

गणितीय कहानियाँ: शब्द समस्याएँ



भारत में विद्यालय आधारित
समर्थन के माध्यम से शिक्षक
शिक्षा
www.TESS-India.edu.in



<http://creativecommons.org/licenses/>



संदेश



शिक्षकों को बाल केंद्रित कक्षा अभ्यास की ओर उन्मुख करने तथा शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्देश्यों को सम्मुख रखते हुए TESS-India राष्ट्रीय स्तर पर कार्यरत है। इस दिशा में TESS-India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) का विकास किया गया है। ये संसाधन शिक्षकों तथा शिक्षक-प्रशिक्षकों के वृत्ति विकास (Professional development) में लाभकारी एवं उपयोगी सिद्ध होंगे। राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के नेतृत्व में इन संसाधनों का स्थानीयकृत किया गया है, जिसके अन्तर्गत इनके उद्देश्य के मूल को बरकरार रखते हुए इनमें स्थानीय, भाषा, बोली, प्रथाओं, संस्कृतियों तथा नियमों को सम्मिलित किया गया है। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता एवं सुगमता पूर्वक किया जा सकता है।

राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के मार्गदर्शन में TESS-India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) नेट पर आप सभी के लिए सुलभ उपलब्ध है।

शुभकामनाओं सहित।

(डॉ० मुरली मनोहर सिंह)

निदेशक

एस०सी०ई०आर०टी०, बिहार

समीक्षा एवं दिशाबोध
डॉ. मुरली मनोहर सिंह, निदेशक राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. सैयद अब्दुल मोईन, विभागाध्यक्ष, अध्यापक शिक्षा विभाग, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. कासिम खुशीद, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्
डॉ. इम्तियाज आलम, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. स्नेहाशीष दास राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. अर्चना, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. रीता राय, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
श्री तेज नारायण प्रसाद, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार

स्थानीयकरण
भाषा और शिक्षा
डॉ. ज्ञानदेव मणि त्रिपाठी, प्राचार्य, मैत्रेय कॉलेज ऑफ एडुकेशन एण्ड मैनेजमेंट, हाजीपुर, वैशाली
श्री सुमन सिंह, प्रखंड साधनसेवी, भगवानपुर हाट, सिवान
श्री कात्यायान कुमार त्रिपाठी, प्राथमिक विद्यालय चैलीटाल, पटना
श्री कृत प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, हिलसा, नालंदा
प्राथमिक अंग्रेजी
श्री अरशद रजा, सहायक शिक्षक, प्राथमिक विद्यालय, पचासा रहुई, नालंदा
श्री संतोष सुमन, सहायक शिक्षक, बालिका उच्च विद्यालय, महुआबाग
श्री शशि भूषण पाण्डेय, सहायक शिक्षक, उत्कर्मित मध्य विद्यालय, मुकुन्दपुर, नालंदा
श्रीमती रचना त्रिवेदी, शिक्षिका, नोट्रेडेम अकादमी, पटना
माध्यमिक अंग्रेजी
श्री मणिशंकर, प्रधानाध्यापक, तारामणी भगवानसाव उच्च माध्यमिक विद्यालय, कोइलवर, भोजपुर
डॉ. ब्रजेश कुमार, शिक्षक, पी. एन. एंग्लो संस्कृत माध्यमिक विद्यालय, नया टोला, पटना
प्राथमिक गणित
श्री कृष्ण कान्त ठाकुर
श्री दिलीप कुमार, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, बुलनी हैदरपुर, नालंदा
श्री गोविन्द प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, चनपटिया, पश्चिमी चम्पारण
माध्यमिक गणित
डॉ. राकेश कुमार, भागलपुर डायट
श्री रिजवान रिजवी, उत्कर्मित मध्य विद्यालय, सिलौटा चाँद, कैमूर
श्री इन्द्रभूषण कुमार, शिक्षक, सहयोगी माध्यमिक विद्यालय, हाजीपुर, वैशाली
प्राथमिक विज्ञान
श्री मनोज त्रिपाठी, प्रखंड साधनसेवी, बरहारा, भोजपुर
श्री शशिकान्त शर्मा, प्रखंड साधनसेवी, आरा, भोजपुर
श्री रणबीर सिंह, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, आदर्श आवासीय मध्य विद्यालय शिक्षक संघ, सहरसा
माध्यमिक विज्ञान
श्री जी.वी.एस.आर प्रसाद
श्री मुकुल कुमार, शिक्षक, सहायक शिक्षक, गोरखनाथ सूर्यदेव माध्यमिक विद्यालय, राजापाकर वैशाली


TESS-India (Teacher Education Through School Based Support) का लक्ष्य है भारत में मुक्त शैक्षिक संसाधनों के द्वारा प्राथमिक और माध्यमिक स्तरों पर शिक्षकों के कक्षा अभ्यासों को बेहतर करना। ये संसाधन शिक्षकों के छात्र-केन्द्रित, भागीदारी दृष्टिकोण को विकसित करने में सहायता करेंगे।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन (**Open Education Resources – OERs**) शिक्षकों को स्कूल की पाठ्यपुस्तक के लिए सहायक पुस्तिका प्रदान करते हैं। ये संसाधन शिक्षकों के लिए गतिविधियाँ प्रदान करते हैं जो वे कक्षा में अपने छात्रों के साथ कर सकते हैं। साथ ही इनमें केस स्टडी भी हैं जो ये दर्शाते हैं कि किस प्रकार दूसरे शिक्षकों ने उस विषय को सिखाया है। संबंधित संसाधन शिक्षकों को पाठ योजना बनाने में और विषय पर ज्ञान वर्धन करने में उनकी सहायता करते हैं।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल हैं। ये भारतीय तथा अंतर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार किये गये हैं और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट उपयोग के लिए उपलब्ध है (<http://www.tess-india.edu.in>) / मुक्त शैक्षिक संसाधन अनेकों संस्करणों में उपलब्ध हैं जो प्रत्येक राज्य के लिए उपयुक्त है जहाँ TESS India कार्यरत है। उपयोगकर्ता इन संसाधनों को अनुकूल और स्थानीयकृत करने के लिए स्वतंत्र हैं ताकि ये स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को पूरा कर सकें।

TESS-India मुक्त विश्वविद्यालय, ब्रिटेन के नेतृत्व में तथा ब्रिटेन की सरकार द्वारा वित्त-पोषित है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई की कुछ गतिविधियों के साथ निम्न प्रतीक का उपयोग किया गया है:  . इससे संकेत मिलता है कि निर्दिष्ट अध्यापन संबंधी थीम के लिए TESS-India वीडियो संसाधनों को देखना आपके लिए उपयोगी होगा।

TESS-India वीडियो संसाधन भारत में अनेक प्रकार की कक्षाओं के संदर्भ में मुख्य अध्यापन तकनीकों का वर्णन करते हैं। हमें आशा है कि वे आपको इसी प्रकार के अभ्यासों के साथ प्रयोग करने के लिए प्रेरित करेंगे। उनका उद्देश्य पाठ (टेक्स्ट) पर आधारित इकाइयों के माध्यम से काम करने के आपके अनुभव का पूरक होना और उसे बढ़ाना है।

TESS-India वीडियो संसाधनों को ऑनलाइन देखा या TESS-India की वेबसाइट, <http://www.tess-india.edu.in/> से डाउनलोड किया जा सकता है। वैकल्पिक रूप से, आप ये वीडियो सीडी या मेमोरी कार्ड के माध्यम से भी देख सकते हैं।

