प्राथमिक गणित

संख्या खेलों का उपयोग करना: संख्या की समझ विकसित करना

भारत में विद्यालय आधारित समर्थन के माध्यम से शिक्षक शिक्षा

www.TESS-India.edu.in

http://creativecommons.org/licenses/

संदेश

शिक्षकों को बाल केंन्द्रित कक्षा अभ्यास की ओर उन्मुख करने तथा शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्देश्यों को सम्मुख रखते हुए TESS-India राष्ट्रीय स्तर पर कार्यरत है। इस दिशा में TESS-India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) का विकास किया गया है । ये संसाधन शिक्षकों तथा शिक्षक–प्रशिक्षकों के वृत्ति विकास (Professional development) में लाभकारी एवं उपयोगी सिद्ध होंगे। राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के नेतृत्व में इन संसाधनों का स्थानीयकृत किया गया है, जिसके अन्तर्गत इनके उद्देश्य के मूल को बरकरार रखते हुए इनमें स्थानीय, भाषा, बोली, प्रथाओं, संस्कृतियों तथा नियमों को सम्मिलित किया गया है। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता एवं सुगमता पूर्वक किया जा सकता है ।

राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के मार्गदर्शन में TESS-India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) नेट पर आप सभी के लिए सुलभ उपलब्ध है ।

शुभकामनाओं सहित ।

(डॉ0 मुरली मनोहर सिंह)
निदेशक
एस0सी0ई0आर0टी0, बिहार

समीक्षा एवं दिशाबोध
डॉ. मुरली मनोहर सिंह, निदेशक राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. सैयद अब्दुल मोईन, विभागाध्यक्ष, अध्यापक शिक्षा विभाग, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. क़ासिम खुर्शीद, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्
डॉ. इम्तियाज़ आलम, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. स्नेहाशीष दास राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. अर्चना, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. रीता राय, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
श्री तेज नारायण प्रसाद, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार

स्थानीयकरण
भाषा और शिक्षा
डॉ. ज्ञानदेव मणि त्रिपाठी, प्राचार्य, मैत्रेय कॉलेज ऑफ एडुकेशन एण्ड मैनेजमेंट, हाजीपुर, वैशाली
श्री सुमन सिंह, प्रखंड साधनसेवी, भगवानपुर हाट, सिवान
श्री कात्यायान कुमार त्रिपाठी, प्राथमिक विद्यालय चैलीटाल, पटना
श्री कृत प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, हिलसा, नालंदा
प्राथमिक अंग्रेज़ी
श्री अरशद रज़ा, सहायक शिक्षक, प्राथमिक विद्यालय, पचासा रहुई, नालंदा
श्री संतोष सुमन, सहायक शिक्षक, बालिका उच्च विद्यालय, महुआबाग
श्री शशि भूषण पाण्डेय, सहायक शिक्षक, उत्क्रमित मध्य विद्यालय, मुकुन्दपुर, नालंदा
श्रीमती रचना त्रिवेदी, शिक्षिका, नोट्रेडेम अकादमी, पटना
माध्यमिक अंग्रेज़ी
श्री मणिशंकर, प्रधानाध्यापक, तारामणी भगवानसाव उच्च माध्यमिक विद्यालय, कोइलवर, भोजपुर
डॉ. ब्रजेश कुमार, शिक्षक, पी. एन. एंग्लो संस्कृत माध्यमिक विद्यालय, नया टोला, पटना
प्राथमिक गणित
श्री कृष्ण कान्त ठाकुर
श्री दिलीप कुमार, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, बुलनी हैदरपुर, नालंदा
श्री गोविन्द प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, चनपटिया, पश्चिमी चम्पारण
माध्यमिक गणित
डॉ. राकेश कुमार, भागलपुर डायट
श्री रिज़वान रिज़वी, उत्क्रमित मध्य विद्यालय, सिलौटा चाँद, कैमूर
श्री इन्द्रभूषण कुमार, शिक्षक, सहयोगी माध्यमिक विद्यालय, हाजीपुर, वैशाली
प्राथमिक विज्ञान
श्री मनोज त्रिपाठी, प्रखंड साधनसेवी, बरहारा, भोजपुर
श्री शशिकान्त शर्मा, प्रखंड साधनसेवी, आरा, भोजपुर
श्री रणबीर सिंह, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, आदर्श आवासीय मध्य विद्यालय शिक्षक संघ, सहरसा
माध्यमिक विज्ञान
श्री जी.वी.एस.आर प्रसाद
श्री मुकुल कुमार, शिक्षक, सहायक शिक्षक, गोरखनाथ सूर्यदेव माध्यमिक विद्यालय, राजापाकर वैशाली

TESS-India (Teacher Education Through School Based Support) का लक्ष्य है भारत में मुक्त शैक्षिक संसाधनों के द्वारा प्राथमिक और माध्यमिक स्तरों पर शिक्षकों के कक्षा अभ्यासों को बेहतर करना। ये संसाधन शिक्षकों के छात्र–छात्रा–केन्द्रित, भागीदारी दृष्टिकोण को विकसित करने में सहायता करेंगे।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Education Resources – OERs) शिक्षकों को स्कूल की पाठ्यपुस्तक के लिए सहायक पुस्तिका प्रदान करते हैं। ये संसाधन शिक्षकों के लिए गतिविधियाँ प्रदान करते हैं जो वे कक्षा में अपने छात्र–छात्रों के साथ कर सकते हैं। साथ ही इनमें केस स्टडी भी हैं जो ये दर्शाते हैं कि किस प्रकार दूसरे शिक्षकों ने उस विषय को सिखाया है। संबंधित संसाधन शिक्षकों को सीखने की योजना बनाने में और विषय पर ज्ञान वर्धन करने में उनकी सहायता करते हैं।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल हैं। ये *भारतीय तथा अतंर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार* किये गये हैं *और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट उपयोग के लिए उपलब्ध है (http://www.tess-india.edu.in) ।* मुक्त शैक्षिक संसाधन अनेकों संस्करणों में उपलब्ध हैं जो प्रत्येक राज्य के लिए उपयुक्त है जहाँ TESS India कार्यरत है। उपयोगकर्ता इन संसाधनों को अनुकूल और स्थानीयकृत करने के लिए स्वतंत्र हैं ताकि ये स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को पूरा कर सकें।

TESS-India मुक्त विश्वविद्यालय, ब्रिटेन के नेतृत्व में तथा ब्रिटेन की सरकार द्वारा वित्त-पोषित है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई की कुछ गतिविधियों के साथ निम्न प्रतीक का उपयोग किया गया है: *. इससे संकेत मिलता है कि निर्दिष्ट अध्यापन संबंधी थीम के लिए TESS-India वीडियो संसाधनों को देखना आपके लिए उपयोगी होगा।*

TESS-India वीडियो संसाधन भारत में अनेक प्रकार की कक्षाओं के संदर्भ में मुख्य अध्यापन तकनीकों का वर्णन करते हैं। हमें आशा है कि वे आपको इसी प्रकार के अभ्यासों के साथ प्रयोग करने के लिए प्रेरित करेंगे। उनका उद्देश्य पाठ (टेक्स्ट) पर आधारित इकाइयों के माध्यम से काम करने के आपके अनुभव का पूरक होना और उसे बढ़ाना है।

TESS-India वीडियो संसाधनों को ऑनलाइन देखा या TESS-India की वेबसाइट, http://www.tess-india.edu.in/ से डाउनलोड किया जा सकता है। वैकल्पिक रूप से, आप ये वीडियो सीडी या मेमोरी कार्ड के माध्यम से भी देख सकते हैं।

संस्करण 2.0 EM01v2
Bihar

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है:
http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/

TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है

'संख्या–समझ' एक ऐसा शब्द है जिसका उपयोग अक्सर किया जाता है, लेकिन इसको परिभाषित करना बहुत कठिन है। आमतौर पर इसका मतलब छात्र–छात्राओं द्वारा संख्याओं का लचीले ढंग से और प्रवाहपूर्ण तरीके से उपयोग करने की योग्यता होता है। संख्या–समझ के अंतर्गत संख्याओं को अर्थ दिया जाता है – जिसका मतलब यह जानना है कि वे एक दूसरे के साथ किस प्रकार संबंधित हैं और उनके आपेक्षिक परिमाण क्या हैं। यह संख्याओं पर गणितीय संक्रियाओं के प्रभाव पर भी आधारित है, जैसे कि क्या किसी अन्य संख्या द्वारा दी गई संख्या का गुणन करने पर संख्या अधिक बड़ी या छोटी हो जाती है। संख्यात्मक पहलुओं को समझने के लिए संख्या–समझ का होना बहुत महत्त्वपूर्ण है।

संख्या–समझ को सीखना और उसमें सुधार करना जीवन भर चलनेवाली गतिविधि है जिसका प्रारंभ बचपन से ही हो जाता है। विद्यालय में संख्याओं के बारे में और जानना और उनके साथ खेलना सिखाया जाना चाहिए और संख्याओं के स्वरूप और उनके बीच के संबंधों के बारे में सोचने के लिए प्रोत्साहित किया जाना चाहिए। अक्सर विद्यालय में पढ़ाए जानेवाले गणित में संख्याओं के साथ खेलने और उनका आनंद लेने जैसी चीज़ें नहीं होती हैं। इस इकाई का उद्देश्य उन गतिविधियों के रूप में संख्या खेलों की पहचान और उनका उपयोग करने के लिए विचार प्रदान करना है, जो छात्र–छात्राओं में संख्या–समझ विकसित करने के लिए बेहतरीन शिक्षण पद्धति प्रदान करते हैं।

