

सीखने के लिए बातचीत: माध्यमिक गणित

हिन्दी

कमेंट्री:

इस माध्यमिक गणित की कक्षा में, शिक्षक समस्याएँ हल करने के एक पाठ के दौरान, विद्यार्थियों को बातचीत के द्वारा अपने विचारों को आगे बढ़ाने, तर्कशक्ति विकसित करने और एकदूसरे से सीखने के मौके देते हैं।

विद्यार्थी १: p एक अभाज्य संख्या है, तो $p+1$ एक भाज्य संख्या होगा। तब...

विद्यार्थी २: भाज्य संख्या होगा... हो भी सकता है? ना भी हो सकता है?

विद्यार्थी ३: कभी-कभी सच हो सकता है...

विद्यार्थी ४: ये कभी-कभी सच भी हो सकता है...

विद्यार्थी ३: या कभी-कभी सच नहीं भी हो सकता है।

विद्यार्थी ४: और कभी-कभी नहीं भी हो सकता है।

विद्यार्थी ३: मान लो p की जगह two डालेंगे, तो $p+1$...

कमेंट्री:

विद्यार्थी समूहों में चर्चा कर रहे हैं, कि दिए गये विभिन्न गणितीय बयानों में से, कौनसे हमेशा सच, कौनसे कभी कभी सच या कौनसे कभी नहीं सच होते हैं।

शिक्षक: इन पाँचों topic पर हम लोग चर्चा कर रहे थे। हम लोग इससे, एक और कदम आगे बढ़ते हुए, अपनी अमझ को एक कदम और आगे बढ़ाते हुए, यानि कि एक mathematician कैसे सोचता है, उसकी ओर अग्रसर होते हुए, एक कदम और आगे, हम लोग इन तीन point पर; point number दो, point number तीन और point number चार...

कमेंट्री:

उन्हें एकदूसरे को, उनकी दलीलों की मजबूती का विश्वास दिलाना होगा। विद्यार्थियों को, तैयारी हेतु

शांत होकर सोचने के लिए, तीन मिनट का समय दिया गया है।

शिक्षक: हो गया? जिस topic पर आपने अपनेआपको संतुष्ट किया, उस बात से आप इसको संतुष्ट कराएँगे और आप इसको संतुष्ट करेंगे। ठीक है? ये इसको, ये इसको, इस प्रकार से pair हो गया। युगल, जोड़ा में। आप इसको संतुष्ट कराएँगे, ये इसको...

विद्यार्थी ४: सुनो ना, हम बनाएँ हैं, n बराबर three, तो $n+1$, तो...

विद्यार्थी ५: तुम भी तो मेरी तरह बनाई हो...

विद्यार्थी ४: तो four हुआ। ये हमेशा सच हैं। और $n+1$ चार ही क्षेत्रों में बाँट दिया और, क्योंकि अगर हम n की जगह three डालें, तो $3+1$ four हो जायेगा? वो चार भागों में बाँट जाता है। तो हम इसे जितने भागों में बाँट सकते हैं, उतने भागों में वो बाँट जायेगा।

विद्यार्थी ५: ज़रूरी नहीं कि हम इसको चार ही भागों में बाँटे, जितने भी भाग में बाँट सकते हैं। ठीक हैं?

विद्यार्थी ४: जितने भागों में बाँट सको, उतने भागों में बाँट सकता है।

विद्यार्थी १: सर्वांगसम होगा कब?

विद्यार्थी २: जब दोनों का आयतन समान होगा।

विद्यार्थी १: इसका जब...

विद्यार्थी २: त्रिज्या।

विद्यार्थी १: केंद्र से लेकर जो परिधि तक मिलता है, उसको त्रिज्या कहते हैं। जब ये बराबर हो जायेगा, तो इसका जो आयतन होगा, वो दोनों बराबर हो जायेगा।

विद्यार्थी ६: किन्ही दो बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखाखण्ड वृत्त की जीवा कहलाती हैं। जीवा आपस में बराबर कैसे होंगी?

विद्यार्थी ७: हम जानते हैं, कि $n+1$, एक वृत्त की जीवायें हैं।

विद्यार्थी ६: अगर n त्रिभुज के बहार बिंदु स्थित होता है। तो मान लो, ये त्रिभुज हुआ, ठीक? ये बिंदु हुआ। तो बिंदु से ज़्यादा डिग्री का ना होता है... पैंतालीस डिग्री, साठ डिग्री। तो यही पैंतालीस डिग्री हुआ। तो zero से इसी का हुआ ना, पैंतालीस डिग्री? तो यही हुआ।

विद्यार्थी ७: कैसे होगा इसके ऊपर? इसको हम...