संस्करण 2.0 EM04v1

Bihar

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>

TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है

शब्द समस्याएँ अक्सर वास्तविक जीवन और गणित की कक्षा के बीच के विभाजन को पाटने के एक तरीके के रूप में देखी जाती हैं। हालांकि दुनिया भर के छात्र-छात्रा शब्द समस्याओं वाली परीक्षाओं में अक्सर खराब प्रदर्शन करते हैं। जोड़ना, घटाना, गुणा या भाग जैसी गणितीय विधियों को करने के तकनीकी कौशल में दक्षता हासिल करने के बाद भी, छात्र-छात्राओं को ऐसी शब्द समस्याओं के समाधान करना कठिन लग सकता है जिनमें उन दक्षता प्राप्त तकनीकों को लागू करना शामिल हो (मोराल्स एवं अन्य, 1985)।

इस इकाई में निम्न के द्वारा इस विषय को समझने में छात्र-छात्राओं को मदद करने पर ध्यान केंद्रित किया जाएगा:

- शब्द समस्याओं को अलग ढंग से व्यक्त करके
- छात्र-छात्राओं से खुद कहानियां बना कर शब्द समस्याएं रचने के लिए कह कर।

आप इस इकाई में सीख सकते हैं

- आपके छात्र-छात्राओं को अधिक प्रभावी रूप से शब्द समस्याओं की व्याख्या करने में किस प्रकार मदद करें।
- शब्द समस्याओं को समझने के लिए कथावाचन को एक साधन के रूप में उपयोग करने में आपके छात्र-छात्राओं के मार्गदर्शन के लिए कुछ उपाय।
- कहानियों के सृजन द्वारा गणितीय कथनों को व्यक्त करने में छात्र-छात्राओं की किस प्रकार मदद करें।

इस इकाई का संबंध NCF (2005) और NCFTE (2009) की दर्शाई गई शिक्षण आवश्यकताओं से है। संसाधन 1।

1 शब्द समस्याएँ: कहानियों के रूप में



ज़रा सोचिए

- आपकी अपनी कक्षा के बारे में सोचते हुए, आपके छात्र-छात्राओं द्वारा शब्द समस्याओं को किस तरह देखा जाता है? क्या वे उन्हें पसंद करते हैं? क्या छात्र-छात्राओं को वे समस्याएं बेहद कठिन लगती हैं? आपको ऐसा क्यों लगता है?
- गणित सीखने वाले के रूप में अपने अनुभवों के बारे में सोचने पर, आप शब्द समस्याओं को कैसे देखते थे? आपको यह समझने में किसने मदद की कि उनका सामना कैसे किया जाए?

विद्यालय के गणित को छात्र-छात्राओं के लिए उपयोगी और सार्थक बनाने में शब्द समस्याएं महत्वपूर्ण भूमिका निभा सकती हैं। कक्षा के सन्दर्भ के साथ रोज़मर्रा के कारणों को जोड़ने के अलावा वे विद्यालय गणित को रोज़ाना की स्थितियों और समस्याओं के साथ जोड़ सकते हैं और इसका विपरीत भी सही है। इसलिए यह बहुत महत्वपूर्ण है कि छात्र-छात्राओं को न केवल शब्द समस्याओं को सुलझाने का मौका दिया जाए बल्कि उन्हें उन्हें खुद रचने का भी मौका दिया जाए।

शब्द समस्याओं के साथ कार्य करते समय कठिनाइयां तब पैदा हो सकती हैं जब छात्र-छात्रा उस सन्दर्भ को समझने का प्रयास करते हैं और उनके सामने ऐसे शब्द और अभिव्यक्तियां आती हैं जिनसे वे परिचित नहीं हैं, या जब वे शब्द समस्या के सन्दर्भ की कल्पना नहीं कर सकते।

छात्र-छात्राओं को मदद करने का एक प्रभावी तरीका है शब्द समस्याओं को कहानियों के रूप में देखना। छात्र-छात्राओं को कहानियां अच्छी लगती हैं और वे उनसे परिचित होते हैं। कहानियां अक्सर छात्र-छात्राओं की रुचि और उनका ध्यान खींच लेती हैं जो शायद खुद भी कहानियां बनाने में निपुण हो सकते हैं। वे जानते हैं कि कहानियां पूरी तरह से काल्पनिक हो सकती हैं, लेकिन साथ ही वे उस संदर्भ में भी घट सकती हैं जिनसे छात्र-छात्रा परिचित हैं।

शोध बताता है कि छात्र-छात्राओं को उनके सीखने की गतिविधि के एक हिस्से के रूप में एक कहानी या वर्णन विकसित करने के लिए कहना समझ बढ़ाने में सहायक हो सकता है। एक प्रभावशाली शिक्षाविद् ब्रुनर (1986) का कहना है कि ऐसा इसलिए है क्योंकि 'मानव बुनियादी रूप से वर्णन, कहानी सुनने-सुनाने वाला प्राणी है और इसी से वह दुनिया को समझता है' (मैसन एंड जॉनसन-वाइल्डर, 2004, पृ. 68)।

कहानी या शब्द समस्या का वर्णन करने के लिए चित्र बनाने, शिक्षण सहायक सामग्री, विवेकपूर्ण युक्तियों (manipulatives) का उपयोग करने से भी छात्र-छात्राओं को समस्या समझने और अलग अलग चरों के बीच संबंध को भौतिक रूप से देखने में मदद मिलती है।

पहले केस स्टडी में बताया गया है कि किस तरह श्रीमती शुक्ला ने अपने छात्र-छात्राओं को जोड़ने की गणितीय धारणा समझाने के लिए कहानियों का उपयोग किया।

केस स्टडी 1: अदिति की कहानी

मैं श्रीमती सीमा हूँ, कक्षा I की एक शिक्षिका।

मैंने अपने छात्र-छात्राओं को जोड़ना सिखाने की योजना बनाई। मेरा मानना है कि गणित बच्चों की समझ में आए, इसके लिए उन्हें गणितीय अवधारणाओं को एक सन्दर्भ में रख कर देखना आवश्यक है, इसलिए जब भी मैं गणित का नया विषय आरंभ करती हूँ तो बहुत से ठोस अनुभव देने की कोशिश करती हूँ। तो जोड़ने पर अपने सबक आरंभ करते समय, मैंने अदिति नाम की एक लड़की की एक छोटी सी कहानी सुनाई जिसे कंचे इकट्ठा करना पसंद था। मेरे पास टेबल पर कंचों का एक बॉक्स था।

एक दिन अदिति बागीचे में खेल रही थी और उसने ज़मीन पर कुछ कंचे पड़े देखे। वह बेहद खुश हुई और उसने उन्हें इकट्ठा करने का फैसला किया। पहले उसे तीन कंचे मिले। (अब मैं एक छात्र वरुण से कहती हूँ कि जोर से बोल कर तीन कंचे गिने और उन्हें कंचों के डिब्बे में से बाहर निकाल ले।)

मैंने कहानी जारी रखी: अदिति इसी तरह घूमती रही और उसने कंचे ढूँढना शुरू किया, और उसे चार और कंचे मिले। (अब वरुण चार और कंचे बाहर निकाल लेता है।)

अब मैं छात्र-छात्राओं से पूछती हूँ: अदिति को कुल कितने कंचे मिले?