आप इस इकाई में सीख सकते हैं

- संख्या के बारे में अपने छात्र–छात्राओं की समझ विकसित और मज़बूत करने के लिए कुछ विचार।
- जुड़ाव, सहभागिता और गणितीय तर्क को प्रोत्साहित करने के लिए गणितीय खेलों का शिक्षण रणनीति के रूप में किस प्रकार उपयोग करें।

यह अंक NCF (2005) और NCFTE (2009) की निम्न शिक्षण आवश्यकताओं से संबंधित है तथा संसाधन 1 में रेखांकित आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगा।

1 संख्या–समझ विकसित करने के लिए खेल का उपयोग करना

ज़रा सोचिए

- अपने बचपन के बारे में सोचें। क्या आपने संख्याओं के बारे में विद्यालय से बाहर कुछ भी सीखा था? उदाहरण के लिए, हो सकता है कि आपने विद्यालय जाने से पहले गणना करना सीख लिया हो, या आपको पैसे, आयु या चीज़ों को समान रूप से बाँटने की समझ आ गयी हो। आपने ये सब कैसे सीखा?

बच्चे बहुत कम उम्र से खेलना शुरू कर देते हैं। सामान्य रूप से यह माना जाता है कि खेलने से सामाजिक व्यवहार, तार्किक तथा रणनीतिक सोच, कभी-कभी प्रतिस्पर्धात्मकता या कभी टीमवर्क और एकजुटता जैसी चीज़ें विकसित होती हैं।

खेलना आपको रोमांच, हर्ष, निराशा और आनंद जैसे अनुभव प्रदान करता है। शोध बताते हैं कि गणित सिखाने में खेल का उपयोग करने से गणित के प्रति बेहतर रवैया पैदा होता है, उन्नत प्रेरणा मिलती है और छात्र–छात्राओं की समस्या निवारण से योग्यताओं के विकास में सहायता मिलती है (अर्नेस्ट, 1986; सुलिवान और अन्य, 2009; ब्रेग, 2012)। ऐसा तर्क दिया जाता है कि गणितीय खेल खेलते समय होने वाली गणितीय चर्चाएँ गणितीय समझ को विकसित करती हैं (स्केम्प, 1993)।

इस इकाई में छात्र–छात्राओं की संख्या–समझ को विकसित करने के लिए कुछ पहले ही आज़माये जा चुके खेलों के उदाहरण दिये गये हैं। इस इकाई में छात्र–छात्राओं द्वारा अच्छे संख्या खेलों को खोजने और खेलों द्वारा प्रस्तावित शिक्षण अवसरों की पहचान करने पर भी चर्चा होगी।

यहाँ पहली गतिविधि उस खेल का उदाहरण है, जो संख्या–संबंधों की समझ विकसित करती है। इसमें ऐसे गणितीय साधन का उपयोग किया जाता है जिनके बारे में छात्र–छात्रा पहले से अवगत हैं, जैसे – 'सौ वर्ग'। पुस्तकों में और इंटरनेट पर ऐसे कई खेल निःशुल्क उपलब्ध हैं। इस इकाई की गतिविधियाँ NRICH नामक एक निःशुल्क गणितीय संसाधन वेबसाइट से ली गई हैं, जो कि कैम्ब्रिज विश्वविद्यालय (यूके) की मिलेनियम गणितीय परियोजना का एक भाग है।

इस अंक में अपने छात्र–छात्राओं के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने से पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह या आंशिक रूप से स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा अगर आप अपने किसी सहकर्मी के साथ मिलकर इसे करने का प्रयास करें क्योंकि स्वयं के अनुभव के आधार पर सिखाना आसान होगा। स्वयं प्रयास करने से आपको किसी शिक्षा ग्रहण करनेवाले व्यक्ति के अनुभव का ज्ञान होगा, जो आपके शिक्षण और एक शिक्षक के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित करेगा।

गतिविधि 1: आपको क्या चाहिए?

इस गतिविधि के लिए, छात्र–छात्राएँ जोड़ियों या छोटे-छोटे समूहों में कार्य करते हैं। आप गतिविधि के लिए स्वयं को तैयार करने के लिए संसाधन 2, 'समूहकार्य प्रबंधन' का उपयोग कर सकते हैं।

छात्र–छात्राओं को सौ वर्ग (चित्र 1) का प्रिंटआउट या उसकी एक प्रति दें, अथवा उनकी पुस्तकों में पहले से दी गई प्रति का उपयोग करने के लिए कहें। सुनिश्चित करें कि उन्हें सभी सौ वर्ग दिखाई दें। उन्हें इस बारे में न बताएँ कि वे इस कार्य को कैसे करेंगे बल्कि उन्हें स्वयं इसका पता लगाने दें ताकि उन्हें इनकी रणनीतियों के बारे में सोचना पड़े, जो कि बहुत महत्त्वपूर्ण है। इसके कारण संशय भी बना रहता है।

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

चित्र 1: एक सौ वर्ग

भाग 1: यह निर्णय लेना कि आपको क्या जानना चाहिए

निम्नलिखित को ब्लैकबोर्ड पर लिखें:

आठ संकेत

- संख्या 9 से बड़ी है।
- संख्या 10 का गुणज नहीं है।
- संख्या 7 का गुणज है।
- यह एक विषम संख्या है।
- संख्या 11 का गुणज नहीं है।
- संख्या 200 से कम है।
- इसका इकाई अंक इसके दहाई अंक से बड़ा है।
- इसका दहाई अंक एक विषम संख्या है।

छात्र–छात्राओं को नीचे दी गई बातें कहें:

> मेरे मन में एक संख्या है जो कि एक 'सौ वर्ग' पर है लेकिन मैं आपको यह नहीं बतानेवाला कि वह क्या है। हालाँकि, आप मुझसे ब्लैकबोर्ड पर लिखे आठ में से चार संकेत पूछ सकते हैं और मैं उसका हाँ या नहीं में जवाब दूँगा।
>
> इसके अलावा एक और चीज़ है जो मैं आपको बताना चाहता हूँ: दिए गए संकेतों में से चार सही हैं लेकिन उनसे संख्या को ढूँढने में कोई मदद नहीं मिलेगी। उनका पता लगाने के लिए चार संकेतों को ढूँढना आवश्यक है।
>
> क्या आप अपने समूह में उस संख्या को ढूँढ सकते हैं जिसके बारे में मैं सोच रहा हूँ और यह पता लगा सकते हैं कि किन चार संकेतों से आपको मदद मिलेगी और किन चार से नहीं? आपको अपने 'सौ वर्ग' में से चुनी गई संख्या को ढूँढने के लिए किस चीज़ की जानकारी होनी चाहिए?

भाग 2: संख्या क्या है?

यह भाग गतिविधि भाग 1 में छात्र–छात्राओं द्वारा लगाए गए अनुमान की परीक्षा लेने के लिए बनाया गया है।

- छात्र–छात्राओं से कहें कि: 'मैं किसी संख्या के बारे में सोच रहा हूँ – अपने समूहों में रहकर, वे चार संकेत तय करें और मुझसे पूछें कि मैं किस संख्या के बारे में सोच रहा हूँ।'
- कुछ मिनट बाद एक अन्य समूह से उनके द्वारा सोचे गए संकेतों के बारे में पूछें और उन्हें इन्हें आज़माने दें। भले यह काम करे या न करे, लेकिन उनसे इन चार संकेतों को चुनने का कारण पूछें। यह पूछें कि क्या किसी समूह ने उनसे अलग चार संकेतों का चुनाव किया है और फिर उन संकेतों को आज़माएँ। संकेत सही होने पर रुक जाएँ और अपने द्वारा चुनी गई संख्या का पता लगाएँ।
- यही प्रक्रिया कई अलग संख्याओं के लिए दोहराएँ, या छात्र–छात्राओं से कहें कि वे अब आपकी भूमिका निभाएँ और कोई संख्या सोचें।
- उसके बाद इस बात पर चर्चा करें कि संख्या को ढूँढने के लिए किन चार संकेतों की आवश्यकता नहीं है। सर्वश्रेष्ठ संकेत क्या हो सकते हैं, और क्यों?

