TESS India

ऐसे प्रश्न पूछना जो सोच को चुनौती दें: भिन्न

भारत में विद्यालय आधारित समर्थन के माध्यम से शिक्षक शिक्षा

www.TESS-India.edu.in

BY SA
http://creativecommons.org/licenses/

The Open University

UKaid from the British people

संदेश

शिक्षकों को बाल केंन्द्रित कक्षा अभ्यास की ओर उन्मुख करने तथा शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्देश्यों को सम्मुख रखते हुए TESS-India राष्ट्रीय स्तर पर कार्यरत है। इस दिशा में TESS-India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) का विकास किया गया है । ये संसाधन शिक्षकों तथा शिक्षक–प्रशिक्षकों के वृत्ति विकास (Professional development) में लाभकारी एवं उपयोगी सिद्ध होंगे। राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के नेतृत्व में इन संसाधनों का स्थानीयकृत किया गया है, जिसके अन्तर्गत इनके उद्देश्य के मूल को बरकरार रखते हुए इनमें स्थानीय, भाषा, बोली, प्रथाओं, संस्कृतियों तथा नियमों को सम्मिलित किया गया है। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता एवं सुगमता पूर्वक किया जा सकता है ।

राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के मार्गदर्शन में TESS-India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) नेट पर आप सभी के लिए सुलभ उपलब्ध है ।

शुभकामनाओं सहित ।

(डॉ0 मुरली मनोहर सिंह)
निदेशक
एस0सी0ई0आर0टी0, बिहार

समीक्षा एवं दिशाबोध
डॉ. मुरली मनोहर सिंह, निदेशक राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. सैयद अब्दुल मोईन, विभागाध्यक्ष, अध्यापक शिक्षा विभाग, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. क़ासिम खुर्शीद, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्
डॉ. इम्तियाज़ आलम, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. स्नेहाशीष दास राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. अर्चना, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. रीता राय, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
श्री तेज नारायण प्रसाद, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार

स्थानीयकरण
भाषा और शिक्षा
डॉ. ज्ञानदेव मणि त्रिपाठी, प्राचार्य, मैत्रेय कॉलेज ऑफ एडुकेशन एण्ड मैनेजमेंट, हाजीपुर, वैशाली
श्री सुमन सिंह, प्रखंड साधनसेवी, भगवानपुर हाट, सिवान
श्री कात्यायान कुमार त्रिपाठी, प्राथमिक विद्यालय चैलीटाल, पटना
श्री कृत प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, हिलसा, नालंदा
प्राथमिक अंग्रेज़ी
श्री अरशद रज़ा, सहायक शिक्षक, प्राथमिक विद्यालय, पचासा रहुई, नालंदा
श्री संतोष सुमन, सहायक शिक्षक, बालिका उच्च विद्यालय, महुआबाग
श्री शशि भूषण पाण्डेय, सहायक शिक्षक, उत्क्रमित मध्य विद्यालय, मुकुन्दपुर, नालंदा
श्रीमती रचना त्रिवेदी, शिक्षिका, नोट्रेडेम अकादमी, पटना
माध्यमिक अंग्रेज़ी
श्री मणिशंकर, प्रधानाध्यापक, तारामणी भगवानसाव उच्च माध्यमिक विद्यालय, कोइलवर, भोजपुर
डॉ. ब्रजेश कुमार, शिक्षक, पी. एन. एंग्लो संस्कृत माध्यमिक विद्यालय, नया टोला, पटना
प्राथमिक गणित
श्री कृष्ण कान्त ठाकुर
श्री दिलीप कुमार, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, बुलनी हैदरपुर, नालंदा
श्री गोविन्द प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, चनपटिया, पश्चिमी चम्पारण
माध्यमिक गणित
डॉ. राकेश कुमार, भागलपुर डायट
श्री रिज़वान रिज़वी, उत्क्रमित मध्य विद्यालय, सिलौटा चाँद, कैमूर
श्री इन्द्रभूषण कुमार, शिक्षक, सहयोगी माध्यमिक विद्यालय, हाजीपुर, वैशाली
प्राथमिक विज्ञान
श्री मनोज त्रिपाठी, प्रखंड साधनसेवी, बरहारा, भोजपुर
श्री शशिकान्त शर्मा, प्रखंड साधनसेवी, आरा, भोजपुर
श्री रणबीर सिंह, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, आदर्श आवासीय मध्य विद्यालय शिक्षक संघ, सहरसा
माध्यमिक विज्ञान
श्री जी.वी.एस.आर प्रसाद
श्री मुकुल कुमार, शिक्षक, सहायक शिक्षक, गोरखनाथ सूर्यदेव माध्यमिक विद्यालय, राजापाकर वैशाली

TESS-India (Teacher Education Through School Based Support) का लक्ष्य है भारत में मुक्त शैक्षिक संसाधनों के द्वारा प्राथमिक और माध्यमिक स्तरों पर शिक्षकों के कक्षा अभ्यासों को बेहतर करना। ये संसाधन शिक्षकों के छात्र–केन्द्रित, भागीदारी दृष्टिकोण को विकसित करने में सहायता करेंगे।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Education Resources – OERs) शिक्षकों को स्कूल की पाठ्यपुस्तक के लिए सहायक पुस्तिका प्रदान करते हैं। ये संसाधन शिक्षकों के लिए गतिविधियाँ प्रदान करते हैं जो वे कक्षा में अपने छात्रों के साथ कर सकते हैं। साथ ही इनमें केस स्टडी भी हैं जो ये दर्शाते हैं कि किस प्रकार दूसरे शिक्षकों ने उस विषय को सिखाया है। संबंधित संसाधन शिक्षकों को पाठ योजना बनाने में और विषय पर ज्ञान वर्धन करने में उनकी सहायता करते हैं।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल हैं। ये *भारतीय तथा अतंर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार* किये गये हैं *और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट उपयोग के लिए उपलब्ध है (http://www.tess-india.edu.in) ।* मुक्त शैक्षिक संसाधन अनेकों संस्करणों में उपलब्ध हैं जो प्रत्येक राज्य के लिए उपयुक्त है जहाँ TESS India कार्यरत है। उपयोगकर्ता इन संसाधनों को अनुकूल और स्थानीयकृत करने के लिए स्वतंत्र हैं ताकि ये स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को पूरा कर सकें।

TESS-India मुक्त विश्वविद्यालय, ब्रिटेन के नेतृत्व में तथा ब्रिटेन की सरकार द्वारा वित्त- पोषित है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई की कुछ गतिविधियों के साथ निम्न प्रतीक का उपयोग किया गया है: . इससे संकेत मिलता है कि निर्दिष्ट अध्यापन संबंधी थीम के लिए TESS-India वीडियो संसाधनों को देखना आपके लिए उपयोगी होगा।

TESS-India वीडियो संसाधन भारत में अनेक प्रकार की कक्षाओं के संदर्भ में मुख्य अध्यापन तकनीकों का वर्णन करते हैं। हमें आशा है कि वे आपको इसी प्रकार के अभ्यासों के साथ प्रयोग करने के लिए प्रेरित करेंगे। उनका उद्देश्य पाठ (टेक्स्ट) पर आधारित इकाइयों के माध्यम से काम करने के आपके अनुभव का पूरक होना और उसे बढ़ाना है।

TESS-India वीडियो संसाधनों को ऑनलाइन देखा या TESS-India की वेबसाइट, http://www.tess-india.edu.in/ से डाउनलोड किया जा सकता है। वैकल्पिक रूप से, आप ये वीडियो सीडी या मेमोरी कार्ड के माध्यम से भी देख सकते हैं।

संस्करण 2.0 EM05v1
Bihar

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन- शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है:
http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/

TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है

इस इकाई में आप सोचेंगे कि अपने छात्र–छात्राओं को भिन्न कैसे सिखाया जाए।

कुछ छात्र–छात्राओं के लिए भिन्न समझना एक बहुत ही कठिन विषयवस्तु हो सकती है। इसके कई कारण हैं, लेकिन यह सुनिश्चित करने से कि आपके छात्र–छात्राओं के पास भिन्न के साथ काम करने का एक समृद्ध और विविध अनुभव हो, उनकी समझ विकसित होगी।

इस इकाई में आप यह देखेंगे कि भिन्न का अर्थ तब ही होता है जब आप उसे संपूर्ण से संबंध के रूप में देखें, और भिन्नों की प्रतीकात्मक प्रस्तुति को पढ़ने के अलग–अलग तरीकों को जानने के लिए छात्र–छात्राओं की कैसे मदद करें, इस पर विचार करेंगे।

गतिविधियों के द्वारा आप अपने छात्र–छात्राओं से दिलचस्प और चुनौतीपूर्ण प्रश्न पूछने, और अपने छात्र–छात्राओं को प्रश्न पूछने के लिए प्रेरित करने और भिन्नों के बारे में बात करने के महत्त्व के बारे में सोचेंगे।

आप इस इकाई में सीख सकते हैं

- ऐसे प्रभावी प्रश्न कैसे पूछे जाएँ जो दिलचस्प और चुनौतीपूर्ण हों।
- अपने छात्र–छात्राओं को भिन्नों की अपनी खुद की समझ बनाने में मदद करने के लिए कुछ उपाय।
- अपने छात्र–छात्राओं को भिन्नों के बारे में बात करने में मदद करने के लिए कुछ उपाय।

इस इकाई का संबंध NCF (2005) और NCFTE (2009) में दर्शायी गयी शिक्षण आवश्यकताओं से है। संसाधन 1।

1 भिन्नों के बारे में इतना अलग क्या है?

भिन्न इतने कठिन हो सकते हैं इसका एक कारण यह है कि उनमें समझने के लिए बहुत कुछ होता है। उदाहरण के लिए किसी का आधा किसी के चौथाई से छोटा हो सकता है। इसका एक उदाहरण है 'छह का आधा तीन है' और 'सोलह का चौथाई चार है'। इसलिए कागज को मोड़कर या गोलों को विभाजित करके भिन्न सीखने से छात्र–छात्राओं में गलतफहमी पैदा हो सकती है, खास कर यदि कागज हमेशा समान आकार का हो। छात्र–छात्राओं को यह पूछना सिखाया जाना चाहिए 'किसका भिन्न?'

भिन्न की समझ विकसित करना अन्य गणितीय अवधारणाओं को समझने से ज्यादा अलग नहीं है। उदाहरण के लिए बहुत छोटे बच्चों को जब 'तीन' की अवधारणा सिखायी जाती है तो उन्हें कई अलग–अलग अनुभव दिये जाते हैं।

अधिक आयु के होने के बावजूद भिन्नों के बारे में सीखते समय, प्राथमिक कक्षा में छात्र–छात्राओं को भिन्नों की अच्छी समझ विकसित करना आरंभ करने के लिए उन्हें बेहद समृद्ध और विविध अनुभवों की आवश्यकता होगी।

कई छात्र–छात्राओं को ऐसे अनुभव हो चुके होंगे जिनसे उन्हें भिन्न की समझ विकसित करने में मदद मिली होगी। न्यून्स (2006) ने अपनी शोध में पाया कि प्राथमिक विद्यालय के छात्र–छात्राओं के पास विभाजन–समस्याएँ हल करते समय पहले ही भिन्न के विषय में कुछ अंतर्दृष्टि होती है:

> वे भिन्न की प्रासंगिक प्रकृति समझते हैं: यदि एक छात्र को एक बड़े केक का आधा मिलता है और दूसरे को एक छोटे केक का आधा मिलता है, तो उन दोनों को केक की समान मात्रा नहीं मिलती। उदाहरण के लिए, उन्हें यह भी पता होता है, कि आप किसी चीज़ को अलग–अलग तरीकों से काटकर उसे साझा कर सकते हैं: इससे बनता है 'अलग–अलग भिन्न, लेकिन अलग–अलग राशि नहीं'। अंत में, वे विभाजक और मात्रा के बीच के व्युत्क्रम संबंध को समझते हैं यानी किसी चीज़ को जितने ज्यादा लोग साझा करते हैं, हर किसी को उतना ही कम मिलेगा।

छात्र–छात्राओं को भिन्नों के बारे में बात करने और शब्दावली का उपयोग करने के लिए प्रेरित करने से भिन्नों से संबंधित कुछ कठिन शब्दावली को समझने में मदद होगी। आपके प्रश्नों में छात्र–छात्राओं को ये दर्शाना चाहिए कि सही शब्दावली कितनी महत्त्वपूर्ण है, ताकि हर किसी को पता चले कि किसके बारे में बात हो रही है।

प्हले, भिन्न के बारे में बात करने के और शब्दों के उपयोग पर ध्यान आकर्षित करने के कुछ तरीके बनाएँ, फिर अपने छात्र–छात्राओं को बातें करने के लिए तैयार करने पर ध्यान केन्द्रित करें। छात्र–छात्राएँ खुद जितने शब्दों का उपयोग करेंगे, उतनी ही अधिक उनकी भिन्न की समझ बढ़ेगी। छात्र–छात्राओं को एक दूसरे से पूछने के लिए प्रश्न तैयार करने के लिए कहना उन्हें आपस में बातें करना आरंभ करवाने का एक अच्छा तरीका है। एक दूसरा तरीका है छात्र–छात्राओं को उनके उत्तर प्राप्त करने में उपयोग किये गये तर्कों का वर्णन करने के लिए कहना।

पहली गतिविधि आपके लिए अपनी कक्षा में भिन्न सीखने से संबंधित मुद्दों के बारे में सोचना है।

गतिविधि 1: भिन्न सीखते हुए अपने छात्र–छात्राओं के बारे में सोचना

सोचिए कि भिन्न सीखने के लिए आपके छात्र–छात्राओं को क्या जानना चाहिए, और अलग–अलग उपायों पर कुछ नोट्स बनाएँ। अपनी पाठ्यपुस्तक का उपयोग करें। यदि आपकी कक्षा बहुवर्गीय है, तो आपको सोचना पड़ेगा कि अलग–अलग छात्र–छात्राओं को भिन्न के बारे में क्या जानना ज़रूरी है:

- किसी राशि का भिन्न पता करना,
- कोई राशि किसी अन्य राशि का कौन सा भिन्न है,
- भिन्नों को आपस में जोड़ते कैसे हैं।

भिन्न के साथ जुड़े प्रत्येक विचार के लिए, उन उपायों से संबद्ध शब्दावली और उसे अभिव्यक्त करने के लिए उनका उपयोग कैसे किया जाता है, उसके बारे में लिखें। उदाहरण के लिए, 'दस का आधा' का मतलब है '10 को 2 से भाग देना', लेकिन इसका मतलब '10 को $\frac{1}{2}$ से गुणा' भी हो सकता है। छात्र $\frac{10}{2}$ भी देख सकते हैं जिसका परिणाम समान है और इस तरह अर्थ में समतुल्य है, लेकिन जिसे '10 में 2 का भाग' या '10 को 2 लोगों में साझा किया गया' के रूप में भी अभिव्यक्त किया जा सकता है।

अपनी कक्षा के कुछ खास छात्र–छात्राओं के बारे में सोचें। कौन सी गतिविधियाँ उन्हें भिन्नों को व्यक्त करने के विभिन्न तरीके और उन व्याख्याओं को दिये गये अलग–अलग अर्थों को समझने में मदद कर सकती हैं?