विद्यार्थी ८: देखो, सर्वांगसम उसे कहते हैं, जो दोनों... जो एक चित्र को पूरी तरह ढँक ले। और जब इसका आयतन और पृष्ठ-क्षेत्रफल दोनों का समान हैं; दोनों का त्रिज्या और व्यास - दोनों समान हैं - तो इससे यह सिद्ध होता है, कि दोनों सर्वांगसम हैं।

शिक्षक: इस result को आप अपनेआप को संतुष्ट कर लिया? खुद को राज़ी कर लिया? और then आपने अपने दोस्तों को भी राज़ी कर लिया। अभी तक इस lesson में हम लोगों ने यही किया। सबसे ज्यादा कौन सा group संतुष्ट हुआ? और कौन सा topic पर संतुष्ट हुआ?

हाथ उठाइए, चलिए! चलो।

विद्यार्थी ८: यदि दो गोलकों का आयतन एक समान होगा, तो वो सर्वांगसम होगा। ये topic पर हम...

शिक्षक: अच्छा, यानि कि यदि दो गोलकों का आयतन एक समान हो, तो वो सर्वांगसम क्यों होता है?

विद्यार्थी ८: Yes, sir.

कमेंट्री:

पाठ के आखिरी हिस्से में शिक्षक चाहते हैं, कि उनके विद्यार्थी कल्पना करें, कि वे प्रसिद्ध, भारतीय गणितज्ञ, रामानुजन से तर्क कर रहे हैं। उन्हें अपनी दलीलों को विश्वासप्रद बनाने के लिए, और मजबूत कोशिश करने की जरूरत है।

शिक्षक: आप दोनों ने खूब चर्चा किया?

विद्यार्थी ८: Yes, sir.

शिक्षक: आपको अब रामानुजन को संतुष्ट करना है! मान लिया जाये कि वो रामानुजन है!

विद्यार्थी ८: Yes.

शिक्षक: आपका जो साथी है, वो रामानुजन है। रामानुजन कहने का मतलब ये है, कि वो एक बहुत बड़ा गणितज्ञ है। और उसकी thinking बहुत बड़ा ऊपर है। अब आपको उसको संतुष्ट करना है।

विद्यार्थी ८: पहले हम दो गोला... सर्वांगसम हम उसे कहेंगे कि जो अपनेआप को पूरा-पूरा ढँक ले? और जिससे इसका दोनों का आयतन बराबर हो जाये? अगर हम त्रिज्या को तीन मानते हैं, दोनों की

त्रिज्या को। अगर हम दोनों की त्रिज्या का - इसका formula, गोले का आयतन का होता है - $\frac{4}{3}\pi r^3$. अगर हम उस पर त्रिज्या रखकर बनाएँगे तो हमें दोनों का answer $36\pi\text{cm}^3$ आता है। इससे यह होता है, कि दोनों का आयतन समान है, तो वो सर्वांगसम होगा।

विद्यार्थी ७: फिर इसका पृष्ठफल आप निकाले तो कैसे निकाले?

विद्यार्थी ८: देखिये, अब ये भी, अगर हम तीन सेंटीमीटर रखकर, अगर हम इसका त्रिज्या निकालेंगे तो इसका फार्मूला हो जायेगा $4\pi r^2$. अगर $4\pi r^2$ रखकर बनाएँगे, तो मेरा आ जायेगा $36\pi\text{cm}^2$. दोनों का इतना ही आता है, इससे भी हमें पता चल जाता है, कि सर्वांगसम है।

शिक्षक: चलिए, बहुत अच्छे!

और कोई group? और कोई pair? जो खुद को राज़ी किया? अपने दोस्तों को राज़ी किया? और आप अब रामानुजन को भी राज़ी कर देंगे? चलिए...

विद्यार्थी ४: 'वृत्त की n जीवायें, वृत्त को n+1 के अनिश्चित क्षेत्रों में बाँटती हैं।' तो अगर n की जगह पर हम तीन रखते...

शिक्षक: ये पहले बताएँ - कि क्या होगा ये? हमेशा सच होगा? या कभी-कभी सच? या कभी सच नहीं?

विद्यार्थी ४: ये हमेशा सच होगा, क्योंकि अगर हम n की जगह पर अगर three लाते हैं, तो $3+1=4$ आता है, तो हम उसे चार भागों में बाँट सकते हैं।

विद्यार्थी ९: ये three तू बोली न? $3+1$, तो ये three कैसे हुआ? फिर one कैसे हुआ? ये बता हमको?

विद्यार्थी ४: जैसे कि हम... वृत्त बनाये न? और वृत्त में... जैसे कि, अगर हम तीन रेखा खींचे हैं ना? One, two, three, four - चार भागों में बाँट गया? तो n की जगह पर अगर हम three डालते हैं, तो $3+1=4$ आ गया न? वो चार भागों में बाँट जायेगा...

कमेंट्री:

समस्या को हल करने, और दलीलों पर राज़ी करवाने के काम ने, विद्यार्थियों को इस पाठ में जोड़ा, और प्रेरित किया है। पाठ्यक्रम में से दो मुद्दों के बारे में सोचिए, जो इस तरह के विचारविमर्श को बढ़ावा दे सकें।