वरुण ने उत्तर देने के लिए अपना हाथ उठाया। मैंने वरुण से सारी कक्षा को बताने कहा कि उसे उत्तर कैसे मिला। वरुण ने बताया कि कंचों की कुल संख्या जानने के लिए उसने कैसे गिनती की।

कहानी को जारी रखते हुए, मैंने कहा कि अदिति घूमती रही क्योंकि उसे लगा कि उसे सारे बागीचे में खोज कर लेनी चाहिए। जैसे ही वह एक बेंच के पास आई तो उसने देखा कि उसके नीचे कुछ और कंचे पड़े हैं। उसे दो और कंचे मिले। फिर मैंने छात्र-छात्राओं से कहा कि वे गिन कर मुझे बताएं कि अब अदिति के पास कितने कंचे होंगे। मैंने ऐसे ही दो चरण और जोड़े।

फिर मैंने इससे मिलती जुलती कुछ लघु कहानियाँ अपने छात्र-छात्राओं को सुनाई और उनसे चीजों की कुल संख्या बताने को कहा, जैसे बटन, पेंसिल, पत्थर आदि।

इसके बाद मैंने पूछना आरंभ किया कि यदि एक छात्र के पास तीन बिस्किट हैं और दूसरे के पास दो बिस्किट हैं, तो कुल बिस्किट कितने होंगे। हर समस्या के लिए मैंने पहले चीजों के चित्र बनाए [चित्र 1 देखें]।



चित्र 1: तीन बिस्किट और दो बिस्किट ।

फिर मैंने कहते हुए ब्लैकबोर्ड पर आंकिक प्रस्तुति लिखी:

तीन बिस्किट और दो बिस्किट मिल कर पांच बिस्किट बन जाते हैं ।

3 बिस्किट + 2 बिस्किट बराबर होते हैं 5 बिस्किट

इस बिंदु पर आकर मैंने जोड़ने के लिए '+' के निशान के बारे में उन्हें बताया और फिर मैंने बराबर के लिए '=' के निशान के बारे में बताया [चित्र 2] ।



चित्र 2: तीन बिस्किट और दो बिस्किट, '+' और '=' के निशानों के साथ ।

फिर मैंने लिखा '**3 + 2 = 5**' ।

फिर मैंने छात्र-छात्राओं को अदिति और कंचों की कहानी सुनाई, और उनसे पूछा कि मुझे इसे कैसे बनाना चाहिए । उनके निर्देशों पर मैंने ब्लैकबोर्ड पर कंचे बनाए और गणितीय व्यंजक लिखे । मिल कर हमने '+' और '=' चिह्नों का उपयोग करके ब्लैकबोर्ड पर कई और 'जोड़ने' से संबंधित कहानियाँ लिखीं ।



इस केस स्टडी का उपयोग वर्ग-1 पाठ-4 के लिए एक नमूना है, किन्तु यह अन्य सभी वर्गों व पाठों के लिए उपयोगी है ।

वीडियो: कहानी सुनाना, गीत, रोल प्ले और नाटक



केस स्टडी 1 में श्रीमती सीमा जोड़ने की गणितीय अवधारणा और छात्र-छात्राओं को परिचित एक वास्तविक जीवन के सन्दर्भ के बीच संबंध बना रही है । साथ ही वह छात्र-छात्राओं को कहानी के वर्णन में सक्रिय सहभागी बनने देती हैं ।

एक प्रभावशाली शिक्षाविद् ब्रूनर (1966) ने सुझाव दिया था कि समझने के लिए शिक्षा प्रतिनिधित्व के तीन मोड या चरणों से होकर गुजरने पर होता है: इनेक्टिव (गतिविधि-आधारित), चिह्नात्मक (छवि-आधारित) और प्रतीकात्मक (प्रतीक-या भाषा-आधारित) । उनका कहना है कि प्रतिनिधित्व के ये मोड वो तरीके हैं जिनमें जानकारी या ज्ञान को स्मृति में संग्रहीत और एनकोड किया जाता है (मैकलॉयड, 2008) ।

श्रीमती सीमा पहले वास्तविक कंचे देती हैं ताकि छात्र-छात्रा उत्तर पाने के लिए आसानी से उन्हें गिन कर जोड़ सकते हैं । बाद में, वे उसी बात को चीजों (बिस्किट) की छवियों की मदद से ब्लैकबोर्ड पर चित्रित करती हैं, और फिर वह जो कहता है उसे पहले शब्दों में और फिर चिह्नों में लिखती है ।

साथ ही, श्रीमती सीमा इन तीन प्रस्तुतियों के बारे में लगातार बातें करके उन्हें आपस में जोड़ती हैं। उदाहरण के लिए, वह एक एक करके 'जोड़ना', 'साथ में' और 'धन' शब्द का अर्थ बताती हैं और इन तीनों को जोड़ने की क्रिया के साथ संबद्ध करती हैं। इससे छात्र-छात्राओं को अलग अलग संदर्भों में कई बार शब्दावली का सामना करने का अवसर मिलता है।



ज़रा सोचिए

- क्या आप अपने शिक्षण कार्य में एक उदाहरण सोच सकते हैं जहां आपने श्रीमती शुक्ला के उपाय से मिलता जुलता तरीका अपनाया था?
- श्रीमती सीमा ने कैसे इन गतिविधियों को अपना कर इस समूचे सबक के दौरान छात्र-छात्राओं का ध्यान पूरी तरह आकर्षित कर रखा था?

2 गणितीय अवधारणाओं को समझने में मदद के लिए कहानियों की रचनाकरना

पारंपरिक रूप से पाठ्यपुस्तक में हो या कक्षा में, शब्द समस्याएं अध्याय के अंत में ही होती हैं। अक्सर, इन शब्द समस्याओं को समझने में मामूली समय और ध्यान खर्च किया जाता है। छात्र-छात्राओं को उनकी अपनी कहानी या शब्द समस्याएं बनाने देने, $3 + 4 = 7$ जैसे गणितीय वाक्यों का वर्णन करने देने से गणितीय विचारों की समझ विकसित करने में मदद मिलती है और समस्या सुलझाने का कौशल बढ़ता है। इससे छात्र-छात्राओं को शब्द समस्याओं के सन्दर्भ को समझने में होने वाली कठिनाइयों का सामना करने में मदद हो सकती है, क्योंकि वे अपना खुद का सन्दर्भ बनाएंगे और गणित के उपयुक्त कहानी बनाने पर ध्यान केन्द्रित करेंगे। इस तरह इससे उन्हें यह पहचानने में भी मदद मिलती है कि किस गणितीय प्रस्तुति का उपयोग किया जाए।

इस अंक में अपने छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने से पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह या आंशिक रूप से स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा यदि आप इसका प्रयास अपने किसी सहकर्मी के साथ करें क्योंकि जब आप अनुभव पर विचार करेंगे तो आपको मदद मिलेगी। स्वयं प्रयास करने से आपको छात्र-छात्रा के अनुभवों के भीतर झांकने का मौका मिलेगा जिसके फलस्वरूप यह आपके शिक्षण और एक शिक्षक/शिक्षिका के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित करेगा। जब आप तैयार हों, तब गतिविधियों का अपने छात्र-छात्राओं के साथ उपयोग करें और इस बात पर फिर से विचार करें कि गतिविधि कैसी हुई और उससे क्या सीख मिली। इससे आपको सीखने वाले छात्र-छात्राओं पर ध्यान केंद्रित रखने वाला अधिक शैक्षिक वातावरण बनाने में मदद मिलेगी।

अगली दो गतिविधियां आपके छात्र-छात्राओं को गणितीय संख्यापरक वाक्यों के लिए उनकी खुद की कहानियां बनाने में मदद करने के लिए उपाय देती हैं।