	यह गतिविधि कक्षा 3 के पाठ 6 भिन्न संख्यायें एवं वर्ग 4 के पाठ 7 भिन्नात्मक संख्यायें पर कार्य करते समय कराया जा सकता है।

2 भिन्नों की समझ विकसित करना

दूसरी गतिविधि छात्र–छात्राओं द्वारा भिन्न की अवधारणाओं को शारीरिक रूप से दर्शाने पर केन्द्रित है। इसे मूर्त रूप भी कहते हैं। आप उन्हें गणितीय विचार दर्शाने के लिए उनके शरीरों का उपयोग करने के लिए कहेंगे। यदि किसी पूर्ण का भिन्न बनाने के लिए छात्र–छात्राएँ स्वयं एक स्थान से उठकर दूसरे स्थान पर जाते हैं, तो वे यह धारणा विकसित करने लगेंगे कि भिन्न क्या है और वे भिन्नों के साथ कैसे काम कर सकते हैं।

इस इकाई में अपने छात्र–छात्राओं के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने से पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह या आंशिक रूप से स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा अगर आप अपने किसी सहकर्मी के साथ मिलकर इसे करने का प्रयास करें क्योंकि स्वयं के अनुभव के आधार पर सिखाना आसान होगा। स्वयं प्रयास करने से आपको छात्र–छात्राओं के अनुभवों के भीतर झाँकने का मौका मिलेगा जिसके फलस्वरूप यह आपके शिक्षण और एक शिक्षक/शिक्षिका के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित करेगा।

गतिविधि 2: शारीरिक रूप से भिन्नों को दर्शाना

तैयारी

पहले एक स्थान बनाएँ, और फिर आठ छात्र–छात्राओं को कक्षा के सामने या ऐसी जगह पर आने को कहें जहाँ से सारी कक्षा उन्हें देख सके।

गतिविधि

- अपने छात्र–छात्राओं को खुद को एक आयत के आकार में व्यवस्थित करने को कहें।
- किसी और को इस समूह को आधे में विभाजित करने को कहें।
- आयत को पुनः बनाएँ, फिर एक दूसरे छात्र–छात्रा को समूह को एक अलग रूप में विभाजित करने को कहें।
- छात्र–छात्राओं से पूछें कि समूह के नये आधे भाग में क्या समान और क्या अलग है।
- अब एक दूसरे छात्र से आठ छात्र–छात्राओं को चौथाई भागों में विभाजित करने को कहें। फिर से पूछें कि क्या इस विभाजन को करने का कोई अलग तरीका है, और चौथाई में विभाजित करने के नये तरीके में क्या समान और क्या अलग है।
- अब छात्र–छात्राओं की संख्या बदलें और इस प्रक्रिया को एक बार फिर दोहराएँ। हो सकता है कि चौथाई में विभाजित करना कठिन हो लेकिन चुनी गई संख्या पर निर्भर करते हुए, आगे पूछते रहें उस संख्या का $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ जब तक कि आप ऐसे भिन्न तक न पहुँच जाएँ जब उस संख्या का विभाजन न हो पाए। छात्र–छात्राओं से पूछें कि आप इन छात्र–छात्राओं का भिन्न क्यों नहीं पा सकते। एक छात्र को टुकड़ों में विभाजित करने की अनुमति नहीं दी जा सकती।
- छात्र–छात्राओं को 12 के समूहों में कार्य करने के लिए कहें। यदि कक्षा 12 के समूहों में समान रूप से विभाजित नहीं होती तो आप प्रत्येक समूह में एक कप्तान नियुक्त कर सकते हैं। उनसे कहें कि उन सभी भिन्नों पर कार्य करें जिनमें आप 12 छात्र–छात्राओं को विभाजित कर सकते हैं।

यह गतिविधि कक्षा 3 के पाठ 6 भिन्न संख्यायें एवं वर्ग 4 के पाठ 7 भिन्नात्मक संख्यायें पर कार्य करते समय कराया जा सकता है।

वीडियो: सोच को बढ़ावा देने के लिए प्रश्न पूछना

केस स्टडी 1: श्रीमती गीता गतिविधि 1 के उपयोग के बारे में बताती हैं।

यह उस शिक्षिका की कहानी है जिन्होंने अपने प्राथमिक छात्र–छात्राओं के साथ गतिविधि 1 का प्रयास किया।

पहले मैंने आठ छात्र–छात्राओं को कक्षा के सामने आने के लिए कहा और एक ऐसी जगह पर आयत के आकार में खुद को जमाने के लिए कहा, जहाँ सारी कक्षा उन्हें देख सके। फिर मैंने छात्रा अनुष्का को आकर इन आठ छात्र–छात्राओं को आधे में विभाजित करने के लिए कहा, जो काफी आसान था।

फिर मैंने कक्षा से पूछा कि क्या आठ छात्र–छात्राओं के समूह को किसी और तरीके से आधे में विभाजित किया जा सकता है। यह थोड़ा चुनौतीपूर्ण साबित हुआ, क्योंकि छात्र–छात्राओं को गणितीय सवालों के केवल एक जवाब होने की आदत थी, तो पहले तो उन्हें लगा कि कहीं अनुष्का तो गलत नहीं है। उन्हें यह स्पष्टीकरण चाहिए था कि यहाँ 'अलग' का क्या अर्थ है। बेशक, जिस भी तरह से उन्होंने छात्र–छात्राओं को आधे में विभाजित किया, हर अर्ध भाग में हमेशा चार छात्र थे। चूँकि मैं इसी उत्तर को खोज रही थी, मैंने उन्हें इन उपायों के बारे में बात करने के लिए समय दे दिया।

फिर मैंने छात्रा नीता से आगे आकर समूह को चौथाई में विभाजित करने को कहा। इस बार छात्र–छात्राएँ ये करने के लिए अलग तरीके सुझा पाए, और वे खुश थे कि हर भाग में हमेशा दो छात्र–छात्रा होंगे।

फिर मैंने छात्र–छात्राओं के एक और समूह को आगे आने को कहा, इस बार छह छात्र–छात्राओं के समूह में। इस बार मैंने उन्हें खुद को दो तरीकों से आधे में विभाजित होने को कहा। मैंने पूछा 'क्या आपको हमेशा एक ही उत्तर मिलता है?' 'जी हाँ' उन्होंने कहा। फिर मैंने पूछा 'आप खुद को और दूसरे किस भिन्न में बाँट सकते हैं?' उन्होंने खुद को चौथाई में बाँटने का प्रयास किया लेकिन वे बाँट नहीं पाये, लेकिन उन्हें यह पता चला कि वे खुद को तीन भागों में बाँट सकते हैं और उन्होंने यह चर्चा की कि इस भिन्न को क्या कहेंगे।

फिर मैंने कक्षा को 12 के समूह में रखा और उनसे पूछा कि वे अपने समूह में कौन से भिन्न बना सकते हैं। एक समूह ने एक बटे बारह का प्रस्ताव दिया, लेकिन ज़्यादातर ने आधे, चौथाई, और एक बटा छह पर कार्य किया।

अपने शिक्षण–अभ्यास के बारे में सोचना

अपनी कक्षा के साथ ऐसा कोई अभ्यास करने के बाद यह सोचें कि क्या ठीक रहा और कहाँ गड़बड़ी हुई। ऐसे प्रश्न सोचें जिनसे छात्र–छात्राओं में रुचि पैदा हो तथा उनके बारे में उन्हें समझाएँ ताकि वे उन्हें हल करके आगे बढ़ सकें। ऐसे चिंतन से वह 'स्क्रिप्ट' मिल जाती है, जिसकी मदद से आप छात्र–छात्राओं के मन में गणित के प्रति रुचि जगा सकते हैं और उसे मनोरंजक बना सकते हैं। अगर छात्र–छात्राओं को समझ नहीं आ रहा है और वे कुछ नहीं कर पा रहे हैं, तो इसका मतलब है कि उनकी इसमें सम्मिलित होने की रुचि नहीं है। जब भी आप गतिविधियाँ करवाएँ तो इस तरह के विचार वाले अभ्यास का उपयोग करें, यह ध्यान रखें कि श्रीमती गीता ने कुछ छोटे परिवर्तन किए जो काफी महत्त्वपूर्ण रहे।

ज़रा सोचिए

ऐसे चिंतन को गति देनेवाले अच्छे प्रश्न निम्नलिखित हो सकते हैं:

- आपकी कक्षा में इसका प्रदर्शन कैसा रहा?
- छात्र–छात्राओं से किस प्रकार की प्रतिक्रिया की आशा नहीं थी और क्यों?
- अपने छात्र–छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?

