

धनात्मक और ऋणात्मक संख्याओं के बारे में पढ़ाने के लिए किसी संख्या रेखा और 'कल्पना करें यदि ...' अभिव्यक्ति का उपयोग करना



भारत में विद्यालय आधारित
समर्थन के माध्यम से शिक्षक
शिक्षा
www.TESS-India.edu.in



<http://creativecommons.org/licenses/>



संदेश



शिक्षकों को बाल केंद्रित कक्षा अभ्यास की ओर उन्मुख करने तथा शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्देश्यों को सम्मुख रखते हुए TESS-India राष्ट्रीय स्तर पर कार्यरत है। इस दिशा में TESS-India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) का विकास किया गया है। ये संसाधन शिक्षकों तथा शिक्षक-प्रशिक्षकों के वृत्ति विकास (Professional development) में लाभकारी एवं उपयोगी सिद्ध होंगे। राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के नेतृत्व में इन संसाधनों का स्थानीयकृत किया गया है, जिसके अन्तर्गत इनके उद्देश्य के मूल को बरकरार रखते हुए इनमें स्थानीय, भाषा, बोली, प्रथाओं, संस्कृतियों तथा नियमों को सम्मिलित किया गया है। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता एवं सुगमता पूर्वक किया जा सकता है।

राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के मार्गदर्शन में TESS-India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) नेट पर आप सभी के लिए सुलभ उपलब्ध है।

शुभकामनाओं सहित।

(डॉ० मुरली मनोहर सिंह)

निदेशक

एस०सी०ई०आर०टी०, बिहार

समीक्षा एवं दिशाबोध
डॉ. मुरली मनोहर सिंह, निदेशक राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. सैयद अब्दुल मोईन, विभागाध्यक्ष, अध्यापक शिक्षा विभाग, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. कासिम खुशीद, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्
डॉ. इम्तियाज आलम, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. स्नेहाशीष दास राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. अर्चना, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. रीता राय, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
श्री तेज नारायण प्रसाद, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार

स्थानीयकरण
भाषा और शिक्षा
डॉ. ज्ञानदेव मणि त्रिपाठी, प्राचार्य, मैत्रेय कॉलेज ऑफ एडुकेशन एण्ड मैनेजमेंट, हाजीपुर, वैशाली
श्री सुमन सिंह, प्रखंड साधनसेवी, भगवानपुर हाट, सिवान
श्री कात्यायान कुमार त्रिपाठी, प्राथमिक विद्यालय चैलीटाल, पटना
श्री कृत प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, हिलसा, नालंदा
प्राथमिक अंग्रेजी
श्री अरशद रजा, सहायक शिक्षक, प्राथमिक विद्यालय, पचासा रहुई, नालंदा
श्री संतोष सुमन, सहायक शिक्षक, बालिका उच्च विद्यालय, महुआबाग
श्री शशि भूषण पाण्डेय, सहायक शिक्षक, उत्कर्मित मध्य विद्यालय, मुकुन्दपुर, नालंदा
श्रीमती रचना त्रिवेदी, शिक्षिका, नोट्रेडेम अकादमी, पटना
माध्यमिक अंग्रेजी
श्री मणिशंकर, प्रधानाध्यापक, तारामणी भगवानसाव उच्च माध्यमिक विद्यालय, कोइलवर, भोजपुर
डॉ. ब्रजेश कुमार, शिक्षक, पी. एन. एंग्लो संस्कृत माध्यमिक विद्यालय, नया टोला, पटना
प्राथमिक गणित
श्री कृष्ण कान्त ठाकुर
श्री दिलीप कुमार, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, बुलनी हैदरपुर, नालंदा
श्री गोविन्द प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, चनपटिया, पश्चिमी चम्पारण
माध्यमिक गणित
डॉ. राकेश कुमार, भागलपुर डायट
श्री रिजवान रिजवी, उत्कर्मित मध्य विद्यालय, सिलौटा चाँद, कैमूर
श्री इन्द्रभूषण कुमार, शिक्षक, सहयोगी माध्यमिक विद्यालय, हाजीपुर, वैशाली
प्राथमिक विज्ञान
श्री मनोज त्रिपाठी, प्रखंड साधनसेवी, बरहारा, भोजपुर
श्री शशिकान्त शर्मा, प्रखंड साधनसेवी, आरा, भोजपुर
श्री रणबीर सिंह, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, आदर्श आवासीय मध्य विद्यालय शिक्षक संघ, सहरसा
माध्यमिक विज्ञान
श्री जी.वी.एस.आर प्रसाद
श्री मुकुल कुमार, शिक्षक, सहायक शिक्षक, गोरखनाथ सूर्यदेव माध्यमिक विद्यालय, राजापाकर वैशाली


TESS-India (Teacher Education Through School Based Support) का लक्ष्य है भारत में मुक्त शैक्षिक संसाधनों के द्वारा प्राथमिक और माध्यमिक स्तरों पर शिक्षकों के कक्षा अभ्यासों को बेहतर करना। ये संसाधन शिक्षकों के छात्र-केन्द्रित, भागीदारी दृष्टिकोण को विकसित करने में सहायता करेंगे।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन (**Open Education Resources – OERs**) शिक्षकों को स्कूल की पाठ्यपुस्तक के लिए सहायक पुस्तिका प्रदान करते हैं। ये संसाधन शिक्षकों के लिए गतिविधियाँ प्रदान करते हैं जो वे कक्षा में अपने छात्रों के साथ कर सकते हैं। साथ ही इनमें केस स्टडी भी हैं जो ये दर्शाते हैं कि किस प्रकार दूसरे शिक्षकों ने उस विषय को सिखाया है। संबंधित संसाधन शिक्षकों को पाठ योजना बनाने में और विषय पर ज्ञान वर्धन करने में उनकी सहायता करते हैं।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल हैं। ये भारतीय तथा अंतर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार किये गये हैं और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट उपयोग के लिए उपलब्ध है (<http://www.tess-india.edu.in>) / मुक्त शैक्षिक संसाधन अनेकों संस्करणों में उपलब्ध हैं जो प्रत्येक राज्य के लिए उपयुक्त है जहाँ TESS India कार्यरत है। उपयोगकर्ता इन संसाधनों को अनुकूल और स्थानीयकृत करने के लिए स्वतंत्र हैं ताकि ये स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को पूरा कर सकें।

TESS-India मुक्त विश्वविद्यालय, ब्रिटेन के नेतृत्व में तथा ब्रिटेन की सरकार द्वारा वित्त-पोषित है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई की कुछ गतिविधियों के साथ निम्न प्रतीक का उपयोग किया गया है:  . इससे संकेत मिलता है कि निर्दिष्ट अध्यापन संबंधी थीम के लिए TESS-India वीडियो संसाधनों को देखना आपके लिए उपयोगी होगा।

TESS-India वीडियो संसाधन भारत में अनेक प्रकार की कक्षाओं के संदर्भ में मुख्य अध्यापन तकनीकों का वर्णन करते हैं। हमें आशा है कि वे आपको इसी प्रकार के अभ्यासों के साथ प्रयोग करने के लिए प्रेरित करेंगे। उनका उद्देश्य पाठ (टेक्स्ट) पर आधारित इकाइयों के माध्यम से काम करने के आपके अनुभव का पूरक होना और उसे बढ़ाना है।

TESS-India वीडियो संसाधनों को ऑनलाइन देखा या TESS-India की वेबसाइट, <http://www.tess-india.edu.in/> से डाउनलोड किया जा सकता है। वैकल्पिक रूप से, आप ये वीडियो सीडी या मेमोरी कार्ड के माध्यम से भी देख सकते हैं।

संस्करण 2.0 EM03v1

Bihar

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>

TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है

इस इकाई में आप उन तरीकों की चर्चा करेंगे जो छात्र-छात्राओं को संख्याओं का अर्थ और यह जानने के लिए प्रोत्साहित कर सकते हैं कि 'ऋणात्मक संख्याओं' की अवधारणा क्यों विकसित की गई थी।

छात्र-छात्रा सबसे पहले ऋण चिह्न को तब देखते हैं जब उसका उपयोग अंकों को घटाने के लिए किया जाता है; इसलिए, ऋणात्मक संख्याओं में उसके उपयोग का ध्यान पूर्वक परिचय कराना होगा। यह समझाने से कि यह चिह्न अलग तरीके से इस्तेमाल किया जाता है और यह पता लगाने से कि ऋणात्मक संख्याओं के लिए इसका उपयोग क्यों किया जाता है, आपके छात्र-छात्राओं को इस चिह्न के उपयोग की समानताएं और अंतरों को समझने और पहचानने में मदद मिलेगी।