(स्रोत: NRICH से रूपांतरित, http://nrich.maths.org/5950।)

	इस गतिविधि को वर्ग–5 के पाठ–4 (गुणज तथा गुणनखंड) के दौरान कराया जा सकता है।

वीडियो: स्थानीय संसाधनों का उपयोग करना

केस स्टडी 1: गतिविधि 1 का उपयोग करके श्रीमती रचना यह प्रदर्शित करती हैं।

यह एक शिक्षिका की कहानी है जिसने अपनी प्राथमिक कक्षा के छात्र–छात्राओं के साथ गतिविधि 1 को आज़माया

मैं मानती हूँ कि ये खेल मनोरंजक गतिविधियाँ हैं लेकिन मेरे मन में इस दावे को लेकर हमेशा थोड़ा संदेह रहता है कि क्या गणितीय शिक्षण के लिए ये बेहतरीन अवसर प्रदान करते हैं। मेरे लिए इस बात पर विश्वास करना बहुत कठिन था कि ये संख्या खेल उन सामान्य पारंपरिक शिक्षण–विधियाँ के विकल्प बन सकते हैं, जिनका उपयोग करके मैं अपनी कक्षा को पढ़ाती हूँ और अपने छात्र–छात्राओं को स्पष्ट रूप से गणितीय विचार समझाती हूँ। लेकिन मैंने निर्णय लिया कि मैं इन खेलों का उपयोग अवश्य करूँगी क्योंकि मैंने पाया कि कभी-कभी मेरे वे छात्र–छात्राएँ जिनकी आयु कम थी, वे भी गणित का काम करते समय ऊब जाते थे और यह बात मुझे दु:खी करती है और मुझे कुछ और करने के लिए प्रेरित करती है।

मेरी कक्षा बड़ी है – लगभग 80 छात्र–छात्राएँ हैं। हालाँकि वे केवल कक्षा III और IV से होने चाहिए थे, फिर भी छात्र–छात्राओं के गुण एक दूसरे से बहुत अलग होते हैं: कुछ छात्र–छात्राएँ अभी भी शुरूआती वर्ष की संख्याओं की अवधारणाओं से जूझते प्रतीत होते हैं, जबकि अन्य खुशी-खुशी उच्च कक्षाओं के कार्य कर पाते हैं। ऐसी गतिविधियाँ ढूँढ़ना जिन्हें वे सभी कर सकें और जो उन सभी के लिए चुनौतीपूर्ण हो, बहुत कठिन है।

चूँकि मेरे पास फ़ोटोकॉपियर या सभी छात्र–छात्राओं के लिए कागज़ के बड़े पत्रक या स्केल जैसे संसाधन तक नहीं हैं, इसलिए इस गतिविधि को तैयार करते समय मैंने छात्र–छात्राओं से गृह-कार्य के रूप में उनकी अभ्यास–पुस्तिकाओं के कवर के अंदर की ओर सौ वर्ग बनाने के लिए कहा। अधिकांश छात्र–छात्राओं ने ऐसा कर लिया, लेकिन कुछ ने नहीं किया। मैं उन छात्र–छात्राओं को वहाँ कक्षा में उसी समय उन वर्गों को बनाने के लिए कहकर समय बर्बाद करना नहीं चाहती थी, इसलिए मैंने सुनिश्चित किया कि जब छात्र–छात्राएँ चार-चार या पाँच-पाँच के समूह में जाएँ, तो वे ऐसे किसी के पास बैठें जिसने गृह-कार्य किया है, ताकि वे दोनों समान सौ वर्गों को देख सकें। उन्हें समूहों में बाँटने के लिए, मैंने बस विषम पंक्तियों वाले छात्र–छात्राओं से पीछे मुड़ जाने और उनके सामने बैठे छात्र–छात्राओं के साथ मिलकर काम करने के लिए कहा।

मुझे बिल्कुल अच्छा नहीं लग रहा था कि मैंने उन्हें उचित निर्देश नहीं दिए थे, कि इसका पता कैसे लगाया जाए कि कौन से संकेत आवश्यक थे और कौन नहीं थे या यह कि इस संबंध में सबसे पहले पूरी कक्षा के साथ चर्चा कर लेनी चाहिए। मुझे वास्तव में चिंता हो रही थी कि उन्हें पता नहीं होगा कि क्या करना है। लेकिन मैंने सोचा मैं एक प्रयास करूँगी और देखूँगी कि क्या यह गतिविधि ठीक चल रही है और उस टास्क को उसी तरीके से प्रस्तुत किया जैसा कि उसका वर्णन किया गया था।

मैंने यह तय किया कि अगर ये छात्र–छात्राएँ चार मिनट के बाद भी यह पता नहीं लगा पाते हैं कि आगे कैसे बढ़ना है, तो मैं

उन्हें बता दूँगी। इसमें उन्हें उतना समय नहीं लगा। यह सुनिश्चित करने के लिए, कि वे टास्क का प्रयास करते रहें, मैं कक्षा में इधर-उधर टहल रही थी और उनकी चर्चाएँ सुन रही थी। मैंने कुछ समूहों से कहा 'आप इसका पता कैसे लगाएँगे?' दिए गए संकेतों के विकल्पों का चयन करने में उनके उत्तर अलग-अलग थे और इस बात के औचित्य पर भी उनकी राय अलग-अलग थी कि वे उनका चुनाव क्यों कर रहे हैं। मैंने पाया कि साथ–साथ वाले समूह भी उनके जवाब सुनेंगे, कभी-कभी उनका नज़रिया बदलने पर। उस तरीके से पूरी कक्षा को इस चर्चा के लिए रोकने की आवश्यकता के बिना उन सभी छात्र–छात्राओं को एक दूसरे से सीख मिली।

मुझे वास्तव में कक्षा का वह कोलाहल अच्छा लगा – वहाँ उत्तेजना थी और जुड़ाव था। छात्र–छात्राएँ काफ़ी मुस्कुरा रहे थे और एक दूसरे से चर्चा करने, सहमति जताने और असहमति जताने के लिए अपने-अपने गणितीय तर्कों को विकसित कर रहे थे। ऐसा लग रहा था कि प्रत्येक छात्र–छात्रा के पास एक तर्क मौजूद था और उन समूहों के कार्य में शामिल प्रतीत हो रहे थे।

थोड़ी देर बाद मैंने उनसे कहा कि संकेतों पर निर्णय लेने के लिए वे तीन मिनटों का समय और ले लें और उन्हें यह सुनिश्चित करना होगा कि उनके समूह के प्रत्येक छात्र–छात्रा को सहमति द्वारा निष्कर्ष स्वरूप निकाले गए संकेतों के बारे में पता होना चाहिए और उसकी समझ होनी चाहिए। मैंने ऐसा इसलिए पूछा, क्योंकि मैं इस बात को सुनिश्चित करना चाहती थी कि उस समूह के सभी छात्र–छात्राएँ, चाहे उनकी योग्यता जो भी रही हो, इस खेल से सीखेंगे। इसी कारण से, मैंने भी इस गतिविधि के दूसरे भाग के दौरान समूह के 'सबसे होशियार' छात्र–छात्रा से वे प्रश्न नहीं पूछे।

संकेतों की आवश्यकता क्यों थी या क्यों नहीं थी, इसकी चर्चा करने से छात्र–छात्राओं को अपने-अपने विचारों के संबंध में चर्चा करने का अवसर मिल गया। कभी-कभी, पहली बार में, उन्होंने अपने आप को अनाड़ी की तरह दिखाया, लेकिन मैंने उनसे 'उसे फिर कहने' के लिए कहा और मैं चकित रह गई कि उनमें से अधिकांश ने दूसरे चरण में इतनी जल्दी स्वयं को अधिक सहजता से व्यक्त किया। यह सुनिश्चित करने के लिए कि केवल 'सबसे होशियार' छात्र–छात्रा ही जवाब न दें, मैंने अलग-अलग छात्र–छात्राओं से पूछा कि क्या दिये गये जवाब से वे सहमत हैं तथा उनके सहमत होने पर उनसे उसी कथन को उनके शब्दों में दोहराने के लिए कहा। अगर वे सहमत नहीं थे, तो उन्हें इसका कारण बताना पड़ा।

अपने शिक्षण–अभ्यास के बारे में सोचना

अपनी कक्षा के साथ ऐसा कोई अभ्यास करने के बाद यह सोचें कि क्या ठीक रहा और कहाँ गड़बड़ी हुई। ऐसे प्रश्न सोचें जिनसे छात्र–छात्राओं में रुचि पैदा हो तथा उनके बारे में उन्हें समझाएँ ताकि वे उन्हें हल करके आगे बढ़ सकें। ऐसे चिंतन से वह 'स्क्रिप्ट' मिल जाती है, जिसकी मदद से आप छात्र–छात्राओं के मन में गणित के प्रति रुचि जगा सकते हैं और उसे मनोरंजक बना सकते हैं। अगर छात्र–छात्राओं को 'समझ' नहीं आ रही है और वे कुछ नहीं कर पा रहे हैं, तो इसका मतलब है कि उनकी इसमें सम्मिलित होने की रुचि नहीं है। जैसा कि श्रीमती रचना ने कुछ छोटी-छोटी चीज़ें की और उनसे फ़र्क पड़ा, इसलिए आप जब भी ये गतिविधियाँ करें, तो इस विचार करनेवाले अभ्यास का उपयोग अवश्य करें।

ज़रा सोचिए

चिंतन को बढ़ावा देने वाले अच्छे प्रश्न निम्नांकित हो सकते हैं:

- आपकी कक्षा में इसका प्रदर्शन कैसा रहा?
- अपने छात्र–छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या प्रश्न पूछे? छात्र–छात्राओं को अपने गणितीय विचार का प्रदर्शन करने के लिए सक्षम बनाने में कौन-कौन से प्रश्न सबसे सफल रहे?
- क्या आपके सभी छात्र–छात्राओं ने भाग लिया?
- क्या किसी भी समय आपको ऐसा लगा कि हस्तक्षेप करना चाहिए?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो ऐसा करने का आपका तर्क क्या था?

