवधारणा	त्रिकोणों में सर्वांगसमता
कहाँ?	अध्याय 7, कक्षा IX
रोज़मर्रा की भाषा में कोई अर्थ?	शब्दकोश के अनुसार, 'के अनुकूल' का मतलब है 'उपयुक्त, सहमत', लेकिन मैंने कभी उसका प्रयोग नहीं किया या सुना (The Oxford Dictionary, 1997)।
पाठ्यपुस्तक/शिक्षक से गणितीय व्याख्या	'सभी प्रकार से बराबर' या 'आकृतियाँ [इस मामले में त्रिकोण] जिनके आकार और माप दोनों एक समान हैं। (NCERT पाठ्यपुस्तक, कक्षा IX, पृ. 109)।
मेरा स्पष्टीकरण	सर्वांगसम त्रिकोण वे त्रिकोण हैं, जिनका आकार और माप एकसमान है। मुझे वास्तव में इसे देखने कभी-कभी उन्हें चारों ओर पलटना या उलटना पड़ता है। इस प्रकार सर्वांगसम त्रिकोणों के लिए उनकी भुजाओं की लंबाई और कोण एकसमान होंगे। लेकिन इतना ही नहीं! उन एकसमान लंबाई वाली भुजाओं और कोणों को त्रिकोण में एक ही जगह पर होना चाहिए – जिसे वे 'समरूप' कहते हैं। जब आप त्रिकोणों को काटेंगे, तब उन्हें एक दूसरे पर रख सकेंगे और वे सही प्रतिलिपियाँ होंगी। सर्वांगसम त्रिकोण साथ ही समरूप त्रिकोण भी हैं, लेकिन समरूप त्रिकोण हमेशा सर्वांगसम नहीं हो सकते! इसके अलावा, 'समरूप त्रिकोणों' के लिए मेरी प्रविष्टि पर नज़र डालें ताकि देख सकें कि किस प्रकार ये अवधारणाएँ जुड़ी हुई हैं।
उदाहरण	ये त्रिकोण सर्वांगसम हैं: 

शब्द/अवधारणा	त्रिकोणों की समरूपता
कहाँ?	अध्याय 6, कक्षा X
रोजमर्रा की भाषा में कोई अर्थ?	कोई ऐसी चीज़ जो किसी और चीज़ के समान है। अक्सर यह स्पष्ट नहीं किया जाता कि वह क्या है, जो किसी चीज़ को किसी और चीज़ के समान बनाती है।
पाठ्यपुस्तक/शिक्षक से गणितीय व्याख्या	‘दो त्रिकोण समरूप हैं, यदि (i) उनके संगत कोण बराबर हों और (ii) उनकी संगत भुजाएँ एक ही अनुपात में (या समानुपाती) हों।’ (NCERT पाठ्यपुस्तक, कक्षा X, पृ. 123)
मेरा स्पष्टीकरण	अपने लिए नोट: सर्वांगसम के साथ न उलझाएँ! समरूप त्रिकोणों का आकार समान होता है, लेकिन ज़रूरी नहीं कि उनकी माप एकसमान हो। यदि उनका एकसमान आकार हो और एकसमान माप हो, तो वे समरूप और साथ ही सर्वांगसम हैं। इसलिए उनका आकार समरूप होना आवश्यक है, लेकिन माप एकसमान होना ज़रूरी नहीं। उन्हें समरूप बनाने वाली चीज़ है उनके आकारों में एक दूसरे की आनुपातिक वृद्धि या कमी। इसका मतलब है कि सभी संगत भुजाओं का अनुपात एकसमान है (उदाहरण के लिए, दूसरे त्रिकोण की भुजाओं का माप पहले से दुगुना था)। और इसलिए त्रिकोणों की समरूपता के बारे में ये मापदंड मायने रखते हैं।
निष्कर्ष	ये त्रिकोण समरूपी हैं, 

अतिरिक्त संसाधन

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: <http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics>
- Class X maths study material: http://www.zietmysore.org/stud_mats/X/maths.pdf
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: <https://www.ncetm.org.uk/>
- National STEM Centre: <http://www.nationalstemcentre.org.uk/>
- OpenLearn: <http://www.open.edu/openlearn/>
- BBC Bitesize: <http://www.bbc.co.uk/bitesize/>
- Khan Academy's math section: <https://www.khanacademy.org/math>
- NRICH: <http://nrich.maths.org/frontpage>

- Mathcelebration: <http://www.mathcelebration.com/>
- Art of Problem Solving's resources page: <http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php>
- Teachnology: <http://www.teach-nology.com/worksheets/math/>
- Maths is Fun: <http://www.mathsisfun.com/>
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: <http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm>
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html>
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremijfoundation.org/Foundation_Publications
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including the *Teachers Manual for Formative Assessment – Mathematics (Class IX)*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': <http://cbse.nic.in/welcome.htm>

संदर्भ / संदर्भग्रंथ सूची

- Bell, A. (1986) 'Diagnostic teaching 2: developing conflict: discussion lesson', *Mathematics Teaching*, no. 116, pp. 26–9.
- Bell, A. (1987) 'Diagnostic teaching 3: provoking discussion', *Mathematics Teaching*, no. 118, pp. 21–3.
- Bouvier, A. (1987) 'The right to make mistakes', *For the Learning of Mathematics*, vol. 7, no. 3, pp. 17–25.
- Dweck, C. (2000) *Self Theories: Their Role in Motivation, Personality and Development*. Lillington, NC: Psychology Press, Taylor & Francis.
- Lee, C. and Johnston-Wilder, S. (2013) 'Learning mathematics – letting the pupils have their say', *Educational Studies in Mathematics*, vol. 83, no. 2, pp. 163–80.
- Mason, J. (1988) *Learning and Doing Mathematics*. London: Macmillan.
- Mason, J., Burton, L. and Stacey, K. (2010) *Thinking Mathematically*, 2nd edn. Harlow: Pearson Education.
- Nardi, E. and Steward, S. (2003) 'Is mathematics T.I.R.E.D.? A profile of quiet disaffection in the secondary mathematics classroom', *British Educational Research Journal*, vol. 29, no. 3, pp. 345–66.
- National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*. New Delhi: NCERT.
- National Council of Educational Research and Training (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education (NCFTE)*. New Delhi: NCERT.
- National Council of Educational Research and Training (2012a) *Mathematics Textbook for Class IX*. New Delhi: NCERT.
- National Council of Educational Research and Training (2012b) *Mathematics Textbook for Class X*. New Delhi: NCERT.
- Polya, G. (1962) *Mathematical Discovery: On Understanding, Learning and Teaching Problem Solving*, two volumes. New York, NY: John Wiley & Sons.
- Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

अभिस्वीकृतियाँ

यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>) के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है, जब तक कि अन्यथा निर्धारित न किया गया हो। यह लाइसेंस TESS-India, OU और UKAID लोगो के उपयोग को वर्जित करता है, जिनका उपयोग केवल TESS-India परियोजना के भीतर अपरिवर्तित रूप से किया जा सकता है।

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएं करने में हर्ष होगा।

गणितीय लचीलेपन का निर्माण: त्रिकोणों में समानता और सर्वांगसमता

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत भर के उन अध्यापक शिक्षकों, मुख्याध्यापकों, अध्यापकों और विद्यार्थियों के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन यूनिवर्सिटी के साथ काम किया है।