इस इकाई की गतिविधियों के माध्यम से आप एक संख्या रेखा के उपयोग को विकसित करने के बारे में भी सोचेंगे ताकि आपके छात्र-छात्रा धनात्मक और ऋणात्मक अंकों के द्वारा दर्शाए गए परिवर्तनों को समझ सकें। दरअसल उन परिवर्तनों को खुद करने से छात्र-छात्राओं को यह भी समझने में आगे मदद मिलेगी कि 'धनात्मक' और 'ऋणात्मक' का अर्थ क्या होता है। गणित पढ़ाते समय कल्पना को पंख देने के लिए 'कल्पना करें यदि ...' कहने का महत्व भी समझाया गया है।

आप इस इकाई में सीख सकते हैं

- धनात्मक और ऋणात्मक संख्याओं के बीच अंतर को समझने में आपके छात्र-छात्राओं की मदद करने के लिए कुछ विचार।
- गणित सीखने के लिए आपके छात्र-छात्राओं की कल्पना को प्रोत्साहित करने के लिए 'कल्पना करें यदि ...' कथन की भूमिका।
- धनात्मक और ऋणात्मक संख्याओं को समझने के लिए संख्या रेखा का उपयोग कैसे करें।

इस इकाई का संबंध NCF (2005) और NCFTE (2009) की दर्शाई गई शिक्षण आवश्यकताओं से है। संसाधन 1।

1 संख्याओं के अर्थ

संख्याओं का आविष्कार संभवतः जानवरों या अन्य वस्तुओं को गिनने के उद्देश्य से किया गया था। संख्या प्रणाली में मूल रूप से केवल 'एक', 'दो' और 'कई' के लिए शब्द होते थे क्योंकि बस इसी की ज़रूरत होती थी। आगे विकास होने पर मवेशियों को गिनने की ज़रूरत पड़ी, और आज की प्रचलित संख्या प्रणाली विकसित की गई, जिसमें शून्य और ऋणात्मक संख्याएं शामिल हैं। संख्याओं के नाम लगभग हमेशा एक तार्किक प्रणाली का उपयोग करके निर्मित किए जाते हैं ताकि वे ऐसी संख्याओं को व्यक्त कर सकें जो सभी आशयों और उद्देश्यों के लिए, अनंत हों।

संख्याएं निम्नलिखित को दर्शाने के लिए उपयोग की जाती हैं:

- मात्रा या परिमाण, जैसे 'कितने?' या 'कितनी दूर?' आदि प्रश्नों का उत्तर देने के लिए
- संख्याओं के बीच संबंध दर्शाने के लिए, 'और कितने अधिक?' या, 'और कितने कम?' जैसे प्रश्नों का उत्तर देने के लिए
- मात्रा या परिमाण के संदर्भ में रूपांतरण, 'मान लीजिए शीला पर मीरा के तीन रुपए उधार हैं। उसमें से उसने मीरा को एक रुपया दे दिया। तो अब उसका कितना उधार बाकी है?', या 'मोहन ने पहले मैच में तीन गोटियां जीतीं और दूसरे मैच में पांच गोटियां हारीं। उसने कुल कितनी गोटियां हारीं?' जैसे प्रश्नों का उत्तर देने के लिए



ज़रा सोचिए

विचार करें कि ऋणात्मक संख्याएँ आपके छात्र-छात्राओं के समक्ष कैसे और कहां आई होंगी। उदाहरण के लिए, उनके मन में यह विचार आया होगा कि ठंडे देशों में या फ्रिज में तापमान शून्य से कम हो जाता है। ऐसे

और भी विचार उसके मन में आये होंगे।

शून्य एक संख्या है

संख्याओं को समझने में शून्य एक महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है। गणितीय रूप से शून्य के कई उपयोग और अर्थ दिए गए हैं जिनके साथ छात्र-छात्राओं को कार्य करना पड़ता है। एक अर्थ में, मात्रा 'कुछ नहीं' दर्शाई जाती है। इसका अर्थ 'कोई नहीं' हो सकता है, जैसे 'एक फुटबॉल मैच में एक टीम ने कोई गोल नहीं किया'।

शून्य का उपयोग एक एकपक्षीय संदर्भ बिंदु या मूल के एक निर्देशांक के रूप में भी किया जाता है, उदाहरण के लिए (0, 0)। इस बिंदु से कम से कम दो परस्पर विपरीत दिशाओं पर विचार किया जा सकता है। ऋणात्मक संख्याएं सिखाते समय यह समझना महत्वपूर्ण है कि शून्य के ये सारे अलग अलग अर्थ हैं।

ऋणात्मक संख्याएं

जब किसी संख्या के आगे एक ऋणात्मक या ऋण चिह्न लगाया जाता है, तो वह शून्य के सापेक्ष उस संख्या की ध्रुवात्मकता (polarity) दर्शाता है। प्राकृतिक संख्याओं को धनात्मक संख्या माना जाता है।

धनात्मक और ऋणात्मक दोनों संख्याओं के परिमाण और दिशा दोनों होते हैं। ऋणात्मक संख्याएं परिमाण और क्रम के बीच गलतफहमी उत्पन्न कर सकती हैं। उदाहरण के लिए, -4 पारंपरिक रूप से -1 से कम होता है, इसके बावजूद कि -4 का परिमाण -1 से अधिक दिखाई देता है।



ज़रा सोचिए

उस समय की याद करें जब आप ऋणात्मक संख्याएं सीख रहे थे। क्या वह उस समय एकदम आसान प्रतीत हुआ था?

यह बताने का प्रयास करें कि ऋणात्मक संख्याएं आपको आसान क्यों प्रतीत हुईं (यदि हुईं तो)। क्या शायद ऐसा इसलिए था क्योंकि ऋणात्मक संख्याएं प्राकृतिक संख्याओं के बारे में आपके विचार के साथ एकदम उपयुक्त थीं और उसने उस सोच को संतोषजनक रूप से आगे बढ़ाया? यह याद करने का प्रयास करें कि आप ऋणात्मक संख्याओं पर गणितीय विधियों को करना कैसे समझ सके - क्या आपने पहले उन नियमों को याद कर लिया था?

अपनी कक्षा के कुछ छात्र-छात्राओं के बारे में सोचें और प्राकृतिक संख्याओं के साथ उन्हें आने वाली समस्याओं के बारे में सोचें। उन छात्र-छात्राओं के बारे में सोचें जिन्हें आपने पढ़ाया है, कि कैसे वो 'दो ऋण मिल कर एक धन बनाते हैं' नियम को लागू करने के बारे में दुविधा में पड़ जाते हैं। कैसे आपके छात्र-छात्राओं को केवल नियमों को याद करने पर निर्भर रहने के बजाय उन्हें ऋणात्मक संख्याओं को समझने में मदद की जा सकती है?

2 ऋणात्मक संख्याओं की आवश्यकता

इस इकाई की गतिविधियों के माध्यम से आप इस बारे में अपने छात्र-छात्राओं की समझ को विकसित कर सकेंगे कि ऋणात्मक संख्याओं का उपयोग क्यों किया जाता है और ये कितनी उपयोगी हो सकती हैं। इसमें आपको युक्तियां भी बताई जाएंगी कि आपके छात्र-छात्राओं को यह समझने में कैसे मदद की जाए कि केवल नियमों को याद करने के बजाय ऋणात्मक संख्याओं के साथ कैसे काम किया जाए। पहली गतिविधि इस तरह डिज़ाइन की गई है कि छात्र-छात्राओं को संख्या प्रणाली के एक हिस्से के रूप में ऋणात्मक संख्याओं की ज़रूरत को समझने में मदद मिले।

इस अंक में अपने छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने से पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह या आंशिक रूप से स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा यदि आप इसका प्रयास अपने किसी सहकर्मी के साथ करें क्योंकि जब आप अनुभव पर विचार करेंगे तो आपको मदद मिलेगी। स्वयं प्रयास करने से आपको शिक्षार्थी के अनुभवों के भीतर झांकने का मौका मिलेगा जिसके फलस्वरूप यह आपके शिक्षण और एक शिक्षक के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित करेगा।

गतिविधि 1: ऋणात्मक संख्याओं की आवश्यकता को समझना

तैयारी

इस गतिविधि में संख्या प्रणाली के एक हिस्से के रूप में ऋणात्मक संख्याओं की जरूरत को समझने में छात्र-छात्राओं की मदद के लिए तीन अलग अलग उपाय सुझाए गए हैं। इन सभी उपायों का उपयोग करने से, आवश्यक नहीं कि एक ही अध्याय में, छात्र-छात्राओं को ऋणात्मक संख्याओं के बारे में सोचने का एक व्यापक परिप्रेक्ष्य (**exposure**) प्राप्त होता है।

'धनात्मक' और 'ऋणात्मक' को दर्शाने के लिए पर्वतों और गहरे समुद्र के चित्र लाकर दिखाएं ताकि 'ऊपर' और 'नीचे' और साथ ही शून्य यानी समतल की चर्चा की जा सके। क्या आप ऐसी अन्य स्थितियों के बारे में सोच सकते हैं जहां धनात्मक और ऋणात्मक समझना छात्र-छात्राओं के लिए स्वाभाविक या सहज होगा?