2 गणित सीखने हेतु अच्छे खेलों के आवश्यक गुण

पुस्तकों में और इंटरनेट पर कई सारे संख्या–खेल उपलब्ध हैं, लेकिन क्या वे सभी गणित सीखने के लिए अच्छे तथा प्रभावी हैं? कक्षा में उपयोग किये जाने के लिए कौन से खेल अच्छा गणितीय शिक्षण प्रदान करते हैं, यह तय करने में मदद करने के लिए, पहले सामान्य रूप से अच्छे शैक्षणिक खेलों के गुणों के बारे में विचार करना उपयोगी होता है। गॉफ़ (1999) ने पता लगाया कि एक अच्छे खेल में निम्न गुण होते हैं:

- प्रतिस्पर्धात्मकता का एक तत्व; यह ऐसे दो या अधिक खिलाड़ियों से प्राप्त किया जा सकता है, जो बारी-बारी से किसी प्रकार की 'विजयी' स्थिति प्राप्त करने का प्रयास करते हैं
- संपूर्ण खेल में अगली चाल से संबंधित चुनाव करने और निर्णय लेने का तत्त्व
- खिलाड़ियों के बीच संवाद करने का तत्त्व, जिसमें एक खिलाड़ी की चालें दूसरों को प्रभावित करती हैं।

गतिविधि 2 कुछ ऐसे खेल प्रस्तुत करती है, जो संख्या के संबंधों के प्रति समझ विकसित करने में मदद करते हैं। इस तरह के कई खेल, पुस्तकों में और इंटरनेट पर खुलेआम पाये जा सकते हैं। इस इकाई की गतिविधि 1, 2 और 4 को NRICH गणितीय संसाधनों की वेबसाइट से लिया गया है।

गतिविधि 2: संख्याओं के संबंध में कार्यनीति बनाना

तैयारी

यह खेल छात्र–छात्राओं से स्थानीय मान के बारे में सोचने के लिए कहता है और सभी आयु–वर्ग के छात्र–छात्राएँ इसका आनंद लेते हैं। कम उम्र के छात्र–छात्राओं के लिए बॉक्स के आकार को छोटा किया जा सकता है।

खेल की व्यवस्था एवं अंक–प्रदान (स्कोरिंग सिस्टम) सेट-अप और स्कोरिंग सिस्टम में कई विविधताओं का सुझाव दिया गया है। एक बार छात्र–छात्राओं द्वारा व्यवस्था को समझ लिए जाने पर आप उनसे अधिक विविधताओं तथा अपने स्वयं के अंक प्रदान (स्कोरिंग सिस्टम) के साथ आगे आने के लिए भी कह सकते हैं, क्योंकि इनके लिए भी गणितीय सोच की आवश्यकता होगी।

इस गतिविधि के लिए छात्र–छात्राओं को छः-, नौ- या दस-फलक वाले (1 से 6, 1 से 9 या 1 से 10 तक की संख्याओं वाले) पासे या 1 से 10 या 0 तक की संख्याओंवाले दस खंडोंवाले स्पिनर की आवश्यकता होगी। आप संसाधन 3 में स्पिनर के लिए नमूना देख सकते हैं। इन संसाधनों का फिर से गतिविधि 4 में भी उपयोग किया जा सकता है।

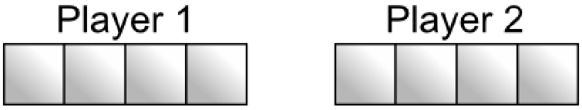
नीचे दिया गया खेल 1, मूलभूत खेल कैसे सेट किया जाता है, इसका वर्णन करता है और खेल 2 से 6, खेल 1 की विविधताओं तथा विकास का वर्णन करते हैं।

खेल खेलना

खेल 1

यह खेल सबसे अच्छे तरीके से जोड़े में या एक दूसरे के विरुद्ध खेल रहे दो जोड़ों के साथ खेला जाता है।

प्रत्येक खिलाड़ी चार बॉक्स का एक सेट बनाता है, जैसा कि चित्र 2 में दिखाया गया है।



चित्र 2: प्रत्येक खिलाड़ी के पास चार बॉक्स का एक सेट होता है।

छात्र–छात्राओं को निम्नानुसार निर्देश दें:

> बारी-बारी से पासा फेकें, संख्या पढ़ें और तय करें कि वह संख्या आपके चार बॉक्स में से किसमें भरी जानी चाहिए। ऐसा बार–बार करें जब तक कि आपके सभी बॉक्स न भर जाएँ। चार अंकों को एक पूर्णांक के रूप में पढ़ें।

जिसके पास भी अधिक बड़ी चार-अंकीय संख्या होगी, वह विजेता होगा।

यहाँ दो संभावित स्कोरिंग सिस्टम दिए गए हैं:

- एक जीत के लिए एक अंक। जो सबसे पहले 10 अंक प्राप्त करेगा, वह खेल का विजेता होगा।
- प्रत्येक चरण के बाद दो चार-अंकीय संख्याओं के बीच का अंतर पहचाने।

यह स्कोर विजेता को मिलेगा। 10,000 तक पहुँचने वाला पहला छात्र विजेता होगा।

खेल 2

जो भी सबसे पहले छोटी चार–अंकीय संख्या बनाएगा, वह विजेता होगा।

आप संभवतः खेल 1 वाले स्कोरिंग सिस्टम को बदलना चाहेंगे।

खेल 3

एक लक्ष्य निर्धारित करें। प्रत्येक छात्र चार-चार बार पासा फेंकेगा और यह पता लगाएगा कि हर एक लक्ष्य संख्या से कितनी दूर है। जो भी लक्ष्य संख्या के अधिक निकट होगा, वह विजेता होगा।

यहाँ दो संभावित स्कोरिंग सिस्टम दिए गए हैं:

- एक जीत के लिए एक अंक। जो सबसे पहले 10 अंक प्राप्त करेगा, वह खेल का विजेता होगा।
- प्रत्येक चरण के बाद दो चार-अंकीय संख्याओं और लक्ष्य–संख्या के बीच का अंतर पहचानें। एक क्रमिक कुलयोग चालू रखें। 10,000 तक पहुँचनेवाला पहला छात्र हार जाएगा।

खेल 4

यह खेल दशमलव बिंदु से परिचय कराता है। किसी एक प्रकोष्ठ में दशमलव बिंदु आ जाएगा, इसलिए इस बार प्रत्येक

खिलाड़ी को तीन बार पासा फ़ेंकना होगा। एक लक्ष्य संख्या चुनें। लक्ष्य के सबसे निकटवाला खिलाड़ी विजेता होगा।

दो संभावित संस्करण:

- प्रत्येक खिलाड़ी बारी-बारी से पासा फ़ेंकने से पहले ही यह तय करते हैं कि वे दशमलव बिंदु को कहाँ रखना चाहते हैं।
- प्रत्येक खिलाड़ी तीन बार पासा फ़ेंकता है और फिर तय करता है कि कहाँ अंक डालना है और कहाँ दशमलव बिंदु।

यहाँ भी, भिन्न-भिन्न स्कोरिंग सिस्टम रखे जा सकते हैं।

खेल 5

इस खेल के लिए वास्तव में कार्यनीतिक सोच की आवश्यकता होती है और यह बहुत प्रतिस्पर्धात्मक हो सकता है! अपने छात्र–छात्राओं को निम्न बताएँ:

> ऊपर दिये किसी भी खेल को खेलें। इस बार आप अपनी संख्या चुनकर उसे किसी एक प्रकोष्ठ में रख सकते हैं या अपने सहभागी को देकर उन्हें बता सकते हैं कि उस संख्या को किस प्रकोष्ठ में रखना है। इस खेल को निष्पक्ष बनाने के लिए हर चक्र अलग-अलग खिलाड़ी से शुरू करना आवश्यक है।

जब आप इस खेल को दो से अधिक लोगों के साथ खेलते हैं, तब इसकी विविधता और भी अधिक चुनौतीपूर्ण हो जाती है।

खेल 6

यह एक प्रतिस्पर्धात्मक खेल होने की बजाय एक सहयोगी खेल है – जिसे तीन या अधिक लोग खेलते हैं।

अपने छात्र–छात्राओं को निम्न बताएँ:

- ऊपर दिए गए खेलों में से कोई एक चुनें। यह निर्णय पहले ही कर लें कि आप लोगों में से लक्ष्य के सबसे निकट कौन पहुँचेगा, और दूसरे, तीसरे, चौथे, आदि स्थानों पर कौन होगा।
- अब, साथ मिलकर निर्णय लें कि संख्याओं को किन प्रकोष्ठों में और कहाँ रखना है।

स्रोत: NRICH से रूपांतरित, http://nrich.maths.org/6605)

	इस गतिविधि को कक्षा–2 से 5 तक के बच्चों के बीच स्थानीय मान पर कार्य करते समय कराया जा सकता है।

वीडियो: सीखने की योजना बनाना

केस स्टडी 2: गतिविधि 2 का उपयोग करने पर श्री अमित बताते हैं।

इस गतिविधि के निर्देशों को पढ़ने से मुझे लगा कि इसमें शिक्षा के कुछ अवसर दिखाई दे रहे हैं, लेकिन मुझे नहीं पता था कि कहां तक यह एक 'अच्छा' खेल हो पाएगा। मैंने इसके बारे में एक सहकर्मी से बातचीत की और हमने स्टाफ़ रूम में स्वयं