- क्या किसी भी समय आपको ऐसा लगा कि हस्तक्षेप करना चाहिए?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे आपका क्या कारण था?

3 प्रभावी ढंग से प्रश्न पूछना

शिक्षक/शिक्षिका अपने कार्य में बहुत से प्रश्न पूछते हैं – कुछ शोधकर्ताओं का कहना है कि पढ़ाने के दौरान शिक्षक/शिक्षिका हर दिन लगभग 400 प्रश्न पूछते हैं! शिक्षक/शिक्षिका जितने बेहतर प्रश्न पूछेंगे, उतना ही बेहतर उनका शिक्षण होगा।

अच्छे सवालों के बारे में काफी शोध हो चुका है, उदाहरण के लिए रैग एंड ब्राउन (2001) और हैटी (2008) के द्वारा। शोध का निष्कर्ष यह था कि प्रभावशाली प्रश्न:

- ठोस रूप से अध्याय को सीखने से जुड़े होते हैं,
- छात्र–छात्राओं के पूर्व ज्ञान को आगे बढ़ाते हैं,
- छात्र–छात्राओं को शामिल, आकर्षित और प्रेरित करते हैं,
- उच्च स्तर की सोच (लेकिन बहुत जल्दी नहीं!) को प्रोत्साहित करने के लिए क्रमित किये जाते हैं,
- छात्र–छात्राओं को उनके खुद के ज्ञान को बढ़ाने में सक्षम करते हैं,
- गलत धारणाओं और गलत दिशाओं को उजागर करते हैं,
- सोच और तर्कक्षमता को प्रेरित करते हैं और चुनौती देते हैं।

ज़रा सोचिए

पिछले अध्याय को पढ़ाने के दौरान अपने द्वारा पूछे गये प्रश्नों पर विचार करें:

- क्या उनसे छात्र–छात्राओं को सोचने के लिए चुनौती मिली?
- क्या कोई छोटा सा बदलाव छात्र–छात्राओं की सीख के बारे में कुछ ज़्यादा उजागर कर पाता?
- क्या आपके सवालों ने छात्र–छात्राओं को अपनी सीख को और विकसित करने के लिए और अधिक प्रोत्साहित किया होता?

गतिविधि 3 में आपसे पहले प्रभावी प्रश्न पूछने की तैयारी करने के लिए कहा जाता है, और फिर अपने छात्र–छात्राओं को पढ़ाते समय इन प्रश्नों को आज़माने के लिए कहा जाता है।

गतिविधि 3: भिन्न के बारे में प्रभावी प्रश्न पूछना

भाग 1: प्रभावी प्रश्न पूछने की तैयारी करना

यदि आप गतिविधि के इस भाग को दूसरे शिक्षक/शिक्षिका के साथ कर सकें, तो आप शायद पाएँ कि यह और आसान है।

अगले अध्याय के बारे में सोचें जिसमें आप भिन्न सिखायेंगे। आपके अनुसार छात्र–छात्राओं को क्या जानना चाहिए? उसके बारे में कुछ नोट्स लिख लें।

जो विचार आप चाहते हैं कि वे सीखें, उसके लिए उन्हें किस बात का ज्ञान पहले से होना चाहिए? एक ऐसा प्रश्न पूछें जिससे आप यह जान सकेंगे कि उनके पास वह ज्ञान पहले से है या नहीं। उदाहरण के लिए आप अपने छात्र–छात्राओं से

पूछ सकते हैं: 'क्या तुम मुझे ... का उदाहरण दे सकते हो? और एक? और एक? और एक? और एक?' अधिक उदाहरण पूछने से आपको उनके ज्ञान की सीमा और कुछ छात्र–छात्राओं की गलत धारणाओं के बारे में पता चल सकता है।

वास्तविक दुनिया में भिन्न उपयोग करनेवाले कुछ तरीकों के बारे में सोचें। कोई ऐसा प्रश्न लिखें जिसमें छात्र–छात्राओं को दिलचस्पी हो सकती है या उन्हें आकर्षण हो सकता है क्योंकि वह किसी ऐसी बात पर आधारित है जिसे वे जानते हैं और जिसका उपयोग करते हैं।

अब जो विषय आपको पढ़ाना है उसके बारे में एक आसान सा प्रश्न लिखें और फिर एक कठिन प्रश्न लिखें। प्रश्नों की एक शृंखला लिखें जो आपके छात्र–छात्राओं को चुनौती देगी – लेकिन ज्यादा नहीं!

उन तरीकों के बारे में सोचें जिनके कारण भिन्न में गलतफहमियाँ हो सकती हैं। दो या तीन प्रश्न ऐसे लिखें जिनसे आपको यह पता लगाने में मदद मिलेगी कि आपके छात्र–छात्राओं में ये गलतफहमियाँ हैं या नहीं। आप केस स्टडी 2 में ऐसे प्रश्नों के कुछ उदाहरण देख सकते हैं। थोड़ा आगे की सोच कर रखना भी महत्त्वपूर्ण है कि आप अपने छात्र–छात्राओं के उत्तरों पर कैसी बेहतरीन प्रतिक्रिया दे सकते हैं जो उनकी शिक्षा को मज़बूत करे और उनकी सोच को विस्तारित करे। अपने छात्र–छात्राओं के उत्तरों को कैसे लिया जाए, इस बारे में कुछ विचारों पर मनन करने के लिए आप संसाधन 2 का उपयोग कर सकते हैं।

अब एक ऐसा सवाल लिखें जो आपके छात्र–छात्राओं को तर्क करके समाधान पाने को प्रोत्साहित करेगा। उदाहरण के लिए, 'आपकी बड़ी बहन कभी आपकी बात पर यकीन नहीं करती। उसे आप कैसे यकीन दिलाएँगे कि आपकी विधि कारगर है?'

भाग 2: अपने प्रभावी प्रश्नों का कक्षा में उपयोग करना

अब जबकि आपने ये प्रश्न लिख लिए हैं, तो उन्हें किसी कक्षा में इस्तेमाल करें।

क्या आपको लगा कि इन प्रश्नों का उपयोग करने के कारण कक्षा ने कुछ अधिक सीखा?