गतिविधि 1: कहानियाँ बनाना

तैयारी

केस स्टडी 2 पढ़ें। प्रश्नों में गणित को अपने छात्र-छात्राओं के सीखने के स्तर तक अनुकूलित करें। सोचिए कि जब आपके छात्र-छात्रा गतिविधि पर कार्य करें तो आप उन्हें कैसे व्यवस्थित करेंगे। आप शायद मुख्य संसाधन 'समूहकार्य का उपयोग' पर एक नज़र डालना चाहें।

गतिविधि

अपने छात्र-छात्राओं से कहें कि सारणी 1 से कोई एक समस्या चुनें और अपनी कल्पना का उपयोग करके उस समस्या के इर्द गिर्द एक कहानी बनाएं।

सारणी 1 गणित समस्या और कहानियों की पहली पंक्ति।

गणित समस्या	किसी कहानी की पहली पंक्ति
$4 + 7 = \dots$	एक लड़की अपने भाई के साथ 'सांप-सीढ़ी' खेल रही थी...
एक बक्से में तीन सफ़ेद गेंदें और छह लाल गेंदें हैं। कुल मिला कर कितनी गेंदें हैं?	श्याम को गेंदें इकट्ठा करने का बहुत शौक है...
$9 - 7 = \dots$	मेरी आंटी मेरे घर से कुछ ही दूरी पर रहती हैं। उनका घर ...
यदि 8 में से 5 घटाया जाए तो उत्तर क्या होगा?	हमारा कुत्ता ...
$2 \times 4 = \dots$	दोस्तों का एक समूह पत्ते खेल रहा था ...

फिर छात्र-छात्राओं को जोड़ी में बंट जाने को कहें, और एक दूसरे को कहानियां कहने और उन पर टिप्पणी करने को कहें।

- कुछ और जटिल उदाहरण:
 - $4 + 7 = 3 + 8$
 - $2(3 + 1) = 2 \times 4$
 - $2(3 + 1) = 6 + 2$
- अपने कुछ और उदाहरण बनाएं। कम से कम एक बहुत आसान होना चाहिए, और कम से कम एक कठिन होना चाहिए। याद रहे कि आपको खुद भी उत्तर निकालने आना चाहिए!

गतिविधि 2: समान संख्या वाक्य के लिए कई कहानियाँ बनाना

अपने छात्र-छात्राओं को बताएँ।

इस संख्या वाक्य को देखें:

$$3 + 4 = 7$$

यह संख्या वाक्य कई गणितीय संबंधों द्वारा दर्शया जा सकता है, जैसे:

- 3 और 4 को जोड़ने से 7 मिलता है
- 3 में 4 और जोड़ें तो 7 प्राप्त होता है
- वस्तुओं की कुल संख्या है $3 + 4 = 7$
- किसी संख्या में से 4 कम करने पर 3 मिलता है।

अब अपने छात्र-छात्राओं से इनमें प्रत्येक संबंध के लिए एक कहानी या शब्द समस्या की रचना करें। उन्हें अपनी

कल्पनाशक्ति का उपयोग करने के लिए प्रोत्साहित करें! उदाहरण के लिए पहले संबंध के लिए, कहानी या शब्द समस्या कुछ इस प्रकार हो सकती है:

मोहिनी ने मिट्टी से तीन गेंद बनाई और रोहिणी ने चार गेंद बनाई। वे जानना चाहती थीं कि उन्होंने मिल कर कुल कितनी गेंदें बनाई थीं। उन्होंने गेंदों को एक साथ एक बॉक्स में रख दिया। क्या आप उन्हें ये पता लगाने में मदद कर सकते हैं कि उन्होंने कुल कितनी गेंदें बनाईं?

बूनर के प्रस्तुति के मोड के साथ जुड़ते हुए आप छात्र-छात्राओं से उनकी कहानियों का चित्रण करती एक तस्वीर बनाने के लिए भी कह सकते हैं।



गतिविधि 1 और 2 का उपयोग वर्ग-2 से 5 तक जोड़, घटाव, गुणा के लिए किया जा सकता है।

केस स्टडी 2: श्रीमती पुष्पा गतिविधि 1 और 2 के उपयोग पर कहती हैं

यह एक शिक्षिका की कहानी है जिसने अपने प्राथमिक कक्षा के छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधि 1 और 2 का प्रयास किया।

दोनों गतिविधियों के लिए, मैंने अपने छात्र-छात्राओं से तीन या चार के समूहों में काम करने को कहा क्योंकि मैंने सोचा इससे उन्हें साझा करने को और नए उपाय मिलेंगे। यदि उनमें से एक अटक गया तो वे एक दूसरे की सहायता भी कर सकते थे। गतिविधि 1 के पहले तीन प्रश्नों को हमने सारी कक्षा के सामने रखा क्योंकि मेरे छात्र-छात्राओं ने पहले ऐसा कभी कुछ नहीं किया था। मेरे ख्याल से इससे उन्हें यह समझने में मदद मिली कि मैं उनसे क्या करवाना चाहती थी। इससे उनकी कल्पनाशक्ति भी खुल गई ताकि वे तमाम तरह के उदाहरणों के बारे में सोच सकें। कुछ उदाहरणों में राक्षस, सितारे, बाज़ार जाना, या फिल्म में काम करना था। फिर मैं उनसे कहती हूँ कि वे अपने समूह उदाहरणों को चुनें और उन्हें वे उदाहरण नहीं इस्तेमाल करने थे जिनका हमने सारी कक्षा के सामने पहले ही जिक्र कर लिया था। मैंने कुछ ज्यादा कठिन सवालों को बदल दिया क्योंकि मेरे छात्र-छात्राओं ने अभी तक गणितीय वाक्यों में कोष्ठकों का उपयोग नहीं किया था।

छात्र-छात्राओं को दूसरी गतिविधि आरंभ करना उतना आसान नहीं लगा। जब मैंने उन्हें पढ़ कर सुनाया तो वे गणितीय संबंधों में अंतरों को समझ पा रहे थे, लेकिन उन्हें इन संबंधों के लिए उपयुक्त कहानी बना पाना बेहद कठिन जान पड़ा। मैंने उन्हें पढ़ कर सुनाने के बजाए उसे ब्लैकबोर्ड पर लिखने का फैसला किया, और फिर उनमें से एक छात्र से बोर्ड पर लिखा हुआ जोर से पढ़ने को कहा। इससे उन्हें यह समझने में मदद हुई कि कुछ सूक्ष्म अंतर थे।

जब प्रत्येक समूह ने हरेक समीकरण के लिए कुछ न कुछ दे दिया, तो हमने उन्हें पूरी कक्षा को दिखाया। मैंने छात्र-छात्राओं से पूछा कि क्या वे हरेक उदाहरण से सहमत हैं। इससे उनकी कुछ गलत धारणाएं दूर करने में मदद मिली।

फिर मैंने उनसे पूछा 'कौन सा सबसे कठिन था और क्यों?' इसका अर्थ यह हुआ कि छात्र-छात्राओं को सोचना पड़ा कि वे गणित के बारे में कैसे सोचते हैं – मेरे ख्याल से इसे 'मेटाकॉग्निशन'(जागरूकता) कहते हैं। उनसे यह अवलोकन करवाने का अर्थ यह भी था कि मुझे इस बात का ज्यादा एहसास हो गया कि उन्हें क्या कठिन महसूस हुआ, और इसलिए कहाँ ज्यादा अभ्यास की ज़रूरत होगी।

आपने शिक्षण अभ्यास के बारे में सोचना

अपनी कक्षा के साथ ऐसा कोई अभ्यास करने पर बाद यह सोचें कि क्या ठीक रहा और कहाँ गड़बड़ी हुई। ऐसे प्रश्न सोचें जिनसे छात्र-छात्राओं में रुचि पैदा हो तथा उनके बारे में उन्हें समझाएँ ताकि वे उन्हें हल करके आगे बढ़ सकें। ऐसे चिंतन से