इसका सबसे पहले उपयोग करने का निर्णय लिया और क्या बताऊँ कि खेलने में कितना मज़ा आया! हम खुद को रोक नहीं पा रहे थे और अन्य शिक्षक/शिक्षिका भी इसमें शामिल हो गए।

मुझे छोटी कक्षा के छात्र–छात्राओं और बड़े छात्र–छात्राओं की टीम बनाने को लेकर थोड़ी चिंता थी क्योंकि मैं मिश्रित-आयु वर्गों के छात्र–छात्राओं को पढ़ाता हूँ, इसलिए जब हमने पहली बार यह खेल खेला तो मैंने एक दूसरे के विरुद्ध खेलने के लिए समान आयु–वर्ग के छात्र–छात्राओं की जोड़ियाँ बनाई। हमने खेल 1 और फिर खेल 2 खेला, इन दोनों खेलों को दो बार खेला। उसके बाद से हम इन और अन्य खेलों को छात्र–छात्राओं में उत्साह पैदा करने के लिए (विशेष रूप से दोपहर के भोजन के बाद अच्छा रहता है) कभी पाठ प्रारंभ करने से पहले और कभी पाठ समाप्त होने के बाद नियमित रूप से खेलते आ रहे हैं। यह एक प्रतिफल के रूप में भी अच्छा कार्य करता है, जिसके अंतर्गत हम छात्र–छात्राओं से कहते हैं कि अगर उन्होंने अपना कार्य जल्दी समाप्त कर लिया, तो हम 'संख्या रणनीतिज्ञ बनो' खेल सकते हैं।

मैंने मिश्रित आयु-वर्ग के समूहों के साथ खेल 6 का उपयोग किया, जो कि इस खेल का 'सहायक' संस्करण है और यह देखना बहुत ही मनोरम था कि किस प्रकार बड़े छात्र–छात्राएँ, छोटी कक्षा के छात्र–छात्राओं की सहायता कर रहे थे। शुरूआत में मुझे लगा कि इससे बड़े छात्र–छात्राओं को सीखने में मदद मिलेगी क्योंकि उन्हें छोटी कक्षा वाले छात्र–छात्राओं की मदद करनी थी और अपने गणितीय विचारों के माध्यम से संवाद करना था और बिलकुल ऐसा ही हुआ। उसी समय मुझे यह भी लगा कि छोटी कक्षा वाले छात्र–छात्रा बड़े छात्र–छात्राओं से बातचीत करने में झिझक महसूस करेंगे – लेकिन यह बात गलत साबित हुई! छोटी कक्षा के छात्र–छात्रा बड़े छात्र–छात्राओं के साथ गणित से जुड़े प्रश्नों पर तर्क करके बहुत प्रसन्न हो रहे थे।

चूँकि हमारे विद्यालय में पासे नहीं हैं, इसलिए मैंने स्वयं स्पिनर बना लिए। मैंने उन्हें गत्ते पर बनाया और अब उनका अक्सर उपयोग किया जाता है, इसलिए उन्हें बनाना उपयोगी साबित हुआ। मैं एक बड़ा पासा बनाना चाहता था, जिसे मैं फेंकूँ और तब सभी छात्र–छात्रा उन्हीं संख्याओं पर कार्य करें – खेल में बस एक परिवर्तन के रूप में।

एक 'अच्छे' खेल की विशेषताओं के बारे में पढ़ना अच्छा लगा था। वास्तव में, मैंने कभी भी इसके बारे में विस्तार से जानने की कोशिश नहीं की। छात्र–छात्राओं को खेलते हुए देखने के बाद मैं अब समझता हूँ कि इससे जुड़ा अधिकतर रोमांच और सोच इस बात पर आधारित है कि 'यह पूरा खेल अगली चाल के चुनाव और निर्णय पर आधारित है'। और 'खिलाड़ियों के बीच आपसी संवादवाले तत्व क्योंकि एक खिलाड़ी की चालें अन्य खिलाड़ियों को प्रभावित करती थीं', के कारण उन्हें रणनैतिक दृष्टिकोण से सोचना पड़ रहा था – अगले चरण के बाद की चालों को भी। इस रणनीतिक दृष्टिकोण से स्थान के मान की उनकी समझ को विकसित करने में वाकई मदद मिली, क्योंकि उन्हें प्रत्येक अंक के मान के बारे में बहुत सावधानी से सोचना पड़ता था।

ज़रा सोचिए

इस केस स्टडी में, श्री अमित अपनी कक्षा में बड़ी और छोटी कक्षा के छात्र–छात्राओं के बीच बातचीत को लेकर सकारात्मक थे। अगर छोटी कक्षा के छात्र–छात्रा बातचीत करने में अधिक संकोच दिखाते या बड़ी कक्षा के छात्र–छात्रा चर्चा में हावी होते, तो वे छात्र–छात्राओं को शिक्षित करने के लिए किस प्रकार की रणनीति अपनाते?

इन कुछ प्रश्नों का उत्तर देकर अपने पाठ (पाठों) का अनुभव बताएँ:

- आपको इन गतिविधियों के बारे में क्या अच्छा लगा?
- इन कार्यों में ऐसा क्या था कि छात्र–छात्राएँ इनमें भाग लेना और व्यस्त रहना चाहते हैं?

- ये गतिविधियाँ किस प्रकार के गणित सीखने के अवसर प्रदान करती हैं?
- क्या कुछ ऐसा है जो आप जोड़ना या संशोधित करना चाहते हों?

इन प्रश्नों के जवाब में अपने विचारों और सुझावों को कहीं लिख लें और अपने विद्यालय या सामूहिक बैठक में शिक्षकों से इन पर चर्चा करें।

3 संख्या–खेलों के गणित सीखने के अवसरों की पहचान करना

जैसा कि इस इकाई के आरंभ में बताया गया है, संख्या–खेल उत्कृष्ट सामाजिक संवाद, सोच- विचार और समस्या-निवारण कौशल के लिए लाभकारी हो सकते हैं और कुछ सीखने की प्रेरणा दे सकते हैं।

इस इकाई में अब तक उपयोग किये गये खेल गणित सीखने के अवसर प्रदान करते हैं – यानी इनसे छात्र–छात्राओं में विशिष्ट गणितीय सिद्धांतों और विचारों की समझ विकसित करने में मदद मिली – और इस मामले में उनकी संख्या की समझ बढ़ी। इसका मतलब है कि ये खेल छात्र–छात्राओं के लिए न केवल मनोरंजक हैं बल्कि गणित समझने का एक मान्य तरीका भी हैं।

उदाहरण के लिए, गतिविधि 2 में छात्र–छात्राओं के लिए गणित सीखने के अवसरों को निम्न के रूप में वर्णित किया जा सकता है:

- स्थानीय मान के बारे में सीखना
- संख्याओं के परिमाण के बारे में सीखना
- गणितीय संक्रियाओं का प्रभावी और सटीक ढंग से उपयोग करने का तरीका सीखना
- संख्याओं का लचीले और प्रवाहपूर्ण ढंग से उपयोग करने का तरीका सीखना।

इन गणितीय विचारों के बारे में सीखना पाठ्यचर्या के दृष्टिकोण से महत्त्वपूर्ण माना जाता है और यह संख्या की समझ विकसित करने के लिए अनिवार्य है।

गतिविधि 2 के खेल को आगे बढ़ाने वाली अगली गतिविधिः शिक्षण–अवसरों को विभिन्न संक्रियाओं, संख्या–संबंधों की समझ और संख्याओं पर आधारित विभिन्न गणितीय संक्रियाओं के प्रभाव को समझने के लिए विस्तारित किया गया है।

गतिविधि 3: ग्रिड खेल

तैयारी

यह खेल–शृंखला गतिविधि 2 में ‘संख्या रणनीतिक बनो’ नाम के खेल पर आधारित है।

एक बार फिर इनका चुनाव करने के लिए विभिन्न प्रकार दिए गए हैं। ये खेल एक दूसरे के विरुद्ध जोड़ियों में या दो जोड़ियों में सर्वश्रेष्ठ ढंग से खेले जाते हैं।

इस गतिविधि के लिए छात्र–छात्राओं को एक बार फिर छह, नौ, या दस कोनोंवाला पासा (जिसमें 1 से 6, 1 से 9 या 1 से 10 संख्या अंकित हो) या दस खंडोंवाले स्पिनर चाहिए जिन पर 1 से 10 या 0 संख्या अंकित हों। आप संसाधन 3 से स्पिनर के लिए नमूना पाप्त कर सकते हैं।

सभी खेलों के लिए निर्देश

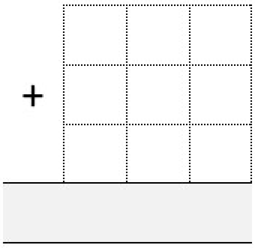
छात्र–छात्राएँ बारी-बारी से पासे फेंकते हैं (या स्पिनर घुमाते हैं) और निर्णय लेते हैं कि ग्रिड पर उनके किन प्रकोष्ठों को भरना है।