गतिविधि

विचार 1: समुद्र तल के ऊपर और नीचे

एक बड़े कागज के टुकड़े पर, दीवार पर या ब्लैकबोर्ड पर एक बड़ा चित्र बनाएं। आपके चित्र में समुद्र, समुद्र के ऊपर पर्वत, और समुद्र स्तर के नीचे का स्थान दर्शाया जाना चाहिए। पत्रिकाओं से इकट्ठा किए गए या खुद बनाए हुए चित्रों का उपयोग करें। उपयुक्त सामग्री होंगी एक जहाज, एक नाव, एक कार, एक मछली, आदि।

छात्र-छात्राओं से पूछें कि वे आपके चित्र पर सामग्रियों को कहां रखेंगे। उन्हें 'समुद्र स्तर के ऊपर' या 'समुद्र स्तर से नीचे' कहने के लिए प्रोत्साहित करें। जब सारी सामग्रियाँ चिपका दी जाएं, तो चर्चा कीजिए कि कोई हवाई जहाज कितना ऊंचा जा सकता है और मछली समुद्र के नीचे कितना अंदर जा सकती है। 'समुद्र तल के नीचे' दर्शाने के लिए छात्र-छात्राओं को ऋण चिह्न के बारे में बताएं।

विचार 2: रोबोट कदम

कक्षा के मध्य में एक स्थान बनाएं, सुनिश्चित करें कि सभी छात्र-छात्रा इस मार्ग को देख सकें। उसके केन्द्र को एक चॉक के क्रॉस (X) से चिह्नित करें और एक छात्र को उस क्रॉस (X) पर खड़े रहने के लिए कहें। कक्षा से यह कल्पना करने को कहें कि छात्र एक रोबोट है जो एक सरल रेखा में केवल आगे और पीछे जाता है। क्रॉस (X) से आगे कदम क्रमांकित करने के लिए कागज के टुकड़ों या चॉक चिह्नों का उपयोग करें।

रोबोट को 2 पर जाने के लिए कहें, फिर उसे दो स्थान पीछे जाने के लिए कहें। छात्र-छात्राओं से यह बताने को कहें कि क्रॉस पर कौन सी संख्या रखी जानी चाहिए — उम्मीद है वो शून्य कहेंगे।

अब एक दूसरे छात्र से रोबोट को 3 पर जाने को और फिर चार स्थान पीछे जाने को कहें। वो शून्य से परे चला जायेगा शून्य से पीछे एक कदम को दर्शाने के लिए कौन सी संख्या का उपयोग किया जा सकता है? शून्य से परे वाली अन्य संख्याएं बताएं और छात्र-छात्राओं को रोबोट को कहां जाना है यह बता कर ऋणात्मक संख्याएं कहने का अभ्यास करने को कहें।

विचार 3: बेंच का खेल

कमरे के अगले भाग में जितनी हो सके बेंच रखें और बेंचों को चॉक की मदद से रेखाएं बना कर अलग अलग सीटों में विभाजित कर दें। किसी एक सीट पर (कोने वाली नहीं) चॉक से शून्य लिखें और फिर बेंचों की अन्य सीटों को शून्य के दाईं

ओर से 1, 2, 3 इस तरह क्रमांकित करें। छात्र-छात्राओं से पूछें कि बाईं ओर की सीटों को किस तरह से क्रमांकित किया जा सकता है। यदि वे नहीं सोच पाते हैं तो उन्हें ऋण चिह्न का सुझाव दें।

फिर ऐसे खेल खेलें जिनमें ऋणात्मक और धनात्मक संख्याएं शामिल हों। उदाहरण के लिए:

- किसी छात्र/छात्रा को एक सीट के पीछे खड़े होने को कहें। कक्षा के बच्चों से कहें कि वे जहां चाहें उस छात्र को जाने के लिए कहें, जैसे '5' या '-2' इस तरह।
- किसी छात्र/छात्रा को एक सीट पर बैठने को कहें और फिर अन्य छात्र-छात्राओं से बारी-बारी से संख्या बोलकर उस छात्र/छात्रा को तदनुरूप बेंच पर बैठने के लिए कहें। उन्हें शून्य से दाईं ओर की संख्याओं के लिए '3' या '5' और बाईं ओर की संख्याओं के लिए 'ऋण 2' या 'ऋण 4' का उपयोग करने को कहें।

इसके बाद, इस कार्य को और कठिन बना दें। एक छात्र को 5 के लेबल वाली सीट पर बिठाएं और कक्षा से पूछें कि सीट 2 पर जाने के लिए कौन सी 'चाल' चलनी होगी। यह ज़्यादा कठिन है क्योंकि 'ऋण 3' शून्य के सापेक्ष स्थिति दर्शा सकता है और बाईं ओर तीन सीट चलने की गतिविधि दर्शा सकता है। आप इन दोनों अर्थों पर चर्चा करें।

अब छात्र/छात्रा को एक चाल चलने के लिए कहें और पूछें उस चाल को 'पहले जैसा' करने के लिए कौन सी चाल चलनी होगी।

आत्मविश्वास बढ़ाने के लिए ज़्यादा से ज़्यादा इस तरह के खेल का उपयोग करें। आप बेंचों का उपयोग करने के बजाय संख्याओं को दीवार पर चिपका सकते हैं। इस तरह से छात्र खेल कर ऋणात्मक संख्याओं को जोड़ना और घटाना सीख सकेंगे।



इस गतिविधि को वर्ग-6 के पाठ-4 पूर्णांक एवं वर्ग-7 के पाठ-1 पूर्णांक की समझ पर कार्य करते समय किया जा सकता है।



वीडियो: स्थानीय संसाधनों का उपयोग करना

केस स्टडी 1: गतिविधि 1 के उपयोग का अनुभव श्रीमती सुनीता बताती हैं

यह एक शिक्षिका की कहानी है जिसने अपने प्राथमिक कक्षा के छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधि 1 का प्रयास किया।

मुझे याद है कि मेरी कक्षाएं ऋणात्मक संख्याओं को नापसंद करने लगी थीं क्योंकि बहुत कुछ याद करना पड़ता था और अक्सर सबकुछ गड़बड़ हो जाता था।

मैंने गतिविधि 1 में उनके साथ कुछ खेलने का निर्णय लिया। ऋणात्मक संख्याओं के बारे में उन्हें पहले से पता था इसलिए उन्होंने तुरंत बताया कि मछली ऋण 4 मीटर पर होगी। मैंने दीवार पर लगे कागज़ पर चित्र बनाया जिसके साथ धनात्मक और ऋणात्मक चिह्नित की गई एक स्केल थी, और इस छोटी सी गतिविधि के पूरा होने के बाद उसे वहीं छोड़ दिया। सुबह बहुत से छात्र-छात्रा अपने बनाए हुए चित्रों के साथ आए तो हमने बड़े चित्र में उन्हें उनकी सही जगह पर रख दिया और धनात्मक और ऋणात्मक संख्याओं के बारे में कोई और समय सोचने के लिए तय किया।

बाद के समय में हमने बेंच वाला खेल खेला। उन्हें इसमें बहुत मज़ा आया, हालांकि कई बार उन्हें शून्य से आगे की चाल को गिनने में काफी मुश्किल हुई, जैसे 5 से -2 तक, लेकिन उन्होंने इसका बहुत अभ्यास किया क्योंकि वो खेलते रहना चाहते थे। मुझे वाकई लगता है कि जब हमने पाठ्यपुस्तक में ऋणात्मक संख्याओं पर अभ्यास करना आरंभ किया, तो खुद अपनी चाल चलने या दूसरों को चाल चलने के निर्देश देने से उन्हें यह समझने में काफी आसानी रही कि क्या हो रहा है।