वह तरीका मिल जाता है, जिसकी मदद से आप छात्र-छात्राओं के मन में गणित के प्रति रुचि जगा सकते हैं और उसे मनोरंजक बना सकते हैं। अगर छात्र-छात्राओं को समझ नहीं आ रहा है और वे कुछ नहीं कर पा रहे हैं, तो इसका मतलब है कि उनकी इसमें सम्मिलित होने की रुचि नहीं है। जब भी आप गतिविधियाँ करवाएँ तो इस विचारात्मक अभ्यास का उपयोग करें, और श्रीमती पुष्पा की तरह कुछ छोटी बातों का ध्यान रखें जो काफी असरदार थीं।



ज़रा सोचिए

- आपकी कक्षा में इसका प्रदर्शन कैसा रहा?
- छात्र-छात्राओं से किस प्रकार की प्रतिक्रिया अनपेक्षित थी? क्यों?
- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो ऐसा करने का आपका क्या कारण था?
- आपके छात्र-छात्राओं को गणित समझने के बारे में आपने क्या देखा?
- जोड़ने की अवधारणा के बारे में आपके किन छात्र-छात्राओं का आत्मविश्वास कुछ कम है?

3 शब्द समस्याओं को नए शब्दों में ढालना

शब्द समस्याएं काफी लंबे समय से मौजूद रही हैं। इन दो खास उदाहरणों को देखें:

- 'तीन आदमियों को एक खाई खोदने में छह घंटे लगते हैं। उसी खाई को दो आदमियों को खोदने में कितना समय लगेगा?' (पारंपरिक)
- 'मान लीजिए यदि कोई व्यक्ति आपसे कहता है, चार ओवरसीयरों ने एक सौ हेकट अनाज निकाला है, उनके दल क्रमशः बारह, आठ, छह और चार लोगों से मिल कर बने हैं। प्रत्येक ओवरसीयर को कितना मिला?' (समस्या 68, रहिंद मैथेमेटिकल पैपिरस, c. 1700 BC)

आपको शायद दूसरी समस्या को समझना ज्यादा कठिन लगा क्योंकि उसका सन्दर्भ कम जाना पहचाना है। कई छात्र-छात्राओं को इससे कठिनाई थी।

शब्द समस्याओं के साथ कठिनाइयां होती हैं क्योंकि:

- छात्र-छात्रा अब तक धाराप्रवाह पाठक नहीं हुए हैं
- निर्देश की भाषा उनकी मातृभाषा नहीं है
- वे उपयोग की गई भाषा नहीं समझते क्योंकि उसकी शब्दावली से वे परिचित नहीं हैं।

इसका अर्थ यह भी हो सकता है कि छात्र-छात्रा शब्द समस्या के सन्दर्भ की कल्पना नहीं कर सकते (नुन्स, 1993)। शब्द समस्याएं अक्सर आवश्यक रूप से गणितीय समस्याएं होती हैं जो रोज़मर्रा की भाषा में बताई जाती हैं। वे छात्र-छात्राओं को यह समझने में मदद कर सकती हैं कि गणित वास्तविक दुनिया को आदर्श के रूप में प्रस्तुत कर सकता है और ये करते हुए वे खुद गणितज्ञ बन जाते हैं। इसीलिए छात्र-छात्राओं को यह एहसास होना चाहिए कि गणित में वह शक्ति होती है जो वास्तविक दुनिया की समस्याओं में व्याप्त कठिन स्थितियों को भी आदर्श रूप में प्रस्तुत कर सके ताकि वे इन समस्याओं को हल करने के लिए आवश्यक तत्व निकाल सकें।

एक कठिन परिस्थिति को समझने और उसे गणितीय रूप से आदर्श बनाने पर ध्यान केन्द्रित करने से भी छात्र-छात्राओं को शब्द समस्याओं को समझने में मदद मिल सकती है। गतिविधि 3 में शब्द समस्याओं को नए शब्दों में लिख कर छात्र-छात्राओं को स्वतंत्र रूप से वो क्या जानना चाहते हैं ये पता करने में मदद की जाती है।

गतिविधि 3: शब्द समस्या में सन्दर्भ और गणित को समझना

इन शब्द समस्याओं को अनुकूलित करें ताकि वे आपके छात्र-छात्राओं के सीखने के स्तर के उपयुक्त हों।

गतिविधि

अपने छात्र-छात्राओं से कहें कि वे प्रत्येक समस्या को पढ़ कर निम्न सवालों के जवाब दें:

- मोहन के पास 21 कंचे थे। रूबी के पास मोहन से 18 कम कंचे थे। यदि वे समान रूप से कंचों को बांटना चाहते हैं, तो दोनों में से हरेक के पास कितने कंचे होंगे?
- राशिद की मां ने राशिद के जन्मदिन पर उसके दोस्तों और परिवार वालों के लिए तीन एक जैसे गोल केक बनाए। उनकी पार्टी में चौदह वयस्क और 20 बच्चे आए। बच्चों को जो केक का टुकड़ा मिला उसका आकार वयस्कों को मिले केक का आधा था। केक का कितना अंश वयस्क का हिस्सा था और कितना अंश बच्चों का हिस्सा?
- सावित्री को अपने विज्ञान के प्रोजेक्ट के लिए क्युबॉइड कैलिडोस्कोप का एक मॉडल बनाना था। वह कैलिडोस्कोप की सतह को बनाने के लिए चार्ट पेपर का उपयोग करना चाहती थी। यदि वह 25 सेमी लंबा और 4 सेमी चौड़ाई वाला कैलिडोस्कोप बनाना चाहती है तो कितने क्षेत्रफल वाला चार्ट पेपर उसके लिए आवश्यक होगा?
- रमेश और महेश मिल कर एक बोट को 12 किलोमीटर प्रति घंटा की गति से चला सकते हैं। उस गति पर उन्हें झील को पार करने में 30 मिनट लगते हैं। यदि वे 10 किलोमीटर प्रति घंटा की गति से बोट चलाते हैं, तो उन्हें झील को पार करने में कितना समय लगेगा?
- ललिता को उसकी कंपनी के जल संरक्षण प्रोजेक्ट में उसके योगदान के कारण उसके वार्षिक वेतन का 5 प्रतिशत वेतनवृद्धि के रूप में दिया गया। उसका मूल वेतन था ₹ 3.5 लाख प्रतिवर्ष, उसका संशोधित मासिक वेतन क्या होगा?

हर समस्या के लिए, विचार करें:

- क्या आप मोटे अक्षरों में हाईलाइट किए गए प्रत्येक शब्द या वाक्यांश का अर्थ जानते हैं? क्या कोई ऐसे वाक्यांश या शब्द हैं जो आपके लिए नए हैं? क्या आपको लगता है कि ये समस्या को सुलझाने में प्रासंगिक होंगे?
- आप यह कैसे जानेंगे कि इन शब्दों या मुहावरों का क्या अर्थ है, या उनके साथ काम करने के लिए आपको कौन से गणितीय उपायों की आवश्यकता होगी?
- शब्द समस्या को सरल बनाने के लिए मोटे अक्षरों में हाईलाइट किए गए शब्दों और वाक्यांशों को फिर से अलग ढंग से लिखें। यदि कोई खास शब्द, वाक्यांश या मुहावरा ज़रूरी नहीं है, तो आप उसे निकाल सकते हैं। कौन से वाक्यांश बदलना आपको कठिन लगा? क्यों?