इसे दो तरीकों से किया जा सकता है: या तो पासे फेंकने के बाद सभी प्रकोष्ठों को भरकर या फिर सभी संख्याओं को जमा करके, बाद में उनके स्थान का चयन करके किया जा सकता है।

खेल खेलना

खेल 1

सभी छात्र–छात्राएँ एक योग ग्रिड बनाते हैं, जैसा चित्र 3 में दिया गया है।



चित्र 3: एक योग ग्रिड।

पासों को नौ बार फेंको जब तक कि सभी प्रकोष्ठ भर न जाएँ।

जिसका योग 1,000 से सबसे नजदीक होगा, वह जीत जाएगा।

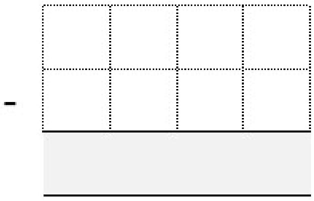
यहाँ दो संभावित स्कोरिंग प्रणालियाँ हो सकती हैं:

- एक जीत के लिए एक अंक। जो सबसे पहले 10 अंक प्राप्त करेगा वह खेल का विजेता होगा।
- प्रत्येक खिलाड़ी अपने 'पेनल्टी अंकों' की गणना करते रहेंगे, जो कि प्रत्येक दौर के बाद 1,000 और खिलाड़ियों के कुल अंकों के बीच का अंतर होगा। सबसे पहले 5,000 पर पहुँचने वाला खिलाड़ी हार जाएगा।

आप इसे और सरल या अधिक कठिन बनाने के लिए इसका लक्ष्य बदल सकते हैं, या अपनी कक्षा से ऋणात्मक संख्याओं (1,000 के ऊपर धनात्मक, 1,000 के नीचे ऋणात्मक) का अभ्यास करने के लिए कह सकते हैं और सुझाव दे सकते हैं कि जो टीम दस राउंड के बाद शून्य के अधिक नजदीक होगी, वही जीतेगी।

खेल 2

सभी छात्र–छात्राएँ एक व्यवकलन (घटाव) ग्रिड बनाते हैं, जैसा चित्र 4 में दिया गया है।



चित्र 4: एक व्यवकलन (घटाव) ग्रिड

पासों को आठ बार फेंको जब तक कि सभी प्रकोष्ठ भर न जाएँ।

जिसका भी अंतर 1,000 के सबसे नजदीक होगा वह जीत जाएगा।

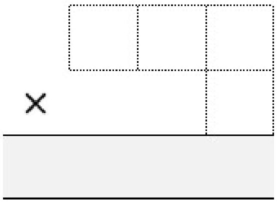
यहाँ दो संभावित स्कोरिंग सिस्टम दिये गये हैं:

- एक जीत के लिए एक अंक। जो सबसे पहले 10 अंक प्राप्त करेगा, वह खेल का विजेता होगा।
- प्रत्येक खिलाड़ी अपने 'पेनल्टी अंकों' की गणना करते रहेंगे, जो कि प्रत्येक दौर के बाद 1,000 और खिलाड़ियों के कुल अंकों के बीच का अंतर होगा। सबसे पहले 5,000 पर पहुँचनेवाला खिलाड़ी हार जाएगा।

आप इसे और सरल या अधिक कठिन बनाने के लिए इसके लक्ष्य को बदल सकते हैं, संभवतः अपने लक्ष्य में ऋणात्मक संख्याओं को जोड़ सकते हैं।

खेल 3

सभी छात्र–छात्राएँ एक गुणन ग्रिड बनाते हैं, जैसा चित्र 5 में दिया गया है।



चित्र 5: एक गुणन ग्रिड

पासों को चार बार फेंको जब तक कि सभी प्रकोष्ठ भर न जाएँ।

जिसका भी गुणनफल 1,000 के सबसे नजदीक होगा वह जीत जाएगा।

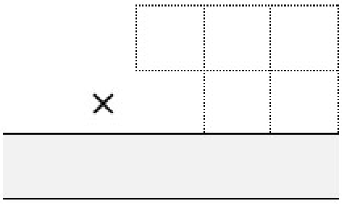
यहाँ दो संभावित स्कोरिंग सिस्टम दिए गए हैं:

- एक जीत के लिए एक अंक। जो सबसे पहले 10 अंक प्राप्त करेगा, वह खेल का विजेता होगा।
- प्रत्येक खिलाड़ी अपने 'पेनल्टी अंकों' की गणना करते रहेंगे, जो कि प्रत्येक दौर के बाद 1,000 और खिलाड़ियों के कुल अंकों के बीच का अंतर होगा। सबसे पहले 5,000 पर पहुँचनेवाला खिलाड़ी हार जाएगा।

आप इसे और सरल या अधिक कठिन बनाने के लिए इसके लक्ष्य को बदल सकते हैं।

खेल 4

सभी छात्र–छात्रा एक गुणन ग्रिड बनाते हैं, जैसा चित्र 6 में दिया गया है।



चित्र 6: एक गुणन ग्रिड

पासों को पाँच बार फेंको जब तक कि सभी प्रकोष्ठ भर न जाएँ।

जिसका भी गुणनफल 10,000 के सबसे नजदीक होगा, वह जीत जाएगा।

यहाँ दो संभावित स्कोरिंग सिस्टम दिए गए हैं:

- एक जीत के लिए एक अंक। जो सबसे पहले 10 अंक प्राप्त करेगा वह खेल का विजेता होगा।
- प्रत्येक खिलाड़ी अपने 'पेनल्टी अंकों' की गणना करते रहेंगे, जो कि प्रत्येक दौर के बाद 10,000 और उनके परिणाम के बीच का अंतर होगा। 10,000 तक पहुँचनेवाला पहला छात्र हार जाएगा।

आप इसे और सरल या अधिक कठिन बनाने के लिए इसके लक्ष्य को बदल सकते हैं।

खेल 5

आप दशमलव बिंदु का उपयोग करके ऊपर दिया गया कोई भी खेल, खेल सकते हैं। दशमलव बिंदु इनमें से किसी एक प्रकोष्ठ को भर देगा, इसलिए प्रत्येक खिलाड़ी केवल चार बार पासा फेकेंगे। आपको किसी उपयुक्त लक्ष्य का निर्णय करना होगा।

(स्रोत: NRICH से रूपांतरित, http://nrich.maths.org/6606।)

	इसे वर्ग–3 से 5 तक जोड़, घटाव, गुणा की संक्रियाएँ पर कार्य करते समय कराया जा सकता है।

केस स्टडी 3: गतिविधि 3 का उपयोग करने पर श्रीमती रैना बताती हैं

मैंने इन अलग-अलग खेलों का इस्तेमाल कई पाठों के लिए और विभिन्न कक्षाओं में कर लिया है। मुझे इसकी अच्छी बात ये लगती है कि यह छात्र–छात्राओं को वास्तव में व्यस्त रखता है जिससे वे ढेरों सवालों का अभ्यास कर पाते हैं। खेल की प्रतिस्पर्धात्मकता और नियम उन्हें रणनीतिक रूप से बात करने और सोचने पर मजबूर कर देते हैं। वे वाकई स्थानीय मान, संख्याओं के परिमाण और संख्याओं पर विभिन्न गणितीय संक्रियाओं के बारे में ध्यान से सोचते हैं। ये छोटी कक्षा–वाले छात्र–छात्राओं और बड़े छात्र–छात्राओं, दोनों के लिए अच्छी हैं।

कभी-कभी मैं अपने छात्र–छात्राओं को यह बताती हूँ कि मैं उन्हें किस खेल या संक्रिया का उपयोग करते हुए देखना चाहती हूँ, और कभी-कभी मैं उन्हें खुद चुनने देती हूँ। शुरूआत में मुझे लगा कि छोटी कक्षा–वाले छात्र–छात्रा या कम अंक प्राप्त करनेवाले छात्र–छात्रा वही कार्य करेंगे जो उन्हें सहज लगेगा। लेकिन ऐसा सही साबित नहीं हुआ: कभी-कभी वे अपनी सहजता के अनुसार कार्य करते थे, लेकिन अक्सर वे जोर योग लगाते थे और उस योग को करने की कोशिश करते थे, जो मैंने उन्हें हल करने के लिए खुद नहीं दिया था।

मुझे ऐसा लगा कि यह स्वयं-सुधार है। निश्चय ही गणना करने में गलतियाँ होती हैं, लेकिन वे दूसरे के कार्यों को जाँचते हैं और जब सहमत नहीं होते, तो एक दूसरे को बताते हैं। मुझे लगता है कि जोड़ियों में एक दूसरे के विरुद्ध खेलना उनके लिए काफी मददगार साबित हुआ है। दूसरी तरफ, कभी-कभी मुझे वाकई लगता है कि उन्हें इन सवालों को स्वयं हल करने दूँ, इसलिए मैं उन्हें एक दूसरे के विरुद्ध खेलने देती हूँ।