पाठ्यपुस्तक के उपयोग वाले चरण को और आसान बनाने के लिए, मेरे ख्याल से मैं इनमें से कुछ उपायों को दोहराउंगी और फिर छात्र-छात्राओं के साथ इस पर चर्चा भी करूंगी कि हम जो कर रहे हैं उसे गणितीय संकेतन में दर्ज कैसे कर सकते हैं और फिर उसे ब्लैकबोर्ड पर लिखेंगे। उम्मीद है फिर वे यह समझेंगे कि गतिविधियां गणितीय संकेतनों और सवालों, और पाठ्यपुस्तक में क्या पूछा गया है उससे कैसे संबद्ध होती हैं।

अपने शिक्षण अभ्यास के बारे में सोचना

अपनी कक्षा के साथ ऐसा कोई अभ्यास करने के बाद यह सोचें कि क्या ठीक रहा और कहाँ गड़बड़ी हुई। ऐसे प्रश्न सोचें जिनसे छात्र-छात्राओं में रुचि पैदा हो तथा उनके बारे में उन्हें समझाएँ ताकि वे उन्हें हल करके आगे बढ़ सकें। ऐसे चिंतन से वह सोच बन जाती है, जिसकी मदद से आप छात्र-छात्राओं के मन में गणित के प्रति रुचि जगा सकते हैं और उसे मनोरंजक बना सकते हैं। जब आप सोचते हैं कि गतिविधि 1 के उपाय आपकी कक्षा के साथ कैसे रहे, तो श्रीमती सुनीता की तरह छोटी छोटी खास बातों का एक नोट बना लें।



ज़रा सोचिए

केस स्टडी में, श्रीमती सुनीता ने कहा कि वह उनमें से कुछ गतिविधियां दोहरा कर उनके परिणामों को गणितीय संकेतनों और सवालों की मदद से ब्लैकबोर्ड पर दर्ज करने के बारे में सोच रही थीं। छात्र-छात्राओं द्वारा गतिविधियों और खेल का बहुत अधिक अनुभव लेने के बाद आपके विचार से ऐसा करने के क्या फायदे हो सकते हैं?

अब निम्नलिखित प्रश्नों के बारे में सोचें:

- आपकी कक्षा में गतिविधियां और खेल कैसे रहे?
- छात्र-छात्राओं से किस प्रकार की प्रतिक्रिया अनपेक्षित थी? इससे धनात्मक और ऋणात्मक संख्याओं की उनकी समझ के बारे में आपको क्या पता चलता है?
- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और पुनर्बलित करना था ?
- अपने शिक्षण में अगली बार इन गतिविधियों का उपयोग करने पर आप क्या अलग करेंगे?

3 धनात्मक और ऋणात्मक संख्याओं की समझ विकसित करने के लिए संख्या रेखाओं का उपयोग करना

संख्या रेखा, जैसे कि चित्र 1 में दी गई है, एक ज्यामितीय विचार है जिसे एक सरल रेखा में एक खास क्रम में व्यवस्थित किए गए बिंदुओं के एक समूह के रूप में कल्पित किया जा सकता है। एक गणितीय रेखा की लंबाई अनंत होती है और परस्पर विरोधी दिशाओं में अनंत होती है, लेकिन उसका मध्य हमेशा मूल, या शून्य पर होता है। एक संख्या रेखा छात्र-छात्राओं को ऋणात्मक संख्याएं समझने और उन्हें जोड़ना और घटाना आरंभ करने में मदद कर सकती है।



चित्र 1: एक संख्या रेखा।

एक संख्या रेखा इतनी उपयोगी हो सकती है कि गणित सिखाने वाली किसी कक्षा में समान अंतरों पर विभाजित एक लंबी रेखा को बनाना और दर्शाना एक अच्छा विचार हो सकता है, जैसा कि चित्र 2 में दिखाया गया है।



चित्र 2: एक खाली संख्या रेखा

रेखा को इस प्रकार बनाना कि उसपर द्वारा दर्शाई गई संख्याएं लिखी जा सकें या अलग से नत्थी की जा सकें, इसका अर्थ होगा कि उसका उपयोग संख्या प्रणाली के किसी भी हिस्से के बारे में सोचने के लिए किया जा सकता है। इस प्रकार प्रत्येक खंड निम्नांकित को निरूपित कर सकता है:

- इकाई, दहाई या सैकड़ा आदि।
- अंश या दशमलव (बहुत छोटे दशमलव सहित)
- मानक प्रारूप
- और बहुत से अन्य गणितीय विचार।

एक बार छात्र-छात्रा दीवार पर या अपनी डेस्क पर एक संख्या रेखा देखने के आदी हो गए, तो वे अपने तर्क की जांच के लिए उस रेखा की कल्पना कर सकेंगे।

ऋणात्मक संख्या की धारणा का अस्तित्व केवल शून्य को मूल के रूप में उपयोग करके धनात्मक संख्याओं के सापेक्ष ही होता है। अर्थात्, संख्या रेखा पर एक बिंदु चुन लिया जाता है और उसे शून्य आवंटित कर दिया जाता है ताकि शून्य के एक ओर धनात्मक और दूसरी ओर ऋणात्मक संख्यायें हों। छात्र-छात्राओं को विपरीत के मायनों में सोचने में मदद करने के लिए पारंपरिक रूप से एक क्षैतिज रेखा के दाएं हिस्से को धनात्मक संख्याओं को दर्शाने के लिए और बाएं हिस्से को ऋणात्मक संख्याओं को दर्शाने के लिए उपयोग किया जाता है। हालांकि एक उदग्र रेखा का उपयोग करना भी एक अच्छा विचार है, जिसमें शून्य के ऊपर की संख्याओं को धनात्मक संख्याओं द्वारा और शून्य के नीचे की संख्याओं को ऋणात्मक संख्याओं द्वारा दर्शाया जाता है।

चाहे आप क्षैतिज रेखा का उपयोग कर रहे हों या उदग्र रेखा का, शून्य आवंटित किए गए बिंदु को हटाने से छात्र-छात्राओं को यह समझने में मदद मिल सकती है कि यह बस एक अनंत रेखा का एक हिस्सा है, और ऋणात्मक संख्याओं के अध्यायों में इस हिस्से को माना जाता है क्योंकि शून्य ही संदर्भ बिन्दु है जिसे संख्या रेखा पर कहीं भी लिया जा सकता है।

निम्नलिखित गतिविधि में ब्लैकबोर्ड पर बनाई गई एक संख्या रेखा का उपयोग इस तरह किया जाता है कि उससे छात्र-छात्राओं को यह समझने में मदद मिले कि ऋणात्मक संख्याओं का उपयोग कैसे किया जाना चाहिए और उन संख्याओं को जोड़ना और घटाना कैसे चाहिए। इस गतिविधि में अभिव्यक्ति 'कल्पना करें यदि...' जैसी बात का भी उपयोग किया जाता है। इस बात से छात्र-छात्राओं को अपनी कल्पना का उपयोग करने में मदद मिलती है और वे इस विश्वास की सीमा में नहीं रहते कि गणित केवल 'सही' या 'गलत' ही हो सकता है। यह जानना गणितीय मॉडलिंग में (जैसे शब्द समस्याओं में) खास तौर पर महत्वपूर्ण होता है जहां एक मॉडल एक कल्पित स्थिति दर्शाता है, जो कि आवश्यक नहीं कि सभी मामलों में वैध हो, या शायद कोई सच्ची वास्तविक जीवन स्थिति भी प्रतिबिंबित न करती हो (ब्रूनर, 1986)।

गतिविधि 2: गलतफहमियों और गलतियों से सीखना

भाग 1: ये कितना धनात्मक था?