किसी शब्द समस्या के सन्दर्भ और गणित को समझने की आपके सभी छात्र-छात्राओं की क्षमता शायद एक स्तर पर न हो। यह गतिविधि आपको उनके प्रदर्शन की अनुश्रवण करने और उन्हें रचनात्मक फीडबैक प्रदान करने का एक शानदार अवसर देती है। गतिविधि के इस पहलू के लिए अपने आपको तैयार करने के लिए आप शायद संसाधन 2, 'अनुश्रवण करना और फीडबैक देना' पर एक नज़र डालना चाहें।



इस गतिविधि का उपयोग वर्ग-2 से वर्ग-8 तक शब्द समस्याएँ हल करने में सहायक होगा।



वीडियो: अनुश्रवण करना और फीडबैक देना

केस स्टडी 3: श्रीमती सुषमा गतिविधि 3 का उपयोग करने के बारे में बताती हैं

मैं खुश हूँ कि मैंने अपनी कक्षा में इन तीन समस्याओं का उपयोग किया। मुझे कहना पड़ेगा कि शुरुआत में उन्हें मन लगाने को कहना बहुत कठिन था — उन्हें बस समस्याएं दिखती थीं और वे कहते थे कि वे अटक गए हैं। लेकिन मैंने हार नहीं मानी। मैंने उन्हें जोड़ी में काम करने के लिए कहा, मुझे लगता है कि यदि कार्य जाना पहचाना न हो और उसमें बहुत सोचने की ज़रूरत हो तो जोड़ी में काम करना हमेशा सहायक होता है। मैंने उन्हें याद दिलाया कि जिसका भी उन्हें अर्थ समझ में न आए उसे वे लिख कर रख लें और फिर सोचें कि इन उपायों के बारे में वे कैसे पता लगा सकते हैं।

जब हर किसी ने थोड़ा सोच लिया, तो हमने उपायों के बारे में पता करने के लिए क्या कर सकते थे, उसे साझा किया। पहले उन्होंने कहा, 'शिक्षक से पूछो', लेकिन मैंने इस अभ्यास के लिए इस तरीके पर प्रतिबंध लगा दिया और उनसे कहा कि वे थोड़े और कल्पनाशील बनें। एक ने कहा, 'इंटरनेट का उपयोग करो', दूसरे ने कहा 'पाठ्यपुस्तक में देखते हैं', तो मैंने उन्हें सुझाव दिया कि वे जो चाहें अपनी पाठ्यपुस्तकों में देख सकते हैं और जो नहीं मिलता है उसका यदि वे मेरे पास एक नोट लेकर आते हैं तो आज के लिए मैं उनका मार्गदर्शक बन जाऊंगी! मैं बड़े ही विचित्र तरीके से पेश आई और मैंने केवल वही जानकारी उन्हें दी जो 'खोज बार में दर्ज की गई थी' ताकि उन्हें वास्तव में जो जानना चाहिए उसके बारे में वे सोचें।

एक बार जब सभी को लगने लगा कि उनके पास आवश्यक जानकारी है, तो वे सब नये ढंग से समस्या को लिखने में लग गए। ऐसा लगा कि यह अब आसान हो गया है क्योंकि सारी कक्षा अब सहयोग के साथ काम कर रही थी और साथ बैठ कर सीख रही थी।

मैंने ये अपेक्षा नहीं की थी कि मेरी कक्षा के वे छात्र-छात्रा जो बहुभाषी थे, उन्हें इस चर्चा से वाकई फ़ायदा हुआ कि शब्दों का क्या अर्थ था। मैंने उन्हें कहा कि वे सुनिश्चित करें कि वे जिस भी भाषा में सहज हों उस भाषा में उस शब्द का अर्थ लिख कर रखें ताकि वे उसे बाद में देख सकें।



ज़रा सोचिए

- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या किसी भी समय आपको ऐसा लगा कि हस्तक्षेप करना चाहिए?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे आपका क्या कारण था?

4 सारांश

इस इकाई में शब्द समस्याओं की कुछ समस्याओं और गणितीय विचार प्रक्रिया पर काम करने की उनकी क्षमता को देखा गया।

छात्र-छात्राओं को शब्द समस्याओं से निपटना और उन्हें हल करना कठिन लग सकता है; हालांकि ऐसी बाधाओं से निपटने के तरीके मौजूद हैं। इस इकाई में सुझाए गए तरीके थे:

- इनेक्टिव/चिह्नात्मक/प्रतीकात्मक प्रस्तुतियाँ
- गणितीय कथनों पर संदर्भ आधारित कहानियाँ बनाने के लिए कल्पनाशीलता का उपयोग करना
- शब्द समस्याओं को अलग ढंग से व्यक्त करके।



ज़रा सोचिए

- उन तीन तकनीकों या रणनीतियों की पहचान करें, जिन्हें आपने इस अंक में सीखा है और जिनका उपयोग आप कक्षा में कर सकते हैं, साथ ही कोई कुछ ऐसे विचार बताएँ जिनके बारे में आप आगे जानना चाहते हैं।

संसाधन

संसाधन 1: एनसीएफ/एनसीएफटीई शिक्षण आवश्यकताएँ

यह इकाई NCF (2005) तथा NCFTE (2009) की निम्न शिक्षण आवश्यकताओं से जोड़ता है तथा उन आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगा:

- छात्र-छात्राओं को उनके सीखने में सक्रिय प्रतिभागी के रूप में देखें न कि सिर्फ ज्ञान प्राप्त करने वाले के रूप में; ज्ञान निर्माण के लिए उनकी क्षमताओं को कैसे प्रोत्साहित करें; रटन्त पद्धतियों से सीखने को दूर कैसे ले जाएं।
- छात्र-छात्राओं के लिए छात्र-केन्द्रित, गतिविधि आधारित और सहभागिता आधारित सीखने का अनुभव आयोजित करें।
- छात्र-छात्राओं को गणित को किसी ऐसी चीज़ के रूप में लेने दें जिसके बारे में वे बात करें, जिसके द्वारा संवाद करें, जिसकी आपस में चर्चा करें, जिसपर साथ मिलकर कार्य करें।

संसाधन 2: अनुश्रवण करना और फीडबैक (प्रतिपुष्टि) देना

छात्र-छात्राओं के निष्पादन (performance) में सुधार करने में निरंतर अनुश्रवण और उन्हें जवाब देना शामिल है, ताकि वे जान सकें कि उनसे क्या उम्मीद की जा रही है और उन्हें अपना काम पूरा करने के बाद प्रतिक्रिया प्राप्त हो। वे रचनात्मक प्रतिक्रिया के ज़रिए अपने निष्पादन में सुधार कर सकते हैं।

अनुश्रवण

प्रभावी शिक्षक/शिक्षिका अधिकांश समय अपने छात्र-छात्राओं का अनुश्रवण करते हैं। आम तौर पर, अधिकांश शिक्षक/शिक्षिका छात्र-छात्राओं को सुनते हुए और कक्षा में उनके कार्य को देखते हुए अनुश्रवण करते हैं। छात्र-छात्राओं की प्रगति का अनुश्रवण करना महत्वपूर्ण है क्योंकि इससे उन्हें इस तरह की मदद मिलती है:

- उच्च ग्रेड प्राप्त करना
- अपने निष्पादन के बारे में अधिक जागरूक और अपने शिक्षण में अधिक जिम्मेदार रहना
- अपने शिक्षण में सुधार करना