अपने छात्र–छात्राओं को भिन्न पर विचार के साथ कार्य करने और चुनौतीपूर्ण सवालों को तर्क की प्रक्रिया से हल करने की अनुमति देने के लिए वास्तविक वस्तुओं का उपयोग करना न भूलें।

गतिविधि 3 का उपयोग वर्ग 3 पाठ 6 भिन्न संख्यायें, वर्ग 4 के पाठ 7 भिन्नात्मक संख्यायें एवं वर्ग 5 के पाठ 5 भिन्न एवं दशमलव भिन्न में किया जा सकता है।

वीडियो: सीखने की योजना बनाना

केस स्टडी 2: श्रीमती सुलता छात्र–छात्राओं से भिन्न के बारे में उनकी समझ जाँचने के लिए प्रश्न पूछती हैं।

गतिविधि 3 के भाग 1 के बारे में सोचने के दौरान, मैंने तय किया कि मैं हमेशा की तरह भिन्न को ब्लैकबोर्ड पर दर्शाकर भिन्न का सामान्य परिचय कराउँगी, लेकिन मैं जो प्रश्न और निर्देश उपयोग करने वाली थी उन्हें एकदम सटीक और दोहराव भरा रखूँगी। मैंने उन्हें एक कागज़ के टुकड़े पर लिखा और अपने डेस्क पर रख लिया ताकि मैं उन्हें भूल न जाऊँ।

मैंने ये प्रश्न और प्रॉम्प्ट (उकसाने वाले प्रश्न) उनसे पूछे:

- मुझे बताएँ आप इस वृत्त को आधे/चौथाई/एक बटा आठ में कैसे विभाजित करेंगे।
  - आप कैसे जानते हैं यह सही है?
  - कृपया अपनी विधि का स्पष्ट रूप से वर्णन करें।
  - क्या कोई किसी और विधि से यह कार्य करेगा?
- इस वृत्त पर मुझे आधा/एक चौथाई/एक बटा आठ दिखाएँ।
  - आप कैसे जानते हैं यह सही है?
  - कृपया अपनी विधि का स्पष्ट रूप से वर्णन करें।
  - क्या कोई किसी और विधि से यह कार्य करेगा?
- इस वृत्त पर मुझे एक तिहाई/एक बटा छह/एक बटा बारह दिखाएँ।
  - आप कैसे जानते हैं यह सही है?
  - कृपया अपनी विधि का स्पष्ट रूप से वर्णन करें।
  - क्या कोई किसी और विधि से यह कार्य करेगा?
- इस वृत्त पर मुझे एक तिहाई/एक बटा पाँच/एक बटा सात दिखाएँ।
  - आप कैसे जानते हैं यह सही है?
  - कृपया अपनी विधि का स्पष्ट रूप से वर्णन करें।
  - क्या कोई किसी और विधि यह कार्य से करेगा?
- इस वृत्त पर मुझे तीन चौथाई/छह बटा आठ दिखाएँ।
  - आप कैसे जानते हैं यह सही है?
  - कृपया अपनी विधि का स्पष्ट रूप से वर्णन करें।
  - क्या कोई किसी और विधि से यह कार्य करेगा?

मैंने चॉक से गोला बनाया। फिर मैंने छात्र–छात्राओं को ब्लैकबोर्ड पर आने के लिए कहा और उनसे प्रश्न पूछे। प्रश्न लिखे होने से मैं ध्यान केन्द्रित कर पायी और मैं जो करना चाहती थी उससे भटकी नहीं। मैंने ये भी देखा कि इसके फलस्वरूप 'शिक्षक/शिक्षिका की बातें' कम और छात्र–छात्राओं की बात और छात्र–छात्राओं का कार्य अधिक हुआ।

ज़रा सोचिए

- अपने छात्र–छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपको लगा कि आपको अपने तैयार किये गये प्रश्नों में कभी कोई फेरबदल करना पड़ा और क्यों?
- आपके अनुसार सीखने को बढ़ावा देने और आपको अपने छात्र–छात्राओं की सोच को समझने में मदद करने में, छात्र–छात्राओं को दिये गये आपके उत्तर कितने प्रभावशाली रहे?

4 प्रभावशाली प्रश्नकर्ता छात्र–छात्राओं को सोचने के लिए समय देते हैं

मैरी बड रो (1986) ने प्रश्न पूछने के बाद शिक्षक/शिक्षिकाओं द्वारा दिये जाने वाले 'प्रतीक्षा समय' पर शोध किया था। 'प्रतीक्षा समय' शांत समय की वह अवधि है जो कि शिक्षक/शिक्षिका कोई प्रश्न पूछने के बाद देते हैं जिससे पहले छात्र–छात्रा से उत्तर अपेक्षित होता है, या वे प्रश्न को अलग शब्दों में पूछते हैं या वो खुद प्रश्न का उत्तर दे देते हैं। उनकी

टीम ने छह सालों में शिक्षक/शिक्षिकाओं द्वारा प्रश्न पूछने की 300 टेप रिकॉर्डिंग का विश्लेषण किया। उन्होंने पाया कि माध्य प्रतीक्षा समय 0.9 सेकंड था।

यदि आप एक ऐसा प्रश्न पूछते हैं जो छात्र–छात्राओं को सोचने पर मजबूर करता है, तो क्या आप वाकई उन्हें सोचने के लिए पर्याप्त समय दे रहे हैं, या आप उन्हें बस तुरंत प्रतिक्रिया देने के लिए समय दे रहे हैं?

बड रो के शोध के दौरान शिक्षक/शिक्षिकाओं को प्रशिक्षण दिया गया था ताकि वे अपने प्रतीक्षा समय को बढ़ा कर तीन से पांच सेकंड का कर सकें। इस बढ़े हुए प्रतीक्षा समय के फलस्वरूप:

- छात्र–छात्रा के उत्तर की लंबाई में वृद्धि
- बिनमाँगे, लेकिन उचित उत्तरों की बढ़ी हुई संख्या
- उत्तर देने में विफलता में कमी
- उत्तर पर आत्मविश्वास में वृद्धि
- छात्र–छात्राओं द्वारा दूसरे छात्र से अपने उत्तरों की तुलना करने की घटनाओं में वृद्धि
- प्रस्तावित किये गये वैकल्पिक वर्णनों की संख्या में अत्यधिक वृद्धि।

दूसरे शब्दों में, छात्र–छात्राओं के पास सोचने के लिए अधिक समय था और इससे कक्षा में चलने वाली चर्चा का स्तर (और गुणवत्ता) बढ़ गया, और इसका अर्थ यह हुआ कि शिक्षक/शिक्षिकाओं को उनके छात्र–छात्राओं की सोच के बारे में अधिक पता चला और वे किसी भी गलतफहमी को दूर कर सकते थे। प्रतीक्षा समय को बढ़ाना आसान नहीं है शुरूआत में यह थोड़ा अजीब लग सकता है, लेकिन यदि आप चाहते हैं कि आपके छात्र–छात्रा सोचें, तो उन्हें पर्याप्त समय दिया जाना चाहिए।

गतिविधि 4 में आपसे इसी तरह अपनी कक्षा में प्रतीक्षा समय बढ़ाने के लिए कहा जाता है।

गतिविधि 4: प्रतीक्षा समय बढ़ाना

बड रो के शोध में शिक्षक/शिक्षिकाओं की तरह, अपने अगले अध्याय में छात्र–छात्राओं को उत्तर देने का प्रतीक्षा समय पाँच सेकंड तक बढ़ा दें। अध्याय के बाद बताएँ आपने क्या देखा:

- छात्र–छात्रा के उत्तर की लंबाई में वृद्धि
- बिनमाँगे, लेकिन उचित उत्तरों की बढ़ी हुई संख्या
- उत्तर देने में विफलता में कमी
- उत्तर पर आत्मविश्वास में वृद्धि
- छात्र–छात्राओं द्वारा दूसरे छात्र–छात्रा से अपने उत्तरों की तुलना करने की घटनाओं में वृद्धि
- प्रस्तावित किये गये वैकल्पिक वर्णनों की संख्या में अत्यधिक वृद्धि।

अगली गतिविधि में ऐसे कई विचारों को एक साथ जोड़ा गया है जिन पर अब तक चर्चा की जा चुकी है। इसमें सुझाया गया है कि आप:

- छात्र–छात्राओं से, कुछ चुनौतीपूर्ण प्रश्नों के जवाब देने के लिए ठोस वस्तुओं के साथ कार्य करने को कहें
- छात्र–छात्राओं से, साथ में कार्य करने को कहें ताकि वे एक दूसरे की सहायता कर सकें
- उन्हें सोचने के लिए अधिक समय दें।

गतिविधि 5: भिन्न के बारे में सीखना

तैयारी

यह गतिविधि एक उदाहरण है कि छात्र–छात्राओं को भिन्न की समझ को बढ़ाने में किस तरह की समृद्ध गतिविधि की आवश्यकता है। इस कार्य के लिए आपको कागजी प्लेट, या समान आकार के आयतों में कटे कार्ड की आवश्यकता होगी।

छात्र–छात्राओं को तीन या चार के समूह में कार्य करने के लिए व्यवस्थित करें, और उन्हें कागजी प्लेट या कार्ड का एक बंडल दे दें। इसे तैयार करने में खुद की मदद के लिए आप शायद प्रमुख संसाधन 'समूह कार्य का उपयोग' पर नज़र डालना चाहें।

गतिविधि

- पहले अपने छात्र–छात्राओं को आपको आधी प्लेट, और फिर चौथाई प्लेट दिखाने को कहें। यह महत्त्वपूर्ण है कि आप उन्हें यहाँ एक प्लेट लेने के बारे में न बताएँ; उन्हें यह खुद ही सोचने दीजिए।
- अब हर समूह को प्लेट की मदद से 'छह का आधा' दिखाने को कहें।

सुनिश्चित करें कि आगे बढने से पहले हर कोई कर पा रहा है।

- छात्र–छात्राओं से ऐसी कई भिन्न समस्याएँ सुझाने को कहें जो वे प्लेट की मदद से हल कर सकते हैं। हर बार कक्षा से प्लेट की मदद से समाधान बताने को कहें। यदि वे बस एक प्लेट की मदद से प्रश्न नहीं सुझा पाते तो उन्हें बताएँ।

इसके पीछे कारण है हर किसी को भिन्न से खेलने के लिए और यह विचार करने के लिए कि भिन्न क्या हैं, थोड़ा समय देना।

- छात्र–छात्राओं से पूछें कि जिन दो प्रकार के प्रश्नों पर उन्होंने अब तक काम किया है उनमें समान क्या है और अलग क्या है। इससे छात्र–छात्राओं को कुछ अलग तरीके समझ में आएँगे जिनके तहत गणित में भिन्न का उपयोग किया जाता है।

चित्र 1: छात्र–छात्राओं का एक समूह भिन्न सीखने के लिए प्लेटों का उपयोग करते हुए

अब उन समस्याओं पर जाएँ जो इन दो विचारों को मिलाती हैं।

- कक्षा से पहले 12 का $\frac{1}{4}$ ढूँढ़ने के लिए कहें, और फिर 13 का $\frac{1}{4}$ ढूँढने के लिए कहें।
- जब कक्षा को इसे हल करने का समय मिल चुका हो, एक समूह से उस प्रक्रिया का वर्णन करने को कहें जिससे होकर उन्हें दूसरी समस्या को हल करने के लिए गुज़रना पड़ा।
- अब छात्र–छात्राओं से यह सुझाने को कहें कि वे गणितीय संकेतन का उपयोग करके समस्या और उसका उत्तर कैसे दर्ज कर सकते हैं। इस पर समय बिताएँ, क्योंकि यह महत्त्वपूर्ण है कि छात्र–छात्रा समस्याओं को लिखने के तरीके और प्लेट के साथ वे क्या कर रहे हैं, इसके बीच के संबंध को पहचान पाएँ।
- अब कक्षा को प्लेट का उपयोग करके अन्य 'कठिन भिन्न समस्याओं' को हल करने के लिए कहें, उदाहरण के लिए, 12 का $\frac{1}{5}$, या 10 का $\frac{1}{4}$, जिसमें दो प्लेटों को साझा करना होता है।
- एक बार फिर, सुझाव माँगें और चर्चा करें कि इन उपायों को कैसे लिखा जाना चाहिए।
- हर समूह को दूसरे समूह के लिए भिन्न की एक आसान समस्या और एक कठिन समस्या बनाने को कहें। प्रत्येक समूह को उनके उत्तर दर्ज करने को कहें।

गतिविधि 5 का उपयोग वर्ग 3 पाठ 6 भिन्न संख्यायें, वर्ग 4 के पाठ 7 भिन्नात्मक संख्यायें एवं वर्ग 5 भिन्न एवं दशमलव भिन्न में और आगे के वर्गों में भी किया जा सकता है।

केस स्टडी 3: श्री फिलिप गतिविधि 5 का उपयोग करने पर विचार करते हैं

मैंने प्रत्येक समूह को 12 कागजी प्लेट दीं। प्लेट छात्र–छात्राओं की सोच को सहायता देने के लिए थी कि भिन्न का अर्थ समान रूप से साझा करना है।

पहले, मैंने उन्हें प्लेट को चौथाई में विभाजित करने का कार्य दिया। मैंने कई समूहों को चौथाई में विभाजित करने की प्रक्रिया के बारे में बात करने को कहा। फिर मैंने उन्हें 12 प्लेटों को तिहाई में बाँटने को कहा। जब उन्होंने यह कर लिया, तो मैंने एक बार फिर छात्र–छात्राओं से यह वर्णन करने को कहा कि उन्होंने यह कैसे कर लिया। मैंने यह सुनिश्चित किया कि हर कोई जिस भी वस्तु के साथ कार्य कर रहा था, इस मामले में प्लेट, वह उसे साझा करने में पूरी तरह से सहज था। छात्र–छात्राओं को भी समूहों में कार्य करने और सहयोग करने और कार्य को पूरा करने में बहुत आनंद आया।

फिर, मैंने तय किया कि कक्षा एक अधिक चुनौतीपूर्ण प्रश्न के लिए तैयार थी। मैंने प्रत्येक समूह को एक और प्लेट दी, तो अब उनके पास 13 प्लेटें थीं, और फिर से उन्हें प्लेटों को चौथाई और तिहाई में बाँटने के लिए कहा। इस बार छात्र–छात्राओं ने पाया कि उन्हें अतिरिक्त प्लेट को उपविभाजित करना पड़ेगा ताकि प्लेटों को चौथाई और तिहाई में समान रूप से साझा किया जा सके।

इस बार मैंने फ़ीडबैक (प्रतिपुष्टि) सत्र पर अधिक समय खर्च किया ताकि यह सुनिश्चित हो कि हर किसी को यह कारण समझ में आ सके कि एक प्लेट को उपविभाजित क्यों करना पड़ा। फिर मैंने कक्षा को प्लेटों को तिहाइयों में विभाजित करने को कहा, और इस बार मैंने उन्हें कैंचियाँ भी दीं। कई छात्र–छात्राओं ने अच्छे कारण दिये कि अतिरिक्त प्लेट को उन्हें क्यों विभाजित करना पड़ा, लेकिन समूह में काम करने से उन्हें यह मदद मिली कि सारी कक्षा को कहने से पहले उन्होंने आपस में अपने विचारों को आज़मा लिया।

ज़रा सोचिए

- अपने छात्र–छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या किसी भी समय आपको ऐसा लगा कि हस्तक्षेप करना चाहिए?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- क्या आपने श्री फिलिप की तरह कार्य में किसी तरह का कोई फेरबदल किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे आपके क्या कारण थे?