ब्लैकबोर्ड पर -10 से 10 तक की एक संख्या रेखा बनाएं। छात्र-छात्राओं से सबसे पहले ऐसी कुछ धनात्मक बातों की कल्पना करने को कहें जो घटित हो सकती हैं और उनसे ये कल्पना करने को कहें कि वे उन्हें संख्या रेखा पर कहां रखना चाहेंगे। उदाहरण के लिए, 'किसी ने मुझे रु 10 दिए' ये थोड़ा धनात्मक है; 'किसी ने मुझे रु 100 दिए' ज्यादा धनात्मक है। मैंने थोड़ा काम किया, मुझे कम अंक (score) मिलेंगे। मैंने ज्यादा काम किया, मुझे ज्यादा अंक मिलेंगे। मैंने कोई काम नहीं किया, मुझे शून्य अंक मिलेंगे। मैंने काम थोड़ा बिगाड़ दिया, मुझे ऋणात्मक अंक मिलेंगे। मैंने काम ज्यादा बिगाड़ दिया, मुझे ज्यादा ऋणात्मक अंक मिलेंगे। इस प्रकार धनात्मक और ऋणात्मक बातों को धनात्मक और ऋणात्मक संख्याओं के रूप में बदलते हुए संख्या रेखा पर उनकी स्थिति दर्शाने की अवधारणा विकसित करें।

फिर उन्हें ऋणात्मक बातें सुझाने के लिए कहें, जैसे, 'जब एक रिक्शा मेरी बगल से गुज़रा और मेरा नया ड्रेस कीचड़ से भर गया', या 'मेरी क्रिकेट टीम मैच हार गई'। हर बार उनसे यह कल्पना करने को कहें कि उनके विचार को संख्या रेखा पर कहाँ रखें, और उनसे यह सोचने के लिए कहें, 'आप कितना धनात्मक या ऋणात्मक महसूस करते हैं।'

भाग 2: प्रसन्नता मॉडल

भाग 1 के उपायों का फिर ऋणात्मक संख्याओं से जोड़ने और घटाने तक विस्तार किया जा सकता है।

कक्षा से कहें:

मुझे आज ठीक लग रहा है, मान लो कि (संख्या रेखा की ओर इशारा करके) इस प्रसन्नता के पैमाने पर मेरा स्कोर 2 है।

मान लो किसी ने मुझे नौ मिठाई (एक धनात्मक) दीं, तो मुझे फिर कैसा महसूस होगा? हां, मेरा स्कोर 4 से बढ़कर 6 हो जाएगा।

अब सोचिए यदि कोई मुझसे कहे कि मुझे स्कूल के बाद रुकना है (ऋणात्मक) तो मुझे कैसा महसूस होगा? हां, 1 कम होकर, 5 हो जाएगा।

कल्पना करें यदि मेरी चॉकलेटों में से सात आप ले जाएं? मुझे कैसा महसूस होगा? और भी उदास? हां, मुझे 7 और नीचे जाना पड़ेगा, -2 पर।

और यदि आप मुझे कहें कि मैं घर जल्दी जा सकता हूँ? आपको कैसा महसूस होगा? (धनात्मक) इस स्थिति के लिए संख्या सोच कर बतायें।

...

कुछ धनात्मक जोड़ना या कुछ ऋणात्मक निकाल लेना स्थिति को बेहतर बनाता है (संख्या रेखा पर ऊपर बढ़ना)।

कुछ ऋणात्मक जोड़ना या कुछ धनात्मक निकाल लेना स्थिति को खराब बनाता है (संख्या रेखा पर नीचे जाना)।

(स्रोत: भाग 2 को NRICH, अदिनांकित, से गृहीत किया गया था।)



इस गतिविधि को वर्ग-6 के पाठ-4: पूर्णांक एवं वर्ग-7 के पाठ-1 पूर्णांक की समझ पर कार्य करते समय किया जा सकता है।



वीडियो: सीखने के लिए बातचीत

केस स्टडी 2: श्रीमती मंजू गतिविधि 2 के उपयोग का अनुभव बताती हैं

मैंने अपनी कक्षा को धनात्मक और ऋणात्मक संख्याएं समझाने के लिए गतिविधि 2 में वर्णित तरीकों का उपयोग किया। मैंने अपने ब्लैकबोर्ड के ऊपरी भाग पर एक बड़ी सी संख्या रेखा खींची। छात्र-छात्राओं के साथ मैंने एक चर्चा की जिसका विषय था 'चीजें जो धनात्मक हैं' और 'चीजें जो ऋणात्मक हैं'। हमने काफी लंबे समय तक इस संबंध में बात की कि यदि कोई आपको धनात्मक चीज़ देता है, या कोई आपको कुछ देता है, तो आपको कैसा लगेगा। हमने इस बारे में भी बात की कि यदि आपको कोई एक ऋणात्मक चीज़ देता है, या ले लेता है, तो आपको कैसा महसूस होगा।

फिर हमने प्रसन्नता मॉडल का उपयोग किया। मैंने मिठाई प्राप्त करने और मिठाई खोने के उदाहरण दिए, और उन्हें बताया कि मैं प्रसन्नता पैमाने पर कहां थी और फिर मैं जो कह रही थी उसकी गणितीय व्यंजक मैंने लिख ली। मैंने कई छात्र-छात्राओं से पैमाने का उपयोग करके उनकी अपनी कहानी कहने को कहा और आरंभ में उनके कहानी कहने के दौरान मैंने सवाल लिखे।

फिर मैंने छात्र-छात्राओं को तीन या चार के समूहों में काम करने को कहा। उन्होंने अपने डेस्क पर चॉक से एक संख्या रेखा बनाई और फिर एक ने एक कहानी सुनाई जबकि दूसरे ने कहानी के कहित घटनाओं को संख्या रेखा पर दर्शाया और तीसरे ने इससे होने वाले जोड़ और घटाने की संख्याएं लिखीं। ऐसा करते हुए उनके चेहरे मुस्कराहट से भरे थे।



जरा सोचिए

- आपकी कक्षा में गतिविधि 2 कितने अच्छे ढंग से निष्पादित हुई?
- छात्र-छात्राओं से किस प्रकार की प्रतिक्रिया अनपेक्षित थी? क्यों?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे क्या कारण था?
- धनात्मक और ऋणात्मक संख्याएं समझाने के बारे में छात्र-छात्राओं की समझ के बारे में आपने क्या सीखा?

4 जोड़ने और घटाने की प्रक्रिया के अर्थ

जोड़ना और घटाना परस्पर विपरीत गणितीय विधियां हैं। उदाहरण के लिए:

$$5 + 1 = 6$$

$$6 - 1 = 5$$

$$6 - 5 = 1$$

कुछ शोधकर्ताओं (लिंचविस्की और विलियम्स, 1999; ब्रूनो और मार्टिनॉन, 1999) के अनुसार, घटाने के कौशल छात्र-छात्राओं को ऋणात्मक संख्याओं की धारणा सीखने में सहायता करते हैं। पूर्णांकों के मामले में जोड़ने और घटाने की प्रक्रियाएं आपस में बदलने योग्य होती हैं। उदाहरण के लिए:

$$3 + 5 = 8 = 3 - (-5)$$

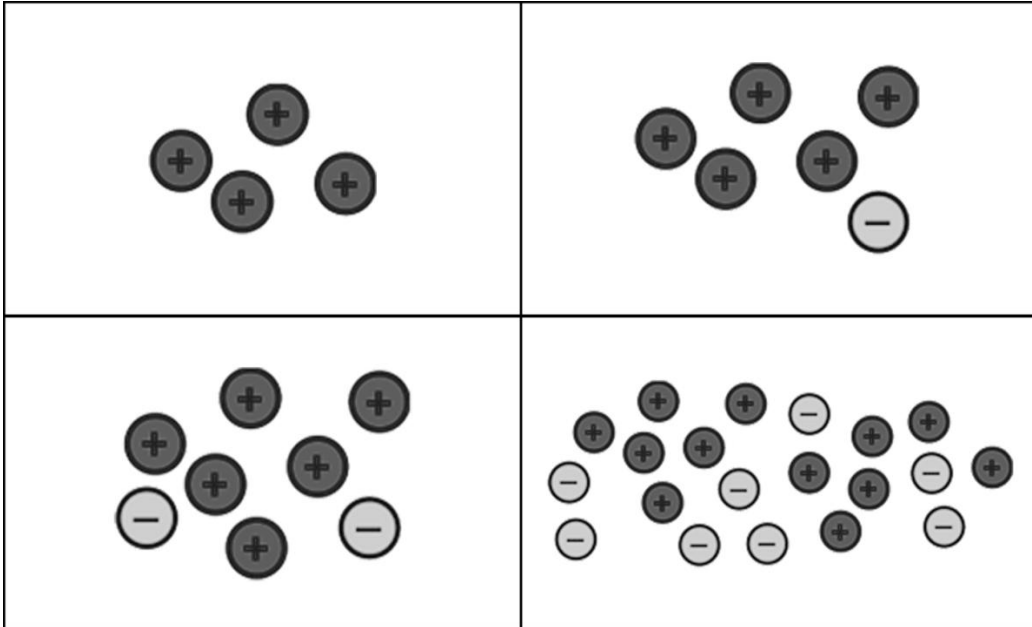
अगली गतिविधि का उद्देश्य है छात्र-छात्राओं को धनात्मक और ऋणात्मक संख्याओं की गणना करने में शामिल विचार प्रक्रियाओं पर ध्यान केन्द्रित करने में मदद करना।