अब मैं ढेरों अभ्यास करने की बजाय नियमित रूप से इस प्रकार के संख्या खेलों का उपयोग करती हूँ। मुझे लगता है इससे छात्र–छात्राएँ जो गणित कर रहे हैं, उसके बारे में और अधिक सोचते हैं। मैंने अभी तक अपनी सामान्य शिक्षण–शैली के अलावा संख्या–खेलों का उपयोग नहीं किया है, लेकिन धीरे-धीरे मुझे लगने लगा है कि शायद मुझे इसे आज़माकर देखना चाहिए क्योंकि मुझे लगता है कि सभी छात्र–छात्राओं में गणित करने का ज्ञान होता है – इसमें कोई संदेह नहीं कि गलतफहमियाँ होती हैं – लेकिन शायद खेलों के उपयोग से मैं वाकई में जान पाऊँ कि आखिर ये गलतफहमियाँ क्या हैं, और फिर उनको सुधारने के लिए अपने शिक्षण की योजना बनाऊँ।

ज़रा सोचिए

- आपकी कक्षा में इसका प्रदर्शन कितना अच्छा रहा?
- क्या आपने टास्क में ज़रा भी संशोधन किया, जिस प्रकार श्रीमती रैना ने किया था? अगर हाँ, तो ऐसा करने का आपका क्या कारण था?
- आपको क्या लगता है कि ये गतिविधियाँ विशेष रूप से संख्या–संबंधों और संख्याओं पर गणितीय संक्रियाओं के प्रति छात्र–छात्राओं की समझ के विभिन्न पहलुओं को प्रभावी ढंग से विकसित करती हैं?
- इन कार्यों में ऐसा क्या है, जिसके कारण छात्र–छात्राएँ भाग लेना और उनसे जुड़ना चाहते हैं?

4 सारांश

इस इकाई ने प्राथमिक कक्षा में ऐसे खेलों का उपयोग करके संख्या–बोध का विकास करने पर फ़ोकस किया है, जो समृद्ध गणितीय शिक्षा के अवसर प्रदान करते हैं।

इस इकाई का अध्ययन करते समय क्या आपने सोचा कि कैसे शिक्षण–कार्यनीति के रूप में संख्या खेलों का उपयोग करके जुड़ाव, प्रतिभागिता और गणितीय तर्कों को प्रोत्साहित किया जा सकता है। आपने इस पर विचार किया कि संख्याओं को बदलने या भिन्न समूहीकरणों का उपयोग करने जैसे छोटे परिवर्तन करके कैसे गतिविधियों को विभिन्न आयुवर्गों और उपलब्धि के स्तर के अनुरूप बनाया जाए।

ज़रा सोचिए

- इस इकाई में से कुछ विचारों का उपयोग करने पर अपने पाठों में से तीन अवसरों की पहचान करें।

संसाधन

संसाधन 1: एनसीएफ/एनसीएफटीई शिक्षण आवश्यकताएँ

यह इकाई NCF (2005) तथा NCFTE (2009) की निम्न शिक्षण आवश्यकताओं से जोड़ता है तथा उन आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगा:

- उन गतिविधियों से सीखें, जो छात्र–छात्राओं को संख्याओं के गुणधर्म खोजने के अवसर देती हैं।
- छात्र–छात्राओं को उनके अपने अध्ययन में सक्रिय प्रतिभागियों के रूप में देखें, जिससे ज्ञान की संरचना करने की उनकी क्षमता को प्रोत्साहन मिले।
- छात्र–छात्राओं को गणित को किसी ऐसी चीज़ के रूप में लेने दें जिसके बारे में वे बातें करें, जिसके द्वारा संवाद करें, स्वयं के निष्कर्ष को साझा करें, जिसकी आपस में चर्चा करें, जिस पर साथ मिलकर कार्य करें।
- छात्र–छात्राओं को गणितीय गतिविधियाँ करने में सफलता का अनुभव होने दें।

संसाधन 2: समूह-कार्य का प्रबंधन

आप अच्छे समूह–कार्य के प्रबंधन के लिए दिनचर्याएँ और नियम तय कर सकते हैं। जब आप नियमित रूप से समूह–कार्य का उपयोग करते हैं, तो छात्र–छात्राओं को पता चल जाएगा कि आप क्या अपेक्षा करते हैं और वे इसे आनंददायक पाएँगे। दलों और समूहों में काम करने के लाभों की पहचान करने के लिए आरंभ में कक्षा के साथ काम करना एक अच्छा विचार है। आपको चर्चा करनी चाहिए कि समूह–कार्य में अच्छा व्यवहार क्या होता है और संभव हो तो 'नियमों' की एक सूची बनाएँ जिसे प्रदर्शित

किया जा सकता है; उदाहरण के लिए, ‘एक दूसरे के लिए सम्मान’, ‘एक दूसरे को सुनना’, ‘एक दूसरे की सहायता करना’, ‘एक से अधिक विचार को आजमाना’, आदि।

समूह–कार्य के बारे में स्पष्ट मौखिक अनुदेश देना महत्त्वपूर्ण है जिसे ब्लैकबोर्ड पर संदर्भ के लिए लिखा भी जा सकता है। आपको:

- अपनी योजना के अनुसार अपने छात्र–छात्राओं को उन समूहों की ओर निर्देशित करना होगा जिनमें वे काम करेंगे। ऐसा आप शायद कक्षा में ऐसे स्थानों को निर्दिष्ट करके कर सकते हैं जहाँ वे काम करेंगे या किसी फर्नीचर या स्कूल के बैगों को हटाने के बारे में अनुदेश देकर कर सकते हैं।
- कार्य के बारे में बहुत स्पष्ट होना और उसे बोर्ड पर लघु अनुदेशों या चित्रों के रूप में लिखना चाहिए। स्वयं शुरू करने से पहले छात्र–छात्राओं को प्रश्न पूछने की अनुमति प्रदान करें।

पाठ के दौरान, यह देखने और जाँच करने के लिए घूमें कि समूह किस तरह से काम कर रहे हैं। यदि वे कार्य से विचलित हो रहे हैं या अटक रहे हैं तो जहाँ जरूरत हो, वहाँ सलाह प्रदान करें।

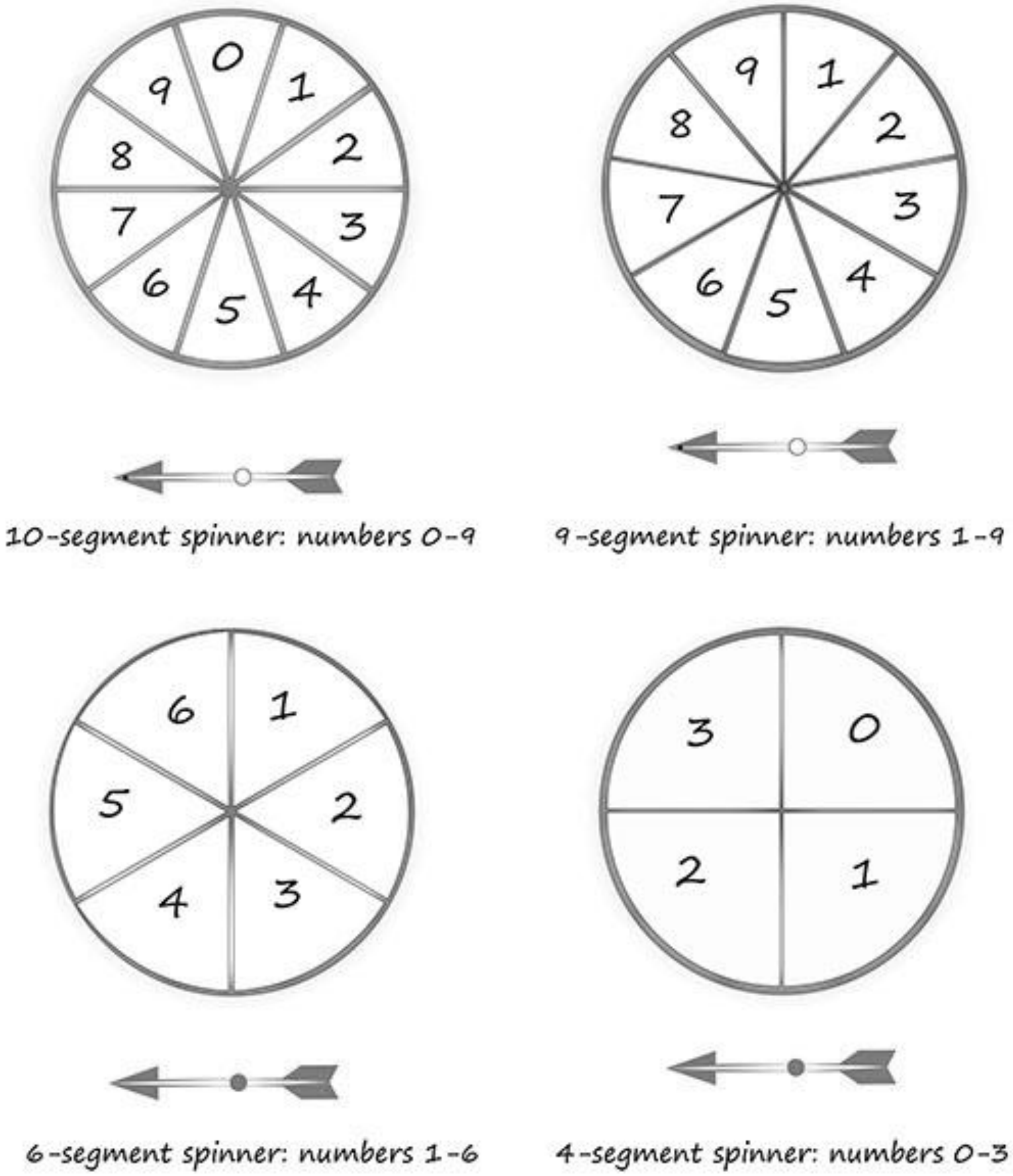
कार्य के अंत में, जो कुछ सीखा गया है उसका सारांश बताएँ और आपको नज़र आई किसी भी गलतफहमी को सुधारें। आप चाहें तो प्रत्येक समूह का फीडबैक सुन सकते हैं, या केवल एक या दो समूहों से पूछ सकते हैं जिनके पास आपको लगता है कि कुछ अच्छे विचार हैं। छात्र–छात्राओं की रिपोर्ट करने की प्रक्रिया को संक्षिप्त रखें और उन्हें अन्य समूहों के काम पर फीडबैक देने को प्रोत्साहित करें जिसमें वे पहचान सकते हैं कि क्या अच्छा किया गया था, क्या बात दिलचस्प थी और किस बात को और विकसित किया जा सकता था।