- राज्य और स्थानीय मानकीकृत परीक्षा में उपलब्धि का अनुमान लगाना।

एक शिक्षक के रूप में आपको यह निम्न बातें तय करने में भी सहायता करनी है:

- कब प्रश्न पूछना चाहिए या कब सहायता करनी चाहिए
- कब प्रशंसा करनी चाहिए
- चुनौती देनी चाहिए या नहीं
- किसी कार्य में विभिन्न समूहों के छात्र-छात्राओं को किस प्रकार शामिल करना चाहिए
- गलतियों का क्या करना चाहिए।

छात्र-छात्राओं में सबसे ज्यादा सुधार तब होता है जब उनकी प्रगति के बारे में उन्हें स्पष्ट और फौरन प्रतिक्रिया दी जाती है। अनुश्रवण का उपयोग आपको नियमित प्रतिक्रिया देने, आपके छात्र-छात्राओं को यह बताने में मदद करता है कि वे किस प्रकार निष्पादन कर रहे हैं और उनके शिक्षण को उन्नत करने के लिए और क्या करने की ज़रूरत है।

आप जिन चुनौतियों का सामना करेंगे उनमें से एक है छात्र-छात्राओं को स्वयं अपने शिक्षण लक्ष्य निर्धारित करने में मदद करना, जो स्वतः अनुश्रवण भी कहलाता है। छात्र-छात्रा, विशेषकर जो अभी आगे बढ़ने की कोशिश कर रहे हैं, अपने स्वयं के शिक्षण की जिम्मेदारी उठाने के अभ्यस्त नहीं होते हैं। लेकिन आप परियोजना के लिए स्वयं अपने लक्ष्य या ध्येय निर्धारित करने, अपने काम की योजना बनाने और समय-सीमा निर्धारित करने, और अपनी प्रगति पर खुद निगरानी रखने में किसी भी छात्र-छात्रा की मदद कर सकते हैं। स्वतः अनुश्रवण की प्रक्रिया को व्यवहार में लाना और उस कौशल में महारत हासिल करना उनके लिए विद्यालय में और जीवन भर बहुत काम आएगा।

छात्र-छात्राओं को ध्यान से सुनना और देखना

शिक्षक/शिक्षिकाओं द्वारा अधिकांश समय छात्र-छात्राओं को स्वाभाविक रूप से सुना या गौर किया जाता है; यह अनुश्रवण रखने का एक सरल साधन है। उदाहरण के लिए, आप:

- अपने छात्र-छात्राओं को ज़ोर से पढ़ते हुए सुन सकते हैं
- जोड़े या समूह कार्य में चर्चाओं को सुन सकते हैं
- बाहर या कक्षा में संसाधनों का उपयोग करते हुए छात्र-छात्राओं को देख सकते हैं
- काम करते समय समूहों के हाव-भाव पर गौर कर सकते हैं।

सुनिश्चित करें कि आपके द्वारा एकत्रित आँकड़े छात्र-छात्राओं के शिक्षण या प्रगति के सच्चे प्रमाण हैं। केवल वही अभिलेखित (record) करें जिसे आप देख सकते हैं, सुन सकते हैं, उचित सिद्ध कर सकते हैं या जिस पर भरोसा कर सकते हैं।

जब छात्र-छात्रा कार्य कर रहे हों, कक्षा में चारों ओर चहलकदमी करें ताकि संक्षिप्त अवलोकन नोटस तैयार कर सकें। आप यह दर्ज करने के लिए कक्षा सूची का उपयोग कर सकते हैं कि किस छात्र-छात्रा को अधिक मदद की ज़रूरत है, और उसमें उभरती गलतफ़हमियों को भी नोट कर सकते हैं। आप पूरी कक्षा को प्रतिक्रिया देने के लिए या समूहों को अथवा व्यक्ति विशेष को प्रेरित और प्रोत्साहित करने के लिए इन अवलोकनों और नोटस का उपयोग कर सकते हैं।

फीडबैक (प्रतिपुष्टि) देना

फीडबैक (प्रतिपुष्टि) वह जानकारी है जो एक छात्र-छात्रा को किसी कथित लक्ष्य या अपेक्षित परिणाम के सम्बन्ध में उसके द्वारा किए गए कार्य के बारे में दी जाती है। प्रभावी फीडबैक (प्रतिपुष्टि) से छात्र-छात्राओं को मिलता है:

- क्या हुआ इस बारे में जानकारी
- इस प्रकार मूल्यांकन करना कि कोई कार्रवाई या कार्य कितनी अच्छी तरह निष्पादित किया गया

● इस प्रकार मार्गदर्शन देना कि उनके निष्पादन (performance) में किस प्रकार सुधार लाया जा सकता है जब आप प्रत्येक छात्र-छात्रा को फीडबैक (प्रतिपुष्टि) देते हैं, तो उससे उन्हें यह जानने में मदद मिलनी चाहिए कि:

- वास्तव में वे क्या कर सकते हैं
- वे अभी क्या नहीं कर सकते हैं
- उनका कार्य औरों की तुलना में कैसा है
- वे किस प्रकार सुधार कर सकते हैं।

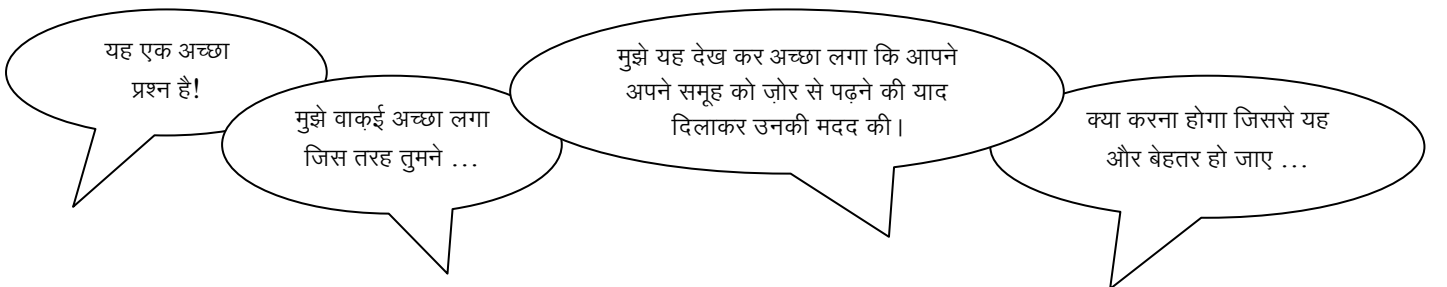
यह याद रखना महत्वपूर्ण है कि प्रभावी फीडबैक (प्रतिपुष्टि) छात्र-छात्राओं की मदद करती है। आप इस कारण से शिक्षण को बाधित नहीं करना चाहेंगे कि आपकी प्रतिक्रिया अस्पष्ट या अनुचित थी। प्रभावी फीडबैक (प्रतिपुष्टि):

- किए जाने वाले कार्य और छात्र-छात्रा के शिक्षण पर **केंद्रित** होती है
- **स्पष्ट और सच्ची** होती है, जो छात्र-छात्राओं को बताती है कि उनके सीखने की प्रक्रिया में क्या ठीक है और कहाँ सुधार करने की आवश्यकता है
- **कार्रवाई योग्य** होती है, जो छात्र-छात्राओं को वह करने के लिए कहती है जिसे करने में वे सक्षम हों
- उपयुक्त भाषा में दी जाती है जिसे छात्र-छात्रा समझ सकें
- सही समय पर दी जाती है – यदि वह जल्दी दी जाए, तो छात्र सोचेंगे कि ‘मैं बस वही करने वाला था!'; बहुत देर से दी जाए, तो छात्र का ध्यान तब तक किसी और बात पर भटक गया होगा और वह वापस जाकर उस काम को नहीं कर पाएगा जिसे करने के लिए कहा गया है।