गतिविधि 3: धनात्मक और ऋणात्मक संख्याओं को जोड़ना

भाग 1: ऋणात्मक संख्याओं के साथ जोड़ने और घटाने की प्रक्रिया को समझने के लिए गोटी (counter) मॉडल का उपयोग करना

इस गतिविधि के लिए आपको कई गोटियाँ या दो अलग अलग रंगों के कार्ड के टुकड़ों की आवश्यकता होगी। एक रंग धनात्मक और दूसरा रंग ऋणात्मक चिह्न दर्शाएगा। इस गतिविधि का एक महत्वपूर्ण हिस्सा है छात्र-छात्राओं को ऋणात्मक संख्याओं के साथ जोड़ने और घटाने के बारे में बात करने के लिए प्रेरित करना और उनकी सोच को समझाना। जब आप सीखने की योजना बना कर रहे हों, तो आप शायद संसाधन 2, 'सीखने के लिए चर्चा' पर एक नज़र डालना चाहें।

अपने छात्र-छात्राओं को बताएं कि नीचे के सभी खंडों में व्यवस्थित गोटियों का परिणाम चार ही होगा।



चित्र 3: कुल चार होने वाले गोटियों की विभिन्न व्यवस्थाएं।

- छात्र-छात्राओं से कोई अन्य संभावनाएं सुझाने को कहें।
- फिर उनसे यह समझाने को कहें कि ये सारी प्रस्तुतियां 4 कैसे दर्शाती हैं।
- अब -2 को बहुत से अलग अलग तरीकों में दर्शाने के लिए धनात्मक और ऋणात्मक गोटियों का उपयोग करें, आरंभ केवल दो 'ऋणात्मक' गोटियों से करें। छात्र-छात्राओं से उनके अपने सुझाव देने को कहना न भूलें।
- क्या वे यह समझ सकते हैं कि सारी अलग अलग प्रस्तुतियां -2 क्यों दर्शाती हैं?

भाग 2: छोटे समूहों में, बड़ी संख्याओं के लिए 'गोटी (counter)' मॉडल का उपयोग करना

छात्र-छात्राओं को छोटे समूहों में रखें और उनसे कहें:

- गोटियों या रंगीन कागज़ के टुकड़ों का उपयोग करके, दस से कम कोई संख्या चुनें और धनात्मक और ऋणात्मक गोटियों की मदद से उस संख्या की कम से कम चार प्रस्तुतियां बनाएं।
- अपनी प्रस्तुतियों को अतिरिक्त सवालों के रूप में दर्ज करें।

- एक ऋणात्मक संख्या चुनें और इसे दोहराएं।
- यदि आपके पास समय है, तो एक और संख्या चुनें जो आपको लगता है आपके लिए कठिन होगी।
- अपनी प्रत्येक प्रस्तुति के लिए सवाल लिखें।
- उन्हें चिह्नित करने के लिए दूसरे समूह के साथ उन्हें बदलें।

यदि आप कर सकें, तो **NRICH** वेबसाइट पर जा कर धनात्मक और ऋणात्मक गोटियों के उपयोग के उपाय विकसित करने के कई और तरीके खोजें।

(स्रोत: भाग 1 **NRICH**, अदिनांकित से गृहीत।)



इस गतिविधि का उपयोग वर्ग-6 के पाठ-4 के पूर्णांकों का योग एवं वर्ग-7 के पाठ-1 पूर्णांक की समझ पर कार्य करते समय किया जा सकता है।

वीडियो: स्थानीय संसाधनों का उपयोग करना



केस स्टडी 3: श्रीमती सुधा गतिविधि 3 के उपयोग का अनुभव बताती हैं

चूंकि छात्र-छात्राओं को ऋणात्मक संख्याओं से संबंधित कार्य करने में कठिनाई आ रही थी इसलिए मैंने अपनी कक्षा में धनात्मक चिन्हों वाले कागज़ के कुछ प्लेटों के साथ कार्य शुरू किया और उन्हें प्लेट पकड़कर कक्षा के सामने खड़ा होने के लिए कहा।

उन्होंने 4 बनाने के लिए कुछ अच्छे उपाय बताये। ऋणात्मक 2 के लिए सुझाव देना आरंभ करने में उन्हें कुछ समय लगा लेकिन जल्द ही वो ये भी करने लगे। मैंने कुल धनात्मक संख्याओं और कुछ ऋणात्मक संख्याओं के योग को ब्लैकबोर्ड पर लिखा और मैंने छात्र-छात्राओं से उस चिन्ह के बारे में पूछा जिसका मतलब होता है – एकसाथ करना या मिलाना। उन्होंने तुरंत जवाब दिया – 'धन' चिन्ह (+)।

अगली गतिविधि के लिए मैंने छात्र-छात्राओं को छह के समूह में रखा क्योंकि मेरी कक्षा में लगभग 60 छात्र हैं और वे सब साथ में ठीक कार्य करते हैं। हरेक समूह के पास दो रंगों में दस कागज़ के टुकड़े थे और उन्होंने खुद ही धनात्मक और ऋणात्मक चिह्न लिखे। उन्होंने उनके द्वारा चुनी हुई हर संख्या के लिए अलग अलग प्रस्तुतियां बनाई और मैंने भी ये सुनिश्चित किया कि वे पड़ोस के समूहों से अलग संख्याएं चुनें। उन्होंने अपने जोड़ के सवाल कागज़ के टुकड़ों पर लिखे जिनको हमने दीवार पर चिपका दिया ताकि हर कोई उन्हें देख सके।

मैं देखना चाहती थी कि क्या मैं इन तरीकों का उपयोग कर उन्हें यह समझने में मदद कर सकती हूं कि जब आप कोई ऋणात्मक निकालते हैं तो क्या होता है। मैंने एक बार फिर कागज़ी प्लेट निकालीं और 8 धनात्मक और 3 ऋणात्मक से 5 बनाया। मैंने पूछा कि 2 ऋणात्मक निकाल लेने से हमें क्या मिलेगा और उनका उत्तर था 7।

मैंने ब्लैकबोर्ड पर लिखा:

$$5 - (-2) = 7$$

गृहकार्य के लिए मैंने उनसे उनकी पाठ्यपुस्तक में $5 - (-2) = 7$ से मिलते जुलते तीन उदाहरण देखने को कहा। इसके

बाद मैंने उनसे संख्या लिखी गोंटियों के चित्र के माध्यम से उन उदाहरणों को दर्शाने के लिए कहा



ज़रा सोचिए

केस स्टडी में श्रीमती सुधा ने सारी कक्षा से एक सवाल पूछा। सारे संयोजनों को एक साथ रखने के लिए किस चिह्न की आवश्यकता थी। सही जवाब दिया गया, लेकिन क्या आपको लगता है कि वह आश्चर्य हो सकती हैं कि यह अवधारणा सभी छात्र-छात्राओं को पूरी तरह समझ में आ गयी थी? यह सुनिश्चित करने के लिए उन्होंने और कौन सी कार्यनीतियां उपयोग में लाई होंगी कि सारे छात्र-छात्रा उत्तर के बारे में सोचने और उस पर चर्चा करने में शामिल हो गए होंगे।

अब निम्नलिखित प्रश्नों के बारे में सोचें:

- जब आपने गतिविधि 3 पूरी की, तो आपने छात्र-छात्राओं की समझ को जानने के लिए कौन से प्रश्न पूछे?
- क्या किसी भी समय आपको ऐसा लगा कि हस्तक्षेप करना चाहिए?
- क्या कुछ ऐसे बिंदु थे जिनका उपयोग सभी छात्र-छात्राओं को अपनी समझ बेहतर बनाने के लिए एक बार फिर देखना चाहिए?