5 सारांश

इस इकाई में भिन्न पढ़ाने पर ध्यान केन्द्रित किया गया है, लेकिन आपने यह भी सीखा कि ऐसे प्रश्न कैसे पूछे जाएँ जो छात्र–छात्राओं को सोचने का मौका दें और छात्र–छात्राओं को सोचने के लिए पर्याप्त समय देने के महत्त्व के बारे में भी जाना।

यह इकाई अध्ययन करते समय आपने सोचा कि भिन्न के बारे में छात्र–छात्राओं के विचारों को विकसित करने में कैसे उन्हें सक्षम करें, और यह भी कि यदि छात्र–छात्राओं को भिन्नों के बारे में सीखना, समझना और विचारों का उपयोग करना है तो उन्हें समृद्ध और विविध गतिविधियाँ उपलब्ध कराना कितना आवश्यक है।

आपने यह भी देखा कि शिक्षण में बेहतर बनने के लिए सीखने की क्रिया पर विचार करना, और सीखना कैसे होता है, ये दोनों कितने महत्त्वपूर्ण हैं।

ज़रा सोचिए

- इस इकाई में सीखी गई उन तीन तकनीकों अथवा कार्यनीतियों को पहचानें जिनका उपयोग आप गणित की भावी कक्षाओं में कर सकते हैं, और उन दो विचारों को पहचानें जिन्हें आप आगे और समझना चाहते हैं।

संसाधन

संसाधन 1: एनसीएफ/एनसीएफटीईः शिक्षण आवश्यकताएँ

यह इकाई NCF (2005) तथा NCFTE (2009) की निम्न शिक्षण आवश्यकताओं से जोड़ता है तथा उन आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगा:

- छात्र–छात्राओं को उनके सीखने में सक्रिय प्रतिभागी के रूप में देखें न कि सिर्फ ज्ञान प्राप्त करनेवाले के रूप में; ज्ञान–निर्माण के लिए उनकी क्षमताओं को कैसे प्रोत्साहित करें; रटनेवाली पद्धतियों से सीखने को दूर कैसे ले जाएँ।
- छात्र–छात्राओं को गणित को किसी ऐसी चीज़ के रूप में लेने दें जिसके बारे में वे बातें करें, जिसके द्वारा संवाद करें, जिसकी आपस में चर्चा करें, जिस पर साथ मिलकर कार्य करें।
- छात्र–छात्राओं को महत्त्वपूर्ण गणित सीखने दें और देखें कि गणित, सूत्रों और यांत्रिक प्रक्रियाओं से कहीं ज़्यादा है।

संसाधन 2: छात्र–छात्राओं से उत्तर प्राप्त करना

आपका प्रतिवचन महत्त्वपूर्ण है

आप दिये गये सभी उत्तरों को जितने सकारात्मक ढंग से स्वीकार करते हैं, छात्र–छात्रा भी उतना ही ज्यादा सोचना और कोशिश करना जारी रखेंगे। यह सुनिश्चित करने के कई तरीके हैं कि गलत उत्तरों और गलत धारणाओं को सुधार दिया जाए, और यदि एक छात्र–छात्रा के मन में कोई गलत विचार है, तो आप निश्चित रूप से यह मान सकते हैं कि कई अन्य छात्र–छात्राओं के मन में भी वही गलत धारणा होगी। आप निम्नलिखित का प्रयास कर सकते हैं:

- उत्तरों के उन हिस्सों को चुन सकते हैं, जो सही हैं और एक सहायक ढंग से छात्र से अपने उत्तर के बारे में थोड़ा और सोचने के लिए कह सकते हैं। यह ज्यादा सक्रिय भागीदारी को प्रोत्साहित करता है और आपके छात्र–छात्राओं की अपनी गलतियों से सीखने में मदद करता है। अग्रलिखित टिप्पणी यह दर्शाती है कि आप ज्यादा मददगार ढंग से किस प्रकार से गलत उत्तर पर प्रतिक्रिया दे सकते हैं: 'आप वाष्पीकरण से बनते बादलों के बारे में सही थे लेकिन मुझे लगता है कि हमें बारिश के बारे में आपने जो कहा है उसके बारे में थोड़ा और पता लगाने की जरूरत है। क्या आपमें से कोई और इस बारे में कुछ बता सकता है?'
- छात्र–छात्राओं से मिलनेवाले सभी उत्तर ब्लैकबोर्ड पर लिखें, और उनसे पूछें कि वे इनके बारे में क्या सोचते हैं। उनके अनुसार कौन-से उत्तर सही हैं? कोई अन्य उत्तर देने का कारण क्या रहा होगा? इससे आपको यह समझने का एक मौक़ा मिलता है कि आपके छात्र–छात्रा किस तरीके से सोच रहे हैं और आपके छात्र–छात्राओं को भी एक मित्रवत् तरीके से अपनी गलत धारणाओं को सुधारने का अवसर मिलता है।

सभी उत्तरों को ध्यान से सुनकर और आगे समझाने के लिए छात्र–छात्राओं को प्रेरित करके उन्हें महत्त्व दें। उत्तर चाहे सही हो या गलत, लेकिन यदि आप छात्र–छात्राओं से अपने उत्तरों को विस्तार में समझाने को कहते हैं, तो अक्सर छात्र–छात्रा अपनी गलतियाँ खुद ही सुधार लेंगे। आप एक विचारशील कक्षा का विकास करेंगे और आपको वास्तव में पता चलेगा कि आपके छात्र–छात्रा कितना सीख गये हैं और अब किस तरह आगे बढ़ना चाहिए। यदि गलत उत्तर देने पर अपमान या सज़ा मिलती है, तो दोबारा शर्मिंदगी या डाँट के डर से आपके छात्र–छात्रा कोशिश करना ही छोड़ देंगे।

उत्तरों की गुणवत्ता को बेहतर बनाना

यह महत्त्वपूर्ण है कि आप प्रश्नों का एक ऐसा क्रम अपनाने की कोशिश करें, जो सही उत्तर पर ख़त्म न होता हो। सही उत्तरों के बदले फॉलो-अप प्रश्न पूछने चाहिए, जो छात्र–छात्राओं का ज्ञान बढ़ाते है और उन्हें शिक्षक / शिक्षिका के साथ जुड़ने का मौका देते है। ऐसा आप इसके लिए पूछकर कर सकते हैं:

- एक *कैसे* या एक *क्यों*
- उत्तर देने का एक और तरीका,
- एक बेहतर शब्द,
- किसी उत्तर को सही साबित करने के लिए प्रमाण,
- संबंधित कौशलों का एकीकरण,
- उसी कौशल या तर्क का किसी नई स्थिति में अनुप्रयोग।

ज्यादा गहराई में जाकर सोचने में छात्र–छात्राओं की मदद करना और उनके उत्तरों की गुणवत्ता को बेहतर बनाना आपकी भूमिका का बहुत ही महत्त्वपूर्ण हिस्सा है। निम्नलिखित कौशल अधिक उपलब्धि हासिल करने में छात्र–छात्राओं की मदद करते हैं:

- **प्रोत्साहन** के लिए छात्र–छात्राओं को उचित संकेत देने की ज़रूरत पड़ती है – ऐसे संकेत जिनसे छात्र–छात्राओं को उनके प्रश्नों को विकसित करने और सुधार में मदद मिलती हो। उत्तर में सही क्या है, आप पहले इसे चुनकर इसके बाद जानकारी, आगे के प्रश्न तथा अन्य संकेत दे सकते हैं। ('तो अगर आप कागज के अपने हवाई जहाज के आखिर में वजन रखते हैं तो क्या होगा?')
- **जाँच-पड़ताल**, अधिक जानकारी पाने की कोशिश करने, एक अव्यवस्थित उत्तर को या आंशिक रूप से सही उत्तर को सुधारने की कोशिश में छात्र जो कहना चाहते हैं, उसे स्पष्ट करने में उनकी मदद करने से संबंधित है। ('तो इस सबका जो अर्थ है उसके बारे में आप मुझे और क्या बता सकते हैं?')
- **फिर से ध्यान केंद्रित करना**, सही उत्तरों के आधार पर छात्र–छात्राओं के ज्ञान को उस ज्ञान से जोड़ने से संबंधित होता है, जिसकी उन्होंने पहले रचना की है। यह उनकी समझदारी को विस्तारित करता है। ('आपकी बात सही है, लेकिन पिछले सप्ताह हम अपने स्थानीय पर्यावरण विषय के बारे में जो पढ़ रहे थे, यह उससे किस प्रकार संबंधित है?')
- **प्रश्नों को क्रमिक रूप से रखने** का अर्थ है, ऐसे क्रम में प्रश्न पूछना, जिन्हें सोच का विस्तार करने हेतु बनाया गया है। प्रश्नों के द्वारा छात्र–छात्राओं को सारांश बनाने, तुलना करने, समझाने और विश्लेषण करने की प्रेरणा मिलनी चाहिए।

ऐसे प्रश्न तैयार करें, जिनसे छात्र–छात्राओं को सोचने की प्रेरणा मिले, लेकिन उन्हें इतनी ज्यादा भी चुनौती न दें कि प्रश्न का अर्थ ही खो जाए। ('स्पष्ट करें कि आप अपनी पहले की समस्या से किस प्रकार उबरे। उससे क्या फर्क पड़ा? आपको क्या लगता है आगे आपको किस चीज का सामना करने की जरूरत पड़ेगी?')

- **सुनने** से आप न केवल अपेक्षित उत्तर पर गौर करने में समर्थ होते हैं, बल्कि इससे आप असाधारण या नवाचारी उत्तरों के प्रति सतर्क भी होते हैं, जिसकी, हो सकता है कि आपको अपेक्षा न रही हो। इससे यह भी दिखाई देता है कि आप छात्र–छात्राओं के विचारों को महत्त्व देते हैं और इसलिए इस बात की ज्यादा संभावना होती है कि वे सुविचारित उत्तर देंगे। इस तरह के उत्तर भ्रांतियों को चिह्नांकित कर सकते हैं, जिन्हें ठीक करने की जरूरत होती है अथवा वे एक नयी पहुँच दर्शा सकते हैं, जिन पर आपने विचार नहीं किया हो। ('मैंने इसके बारे में सोचा नहीं था। आप इस तरह से क्यों सोचते हैं, इसके बारे में मुझे और जानकारी दें।')

एक शिक्षक/शिक्षिका के रूप में, आपको ऐसे प्रश्न पूछने चाहिए जो प्रेरित करनेवाले और चुनौतीपूर्ण हों, ताकि आप अपने छात्र–छात्राओं से रोचक और नये–नये कल्पनाशील उत्तर पा सकें। आपको उन्हें सोचने का समय देना चाहिए और आप सचमुच यह देखकर चकित रह जाएँगे कि आपके छात्र–छात्रा कितना कुछ जानते हैं और आप सीखने में उनकी प्रगति में कितनी अच्छी तरह मदद कर सकते हैं।

याद रखें कि प्रश्न यह जानने के लिए नहीं पूछे जाते कि शिक्षक/शिक्षिका क्या नहीं जानते हैं, बल्कि वे यह जानने के लिए पूछे जाते हैं कि छात्र–छात्रा क्या जानते हैं। यह याद रखना महत्त्वपूर्ण है कि आपको कभी भी अपने खुद के प्रश्नों का जवाब नहीं देना चाहिए! आखिरकार यदि छात्र–छात्राओं को यह पता ही हो कि वे आगे कुछ सेकंड तक चुप रहते हैं, तो आप खुद ही उत्तर दे देंगे, तो फिर उन्हें उत्तर देने का प्रोत्साहन कैसे मिलेगा?

अतिरिक्त संसाधन

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: https://www.ncetm.org.uk/
- National STEM Centre: http://www.nationalstemcentre.org.uk/
- National Numeracy: http://www.nationalnumeracy.org.uk/home/index.html
- BBC Bitesize: http://www.bbc.co.uk/bitesize/
- Khan Academy's math section: https://www.khanacademy.org/math
- NRICH: http://nrich.maths.org/frontpage
- Art of Problem Solving's resources page: http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php
- Teachnology: http://www.teach-nology.com/worksheets/math/
- Math Playground's logic games: http://www.mathplayground.com/logicgames.html
- Maths is Fun: http://www.mathsisfun.com/
- Coolmath4kids.com: http://www.coolmath4kids.com/
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm

- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 1 ('Aspects of Teaching Mathematics'), Block 2 ('Numbers (I)'), Block 3 ('Numbers (II)'), Block 4 ('Fractions'): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 4 ('On Spatial Learning'), Block 5 ('Exploring Numbers'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html
- *Manual of Mathematics Teaching Aids for Primary Schools*, published by NCERT: http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/pks-primarymanual.pdf
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremjifoundation.org/Foundation_Publications
- Textbooks developed by the Eklavya Foundation with activity-based teaching mathematics at the primary level: http://www.eklavya.in/pdfs/Catalouge/Eklavya_Catalogue_2012.pdf
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including *List of Hands-on Activities in Mathematics for Classes III to VIII*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': http://cbse.nic.in/welcome.htm

संदर्भ/संदर्भग्रंथ सूची

Bell, A. (1987) 'Diagnostic teaching 3: provoking discussion', *Mathematics Teaching*, vol. 118, pp. 21–3.

Budd Rowe, M. (1986) 'Wait time: slowing down may be a way of speeding up!', *Journal of Teacher Education*, vol. 43, pp. 44–50. Abstract available from: http://jte.sagepub.com/cgi/content/abstract/37/1/43 (accessed 3 February 2014).

Hastings, S. (2003) 'Questioning', *TES Newspaper*, 4 July. Available from: http://www.tes.co.uk/article.aspx?storycode=381755 (accessed 22 September 2014).

Hattie, J. (2008) Visible Learning: A Synthesis of Over 800 Meta-analyses Relating to Achievement, New York, NY: Routledge.

Hattie, J. (2012) Visible Learning for Teachers: *Maximising the Impact on Learning.* Abingdon: Routledge.

National Council for Teacher Education (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education* (online). New Delhi: NCTE. Available from: http://www.ncte-india.org/publicnotice/NCFTE_2010.pdf (accessed 3 February 2014).

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework* (NCF), New Delhi: NCERT.

Nunes, T. (2006) *Fractions: Difficult but Crucial in Mathematics Learning*, Teaching and Learning Research Brief, Economic and Social Research Council, UK. Available from: http://www.tlrp.org/pub/documents/no13_nunes.pdf (accessed 3 February 2014).

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

Wragg, E. and Brown, G. (2001) *Questioning in the Secondary School*. London: RoutledgeFalmer.

Zack, V. and Graves, B. (2001) 'Making mathematical meaning through dialogue: "Once you think of it, the Z minus three seems pretty weird"', *Educational Studies in Mathematics,* vol. 46, pp. 229–71.

अभिस्वीकृतियाँ

यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/) के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है, जब तक कि अन्यथा निर्धारित न किया गया हो। यह लाइसेंस TESS-India, OU और UKAID लोगो के उपयोग को वर्जित करता है, जिनका उपयोग केवल TESS-India परियोजना के भीतर अपरिवर्तित रूप से किया जा सकता है।

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएँ करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत भर के उन शिक्षक प्रशिक्षकों, प्रधानाध्यापकों, शिक्षकों और छात्र–छात्राओं के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन यूनिवर्सिटी के साथ काम किया है।