प्रतिक्रिया चाहे मौखिक रूप से दी जाए या छात्र को वर्क-बुक में लिखकर दी जाए, वह अधिक प्रभावी होती है यदि उसे निम्नलिखित दिशा-निर्देशों का पालन करते हुए दिया जाए।

प्रशंसा और सकारात्मक भाषा का उपयोग करना

जब हमारी प्रशंसा की जाती है और हमें प्रोत्साहित किया जाता है, तो आमतौर पर हम उसके मुकाबले काफी बेहतर महसूस करते हैं, जब हमारी आलोचना की जाती है या हमारी गलती सुधारी जाती है। पुनर्बलन और सकारात्मक भाषा समूची कक्षा और सभी उम्र के व्यक्तियों के लिए प्रेरणादायक होती है। याद रखें कि प्रशंसा विशिष्ट होनी चाहिए और छात्र-छात्राओं के बजाय उनके काम को लक्षित किया जाना चाहिए, अन्यथा वह छात्र-छात्रा की प्रगति में सहायक नहीं होगी। ‘शाबाश’ एक बहुत अच्छी प्रतिक्रिया नहीं है, इसके बजाय निम्न में से कोई एक कहना बेहतर होगा:



संकेत देने के साथ-साथ सुधार का उपयोग करना

आप अपने छात्र-छात्राओं के साथ जो संवाद करते हैं उससे उन्हें सीखने में मदद मिलती है। यदि आप उनसे कहते हैं कि कोई उत्तर ग़लत है और वहीं संवाद को ख़त्म कर देते हैं, तो आप उन्हें सोचने और स्वयं प्रयास करने में मदद करने का

अवसर खो देते हैं। यदि आप छात्र-छात्राओं को कोई संकेत देते हैं या उनसे एक और सवाल पूछते हैं, तो आप उन्हें गहराई से सोचने में मदद करते हैं और उन्हें जवाब खोजने तथा स्वयं अपने से सीखने की जिम्मेदारी लेने के लिए प्रोत्साहित करते हैं। उदाहरण के लिए, आप नीचे लिखी जैसी बातें कह कर बेहतर जवाब के लिए प्रोत्साहित कर सकते हैं या प्रश्न के लिए दूसरा दृष्टिकोण सुझाने में मदद कर सकते हैं:



हो सकता है कि दूसरे छात्र-छात्राओं को परस्पर मदद करने के लिए प्रोत्साहित करना उपयुक्त हो। आप निम्न टिप्पणियों के साथ बाकी कक्षा के सामने अपने प्रश्न रखते हुए ऐसा कर सकते हैं:



‘हाँ’ या ‘नहीं’ कहकर छात्र-छात्राओं की ग़लती सुधारना, वर्तनी या संख्या अभ्यास जैसे कामों में उपयुक्त हो सकता है लेकिन यहाँ भी आप छात्र-छात्राओं को अपने उत्तर में उभरने वाले पैटर्न पर नज़र डालने में मदद कर सकते हैं, समान उत्तरों से संबंध जोड़ सकते हैं या कोई उत्तर ग़लत क्यों है, इस बारे में चर्चा शुरू कर सकते हैं।

स्वसुधार और साथी द्वारा सुधार प्रभावी होता है और आप जोड़ों में कार्य या नियत-कार्य करते समय स्वयं अपने और एक दूसरे के कार्य की जाँच करने के लिए छात्र-छात्राओं को कहकर ऐसा कर सकते हैं। एक समय में ठीक करने के लिए एक पहलू पर ध्यान केंद्रित करना सबसे अच्छा होता है ताकि भ्रमित करने वाली ढेर सारी जानकारी न हो।

अतिरिक्त संसाधन

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: <http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics>
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: <https://www.ncetm.org.uk/>
- National STEM Centre: <http://www.nationalstemcentre.org.uk/>
- National Numeracy: <http://www.nationalnumeracy.org.uk/home/index.html>
- BBC Bitesize: <http://www.bbc.co.uk/bitesize/>
- Khan Academy's math section: <https://www.khanacademy.org/math>
- NRICH: <http://rich.maths.org/frontpage>
- Art of Problem Solving's resources page: <http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php>

- Teachnology: <http://www.teach-nology.com/worksheets/math/>
- Math Playground's logic games:
<http://www.mathplayground.com/logicgames.html>
- Maths is Fun: <http://www.mathsisfun.com/>
- Coolmath4kids.com: <http://www.coolmath4kids.com/>
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics:
<http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm>
- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 1 ('Aspects of Teaching Mathematics'), Block 2 ('Numbers (I)'), Block 3 ('Numbers (II)'):
<http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html>
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 4 ('On Spatial Learning'), Block 6 ('Thinking Mathematically'):
<http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html>
- *Manual of Mathematics Teaching Aids for Primary Schools*, published by NCERT: <http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/pks-primarymanual.pdf>
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremjifoundation.org/Foundation_Publications
- Textbooks developed by the Eklavya Foundation with activity-based teaching mathematics at the primary level:
http://www.eklavya.in/pdfs/Catalouge/Eklavya_Catalogue_2012.pdf
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including *List of Hands-on Activities in Mathematics for Classes III to VIII*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material':
<http://cbse.nic.in/welcome.htm>
- Math text books developed by SCERT, Bihar

संदर्भ/संदर्भग्रंथ सूची

Bruner, J. (1986) *Actual Minds, Possible Worlds*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Bruner, J. S. (1966) *Toward a Theory of Instruction*. Cambridge, MA: Belkapp Press.

Egan, K. (1986) *Teaching as Story Telling: An Alternative Approach to Teaching and Curriculum in the Elementary School*. Chicago, IL: University of Chicago Press.

Mason, J. and Johnston-Wilder, S. (2004) *Fundamental Constructs in Mathematics Education*. Abingdon: RoutledgeFalmer.

McLeod, S.A. (2008) 'Bruner' (online). Available from: <http://www.simplypsychology.org/bruner.html> (accessed 26 March 2014).

Morales, R.V., Shute, V.J. and Pellegrino, J.W. (1985) 'Developmental differences in understanding and solving simple mathematics word problems', *Cognition and Instruction*, vol. 2, no. 1, p. 41.

National Council for Teacher Education (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education* (online). New Delhi: NCTE. Available from: http://www.ncte-india.org/publicnotice/NCFTE_2010.pdf (accessed 26 March 2014).

Nunes, T. (1993) 'Learning mathematics: perspectives from everyday life', in Davis, R. and Maher, C. (eds) *Schools, Mathematics, and the World of Reality*, pp. 61–78. Needham Heights, MA: Allyn and Bacon.

Riley, M.S., Greeno, J.G. and Heller, J.I./National Institute of Education (1984) *Development of Children's Problem-solving Ability in Arithmetic*. Pittsburgh, PA: Learning Research and Development Center, University of Pittsburgh.

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

अभिस्वीकृतियाँ

यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>) के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है, जब तक कि अन्यथा निर्धारित न किया गया हो। यह लाइसेंस TESS-India, OU और UKAID लोगो के उपयोग को वर्जित करता है, जिनका उपयोग केवल TESS-India परियोजना के भीतर अपरिवर्तित रूप से किया जा सकता है।

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएं करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत भर के उन शिक्षक प्रशिक्षकों, प्रधानाध्यापकों, शिक्षकों और छात्र-छात्राओं के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन यूनिवर्सिटी के साथ काम किया है।