5 सारांश

इस इकाई में ऋणात्मक संख्याओं, उनकी आवश्यकता की समझ और उनके साथ कैसे काम किया जा सकता है, इस पर पूरा ध्यान दिया गया है। इस इकाई को पढ़ कर आपने यह सोचा कि आपके छात्र-छात्राओं को ऋणात्मक संख्याएं असल में क्या होती हैं यह कल्पना करने के तरीके और उन्हें ऋणात्मक संख्याओं के साथ धन और ऋण देखने के तरीके विकसित करने में कैसे सक्षम करें। आप अपने छात्र-छात्राओं की कल्पना को उड़ान देने के लिए अभिव्यक्ति 'कल्पना करें यदि...' का भी उपयोग कर सकते हैं।

यदि छात्र-छात्राओं को ऋणात्मक संख्याओं की दुनिया में गणित के उपयोग के सामान्य भाग के रूप में देखना है तो उनके पास ऋणात्मक संख्याओं के साथ काम करने का समृद्ध और विविध अनुभव होना चाहिए। इस इकाई की गतिविधियों में ऋणात्मक संख्याओं को अनुभव करने और उन्हें समझने के लिए छात्र-छात्राओं को कई अलग अलग तरीके बताए गए हैं।

आपने यह भी देखा है कि 'कैसे सीखने' पर और 'सीखा कैसे जाता है' इस पर विचार करना शिक्षण में बेहतर होने के लिए महत्वपूर्ण है।

संसाधन

संसाधन 1: एनसीएफ/एनसीएफटीई शिक्षण आवश्यकताएँ

यह इकाई NCF (2005) तथा NCFTE (2009) की निम्न शिक्षण आवश्यकताओं से जोड़ता है तथा उन आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगा:

- छात्र-छात्राओं को उनके सीखने के सक्रिय प्रतिभागी के रूप में देखें न कि सिर्फ ज्ञान प्राप्त करने वाले के रूप में; ज्ञान निर्माण के लिए उनकी क्षमताओं को कैसे प्रोत्साहित करें; सीखने-सिखाने की प्रक्रिया में रटने वाली पद्धतियों को दूर कैसे करें।
- छात्र-छात्राओं को गणित को किसी ऐसी चीज़ के रूप में लेने दें जिसके बारे में वे बात करें, जिसके द्वारा संवाद करें, जिसकी आपस में चर्चा करें, जिस पर साथ मिलकर कार्य करें।

संसाधन 2: सीखने के लिए बातचीत

सीखने के लिए बातचीत क्यों जरूरी है

बातचीत मानव विकास का हिस्सा है, जो सोचने-विचारने, सीखने और विश्व का बोध प्राप्त करने में हमारी मदद करती है। लोग भाषा का इस्तेमाल तार्किक क्षमता, ज्ञान और बोध को विकसित करने के लिए औज़ार के रूप में करते हैं। अतः, छात्र-छात्राओं को उनके सीखने के अनुभवों के भाग के रूप में बात करने के लिए प्रोत्साहित करने का अर्थ होगा उनकी शैक्षिक प्रगति को बढ़ाना। सीखे गए विचारों के बारे में बात करने का अर्थ होता है:

- उन विचारों को परखा गया है
- तार्किक क्षमता विकसित और सुव्यवस्थित है
- जिससे छात्र-छात्रा अधिक सीखते हैं।

किसी कक्षा में रटा-रटाया दोहराने से लेकर उच्च श्रेणी की चर्चा तक छात्र-छात्रा वार्तालाप के विभिन्न तरीके होते हैं।

पारंपरिक तौर पर, शिक्षक की बातचीत का दबदबा होता था और वह छात्र-छात्राओं की बातचीत या छात्र-छात्राओं के ज्ञान के मुकाबले अधिक मूल्यवान समझी जाती थी। तथापि, पढ़ाई के लिए बातचीत में पाठों का नियोजन शामिल होता है ताकि छात्र इस ढंग से अधिक बात करें और अधिक सीखें कि शिक्षक छात्र-छात्राओं के पहले के अनुभव के साथ संबंध कायम करें। यह किसी शिक्षक और उसके छात्र-छात्राओं के बीच प्रश्न और उत्तर सत्र से कहीं अधिक होता है क्योंकि इसमें छात्र की अपनी भाषा, विचारों और रुचियों को ज्यादा समय दिया जाता है। हम में से अधिकांश कठिन मुद्दे के बारे में या किसी बात का पता करने के लिए किसी से बात करना चाहते हैं, और शिक्षक/शिक्षिका बेहद सुनियोजित गतिविधियों से इस सहज-प्रवृत्ति को बढ़ा सकते हैं।

कक्षा में सीखने की गतिविधियों के लिए बातचीत की योजना बनाना

सीखने की गतिविधियों के लिए बातचीत की योजना बनाना महज साक्षरता और शब्दावली के लिए नहीं है, यह गणित एवं विज्ञान के काम तथा अन्य विषयों के नियोजन का हिस्सा भी है। इसे समूची कक्षा में, जोड़ी कार्य या सामूहिक कार्य में, आउटडोर गतिविधियों में, भूमिका पर आधारित गतिविधियों में, लेखन, वाचन, प्रायोगिक छानबीन और रचनात्मक कार्य में योजनाबद्ध किया जा सकता है।

यहां तक कि साक्षरता और गणना के सीमित कौशलों वाले नन्हें छात्र भी उच्चतर श्रेणी के चिंतन कौशलों का प्रदर्शन कर सकते हैं, बशर्ते कि उन्हें दिया जाने वाला कार्य उनके पहले के अनुभव पर आधारित और आनंदप्रद हो। उदाहरण के लिए, छात्र तस्वीरों, आरेखणों या वास्तविक वस्तुओं से किसी कहानी, पशु या आकृति के बारे में पूर्वानुमान लगा सकते हैं। छात्र भूमिका निभाते समय कठपुतली या पात्र की समस्याओं के बारे में सुझावों और संभावित समाधानों को सूचीबद्ध कर सकते हैं।

जो कुछ आप छात्र-छात्राओं को सिखाना चाहते हैं, उसके इर्दगिर्द सीखने की योजना बनायें और इस बारे में सोचें, और साथ ही इस बारे में भी कि आप किस प्रकार की बातचीत को छात्र-छात्राओं में विकसित होते देखना चाहते हैं। कुछ प्रकार की बातचीत खोजपरक होती है, उदाहरण के लिए: 'इसके बाद क्या होगा?', 'क्या हमने इसे पहले देखा है?', 'यह क्या हो सकता है?' या 'आप ऐसा क्यों सोचते हैं कि वह यह है?' कुछ अन्य प्रकार की वार्ताएं ज्यादा विश्लेषणात्मक होती हैं, उदाहरण के लिए विचारों, साक्ष्य या सुझावों का आकलन करना।

इसे रोचक, मजेदार और सभी छात्र-छात्राओं के लिए संवाद में भाग लेना संभव बनाने की कोशिश करें। छात्र-छात्राओं को उपहास का पात्र बनने या गलत होने के भय के बिना दृष्टिकोणों को व्यक्त करने और विचारों का पता लगाने में सहज होने और सुरक्षित महसूस करने की जरूरत होती है।

छात्र-छात्राओं की वार्ता को आगे बढ़ाएं

सीखने के लिए वार्ता शिक्षक/शिक्षिकाओं को निम्न अवसर प्रदान करती है:

- छात्र-छात्रा जो कहते हैं उसे सुनना
- छात्र-छात्राओं के विचारों की प्रशंसा करना और उस पर आगे काम करना
- इसे आगे ले जाने के लिए छात्र-छात्राओं को प्रोत्साहित करना।

सभी उत्तरों को लिखना या उनका औपचारिक आकलन नहीं करना होता है, क्योंकि वार्ता के जरिये विचारों को विकसित करना सीखने-सिखाने का महत्वपूर्ण हिस्सा है। आपको उनकी सीख को प्रासंगिक बनाने के लिए उनके अनुभवों और विचारों का यथासंभव प्रयोग करना चाहिए। छात्र-छात्रा वार्ता खोजपरक होती है, इसके माध्यम से छात्र-छात्रा एक दूसरे के विचारों की जांच करते हैं और चुनौती पेश करते हैं ताकि वे अपने प्रत्युत्तरों को लेकर विश्वस्त हो सकें। एक साथ बातचीत करने वाले समूहों को किसी के भी द्वारा दिए गए उत्तर को स्वीकार करने के लिए प्रोत्साहित नहीं किया जाना चाहिए। आप समूची कक्षा की सेंटिंग में 'क्यों?', 'आपने उसका निर्णय क्यों किया?' या 'क्या आपको उस हल में कोई समस्या नजर आती है?' जैसे जांच वाले प्रश्नों के अपने प्रयोग के माध्यम से चुनौतीपूर्ण विचारशीलता को तैयार कर सकते हैं। आप छात्र समूहों को सुनते हुए कक्षा में घूम सकते हैं और ऐसे प्रश्न पूछकर उनकी विचारशीलता को बढ़ा सकते हैं।