भले ही आप समूह-कार्य को अपनी कक्षा में लागू करना चाहें, फिर भी आपको कुछ छात्र–छात्राओं द्वारा निम्न कार्य किए जाने के कारण कभी-कभी ऐसा करना कठिन लग सकता है:

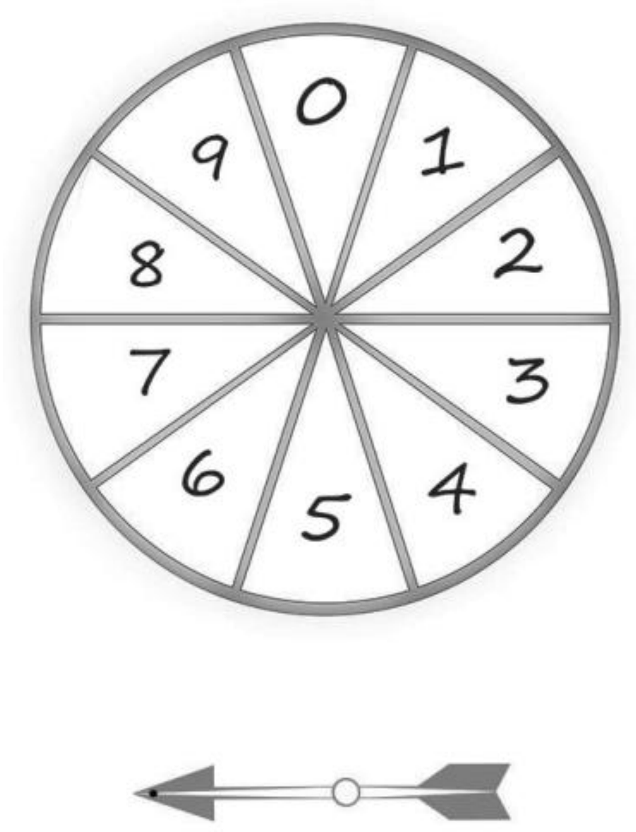
- वे सक्रिय शिक्षण का प्रतिरोध करते हैं और उसमें शामिल नहीं होते
- वे हावी होनेवाली प्रकृति के होते हैं
- अंतर्वैयक्तिक कौशलों की कमी या आत्मविश्वास के अभाव के कारण भाग नहीं लेते।

सीखने के परिणाम कहाँ तक प्राप्त हुए और आपके छात्र–छात्राओं ने कितनी अच्छी तरह से अनुक्रिया की (क्या वे सभी लाभान्वित हुए) – इस पर विचार करने के अलावा, समूह–कार्य के प्रबंधन में प्रभावी बनने के लिए उपर्युक्त सभी बिंदुओं पर विचार करना महत्त्वपूर्ण होता है। सामूहिक कार्य, संसाधनों, समयावधियों या समूहों की रचना में आप द्वारा किए जा सकनेवाले समायोजनों पर सावधानी से विचार करें और उनकी योजना बनाएँ।

संसाधन 3: स्पिनर बनाने के लिए नमूना



चित्र R3.1 स्पिनर बनाने के लिए नमूना



चित्र R3.2– दस-खंड स्पिनर का अधिक बड़ा संस्करण

अतिरिक्त संसाधन

- 'Number sense series: developing early number sense' by Jenni Way: http://nrich.maths.org/2477
- A newly developed maths portal by the Karnataka government: http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: https://www.ncetm.org.uk/
- National STEM Centre: http://www.nationalstemcentre.org.uk/
- National Numeracy: http://www.nationalnumeracy.org.uk/home/index.html
- BBC Bitesize: http://www.bbc.co.uk/bitesize/
- Khan Academy's math section: https://www.khanacademy.org/math
- NRICH: http://nrich.maths.org/frontpage
- Art of Problem Solving's resources page: http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php
- Technology: http://www.teach-nology.com/worksheets/math/
- Math Playground's logic games: http://www.mathplayground.com/logicgames.html
- Maths is Fun: http://www.mathsisfun.com/

- Coolmath4kids.com: http://www.coolmath4kids.com/
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm
- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 1 ('Aspects of Teaching Mathematics'), Block 2 ('Numbers (I)'), Block 3 ('Numbers (II)'), Block 4 ('Fractions'): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 4 ('On Spatial Learning'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html
- *Manual of Mathematics Teaching Aids for Primary Schools*, published by NCERT: http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/pks-primarymanual.pdf
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremjifoundation.org/Foundation_Publications
- Textbooks developed by the Eklavya Foundation with activity-based teaching mathematics at the primary level: http://www.eklavya.in/pdfs/Catalouge/Eklavya_Catalogue_2012.pdf
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including *List of Hands-on Activities in Mathematics for Classes III to VIII*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': http://cbse.nic.in/welcome.htm

संदर्भ/संदर्भग्रंथ सूची

Bragg, L. (2007) 'Students' conflicting attitudes towards games as a vehicle for learning mathematics: a methodological dilemma', *Mathematics Education Research Journal*, vol. 19, no. 1, pp. 29–44.

Bragg, L.A. (2012) 'Testing the effectiveness of mathematical games as a pedagogical tool for children's learning', *International Journal of Science and Mathematics Education*, vol. 10, no. 6, pp. 1445–67.

Davies, B. (1995) 'The role of games in mathematics', *Square One*, vol. 5, no. 2.

Ernest, P. (1986) 'Games: a rationale for their use in the teaching of mathematics in school', *Mathematics in School*, vol. 15, no. 1, pp. 2–5.

Gough, J. (1999) 'Playing mathematical games: When is a game not a game?', *Australian Primary Mathematics Classroom,* vol. 4. no. 2.

National Council for Teacher Education (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education* (online). New Delhi: NCTE. Available from: http://www.ncte-india.org/publicnotice/NCFTE_2010.pdf (accessed 15 March 2014).

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework* (NCF), New Delhi: NCERT.

NRICH, http://nrich.maths.org/frontpage (accessed 25 July 2014).

Polya, G. (1962) *Mathematical Discovery: On Understanding, Learning and Teaching Problem Solving*, combined edn. New York, NY: Wiley.

Skemp, R. (1993) *Structured Activities for Intelligent Learning*. Calgary, Canada: EEC.

Sullivan, P., Clarke, D. M. and O'Shea, H. (2009) 'Students' opinions about characteristics of their desired mathematics lessons' in Sparrow, L., Kissane, B. and Hurst, C. (eds) *Shaping the Future of Mathematics Education: Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, pp. 531–9. Fremantle: MERGA.

अभिस्वीकृतियाँ

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/) के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है। नीचे दी गई सामग्री मालिकाना हक की है तथा इस परियोजना के लिए लाइसेंस के अंतर्गत ही उपयोग की गई है, तथा इसका Creative Commons लाइसेंस से कोई वास्ता नहीं है। इसका अर्थ यह है कि इस सामग्री का उपयोग अननुकूलित रूप से केवल TESS-India परियोजना के भीतर किया जा सकता है और किसी भी बाद के OER संस्करणों में नहीं। इसमें TESS-India, OU और UKAID लोगो का उपयोग भी शामिल है।

इस इकाई में सामग्री को पुनः प्रस्तुत करने की अनुमति के लिए निम्न स्रोतों का कृतज्ञतापूर्ण आभार:

गतिविधि 1 और चित्र 1: NRICH, http://nrich.maths.org/5950 से लिया गया (Activity 1 and Figure 1: adapted from NRICH, http://nrich.maths.org/5950)।

गतिविधि 2 और चित्र 2: NRICH, http://nrich.maths.org/6605 से लिया गया (Activity 2 and Figure 2: adapted from NRICH, http://nrich.maths.org/6605)।

गतिविधि 3 और चित्र 3–6: NRICH, http://nrich.maths.org/6606 से लिया गया (Activity 3 and Figures 3-6: adapted from NRICH, http://nrich.maths.org/6606)।

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएँ करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत भर के उन शिक्षक–प्रशिक्षकों, प्रधानाध्यापकों, शिक्षक / शिक्षिकाओं और छात्र–छात्राओं के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन यूनिवर्सिटी के साथ काम किया है।