अगर छात्र-छात्राओं की वार्ता, विचारों और अनुभवों की कद्र और सराहना की जाती है तो वे प्रोत्साहित होंगे। बातचीत करने के दौरान अपने व्यवहार, सावधानी से सुनने, एक दूसरे से प्रश्न पूछने, और बाधा न डालना सीखने के लिए अपने छात्र-छात्राओं की प्रशंसा करें। कक्षा में कमजोर बच्चों के बारे में सावधान रहें और उन्हें भी शामिल किया जाना सुनिश्चित करने के तरीकों पर विचार करें। कामकाज के ऐसे तरीकों को स्थापित करने में थोड़ा समय लग सकता है, जो सभी छात्र-छात्राओं को पूरी तरह से भाग लेने की सुविधा प्रदान करते हों।

छात्र-छात्राओं को खुद से प्रश्न पूछने के लिए प्रोत्साहित करें

अपनी कक्षा में ऐसा वातावरण तैयार करें जहां अच्छे चुनौतीपूर्ण प्रश्न पूछे जाते हैं और जहां छात्र-छात्राओं के विचारों को सम्मान दिया जाता है और उनकी प्रशंसा की जाती है। छात्र प्रश्न नहीं पूछेंगे अगर उन्हें उनके साथ किए जाने वाले व्यवहार को लेकर भय होगा या अगर उन्हें लगेगा कि उनके विचारों का मान नहीं किया जाएगा। छात्र-छात्राओं को प्रश्न पूछने के लिए आमंत्रित करना उनको जिज्ञासा दर्शाने के लिए प्रोत्साहित करता है, उनसे अपने शिक्षण के बार में अलग ढंग से विचार करने के लिए कहता है और उनके नजरिए को समझने में आपकी सहायता करता है।

आप कुछ नियमित समूह या जोड़े में कार्य करने, या शायद 'छात्र-छात्राओं के प्रश्न पूछने का समय' जैसी कोई योजना बना सकते हैं ताकि छात्र-छात्रा प्रश्न पूछ सकें या स्पष्टीकरण मांग सकें। आप:

- अपने पाठ के एक भाग में 'अगर आपको कोई प्रश्न करना है तो हाथ उठाएँ' ऐसा कह सकते हैं।
- किसी छात्र-छात्रा को हॉट-सीट पर बैठा सकते हैं और दूसरे छात्र-छात्राओं को उस छात्र से प्रश्न पूछने के लिए प्रोत्साहित कर सकते हैं। और उसका नाम गणितज्ञों के नाम पर रख सकते हैं उदाहरणतः पाइथागोरस या मीराबाई
- जोड़ों में या छोटे समूहों में 'मुझे और अधिक बताएं' खेल खेल सकते हैं
- पूछताछ का अभ्यास करने के लिए छात्र-छात्राओं को कौन/क्या/कहां/कब/क्यों वाले प्रश्नावली दे सकते हैं
- छात्र-छात्राओं को कुछ आँकड़े (जैसे कि विश्व डेटा बैंक से उपलब्ध आँकड़ों, उदाहरणतः पूर्णकालिक शिक्षा में बच्चों की प्रतिशतता या भिन्न देशों में स्तनपान की विशेष दरें) दे सकते हैं, और उनसे उन प्रश्नों के बारे में सोचने के लिए कह सकते हैं जो आप इस आँकड़ों के बारे में पूछ सकते हैं
- छात्र-छात्राओं के सप्ताह भर के प्रश्नों को सूचीबद्ध करते हुए प्रश्न सूची तैयार कर सकते हैं।

जब छात्र प्रश्न पूछने और उन्हें मिलने वाले प्रश्नों के उत्तर देने के लिए मुक्त होते हैं तो उस समय आपको रुचि और चिंतन के स्तर को देखकर हैरानी होगी। जब छात्र-छात्रा अधिक स्पष्टता और सटीकता से संवाद करना सीख जाते हैं, तो वे न केवल अपनी मौखिक और लिखित शब्द भंडार बढ़ाते हैं, अपितु उनमें नया ज्ञान और कौशल भी विकसित होता है।

अतिरिक्त संसाधन

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: <http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics>
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: <https://www.ncetm.org.uk/>
- National STEM Centre: <http://www.nationalstemcentre.org.uk/>
- National Numeracy: <http://www.nationalnumeracy.org.uk/home/index.html>
- BBC Bitesize: <http://www.bbc.co.uk/bitesize/>
- Khan Academy's math section: <https://www.khanacademy.org/math>
- NRICH: <http://nrich.maths.org/frontpage>
- Art of Problem Solving's resources page: <http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php>
- Teachnology: <http://www.teach-nology.com/worksheets/math/>
- Math Playground's logic games: <http://www.mathplayground.com/logicgames.html>
- Maths is Fun: <http://www.mathsisfun.com/>
- Coolmath4kids.com: <http://www.coolmath4kids.com/>
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: <http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm>
- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 1 ('Aspects of Teaching Mathematics'), Block 2 ('Numbers (I)'), Block 3 ('Numbers (II)'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html>
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 4 ('On Spatial Learning'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html>
- *Manual of Mathematics Teaching Aids for Primary Schools*, published by NCERT: <http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/pks-primarymanual.pdf>
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremjifoundation.org/Foundation_Publications
- Textbooks developed by the Eklavya Foundation with activity-based teaching mathematics at the primary level: http://www.eklavya.in/pdfs/Catalouge/Eklavya_Catalogue_2012.pdf
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including *List of Hands-on Activities in Mathematics for Classes III to VIII*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': <http://cbse.nic.in/welcome.htm>

संदर्भ

Bruner, J. (1986) *Actual Minds, Possible Worlds*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Bruno, A. and Martinon, A. (1999) 'The teaching of numerical extensions: the case of negative numbers', *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, vol. 30, no. 6, pp. 789–809.

Byers, V. and Herscovics, N. (1977) 'Understanding school mathematics', *Mathematics Teaching*, vol. 81, pp. 24–7.

Egan, K. (1986) *Teaching as Story Telling: An Alternative Approach to Teaching and Curriculum in the Elementary School*. University of Chicago Press, Chicago.

Fishbein, E. (1987) *Intuition in Science and Mathematics: An Educational Approach*. Dordrecht: Reidel.

Linchevski, L. and Williams, J. (1999) 'Using intuition from everyday life in "filling" the gap in children's extension of their number concept to include the negative numbers', *Educational Studies in Mathematics*, vol. 39, nos 1–3, pp. 131–47.

National Council for Teacher Education (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education* (online). New Delhi: NCTE. Available from: http://www.ncte-india.org/publicnotice/NCFTE_2010.pdf (accessed 5 February 2014).

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*, New Delhi: NCERT.

NRICH (undated) 'Making sense of positives and negatives: stage 3' (online). Available from: <http://nrich.maths.org/9958> (accessed 6 February 2014).

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

अभिस्वीकृतियाँ

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>) के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है। नीचे दी गई सामग्री मालिकाना हक की है तथा इस परियोजना के लिए लाइसेंस के अंतर्गत ही उपयोग की गई है, तथा इसका Creative Commons लाइसेंस से कोई वास्ता नहीं है। इसका अर्थ यह है कि इस सामग्री का उपयोग अननुकूलित रूप से केवल TESS-India परियोजना के भीतर किया जा सकता है और किसी भी बाद के OER संस्करणों में नहीं। इसमें TESS-India, OU और UKAID लोगो का उपयोग भी शामिल है।

इस इकाई में सामग्री को पुनः प्रस्तुत करने की अनुमति के लिए निम्न स्रोतों का कृतज्ञतापूर्ण आभार:

गतिविधि 3, भाग 1: 'धनात्मक और ऋणात्मक को समझना', <http://nrich.maths.org>, © 1997–2014 यूनिवर्सिटी ऑफ़ कैंब्रिज से गृहीत (Activity 3, Part 1: adapted from 'Making sense of positives and negatives', <http://nrich.maths.org>, © 1997–2014 University of Cambridge.)।

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएं करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत भर के उन शिक्षक प्रशिक्षकों, प्रधानाध्यापकों, शिक्षकों और छात्र-छात्राओं के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन यूनिवर्सिटी के साथ काम किया है।