

तुलना और भेद-निरूपण कार्य: आयतन और धारिता



भारत में विद्यालय आधारित
समर्थन के माध्यम से शिक्षक
शिक्षा

www.TESS-India.edu.in



<http://creativecommons.org/licenses/>



संदेश



शिक्षकों को बाल केंद्रित कक्षा अभ्यास की ओर उन्मुख करने तथा शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्देश्यों को सम्मुख रखते हुए TESS-India राष्ट्रीय स्तर पर कार्यरत है। इस दिशा में TESS-India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) का विकास किया गया है। ये संसाधन शिक्षकों तथा शिक्षक-प्रशिक्षकों के वृत्ति विकास (Professional development) में लाभकारी एवं उपयोगी सिद्ध होंगे। राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के नेतृत्व में इन संसाधनों का स्थानीयकृत किया गया है, जिसके अन्तर्गत इनके उद्देश्य के मूल को बरकरार रखते हुए इनमें स्थानीय, भाषा, बोली, प्रथाओं, संस्कृतियों तथा नियमों को सम्मिलित किया गया है। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता एवं सुगमता पूर्वक किया जा सकता है।

राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के मार्गदर्शन में TESS-India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) नेट पर आप सभी के लिए सुलभ उपलब्ध है।

शुभकामनाओं सहित।

(डॉ० मुरली मनोहर सिंह)

निदेशक

एस०सी०ई०आर०टी०, बिहार

समीक्षा एवं दिशाबोध
डॉ. मुरली मनोहर सिंह, निदेशक राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. सैयद अब्दुल मोईन, विभागाध्यक्ष, अध्यापक शिक्षा विभाग, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. कासिम खुशीद, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्
डॉ. इम्तियाज आलम, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. स्नेहाशीष दास राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. अर्चना, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. रीता राय, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
श्री तेज नारायण प्रसाद, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार

स्थानीयकरण
भाषा और शिक्षा
डॉ. ज्ञानदेव मणि त्रिपाठी, प्राचार्य, मैत्रेय कॉलेज ऑफ एडुकेशन एण्ड मैनेजमेंट, हाजीपुर, वैशाली
श्री सुमन सिंह, प्रखंड साधनसेवी, भगवानपुर हाट, सिवान
श्री कात्यायान कुमार त्रिपाठी, प्राथमिक विद्यालय चैलीटाल, पटना
श्री कृत प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, हिलसा, नालंदा
प्राथमिक अंग्रेजी
श्री अरशद रजा, सहायक शिक्षक, प्राथमिक विद्यालय, पचासा रहुई, नालंदा
श्री संतोष सुमन, सहायक शिक्षक, बालिका उच्च विद्यालय, महुआबाग
श्री शशि भूषण पाण्डेय, सहायक शिक्षक, उत्कर्मित मध्य विद्यालय, मुकुन्दपुर, नालंदा
श्रीमती रचना त्रिवेदी, शिक्षिका, नोट्रेडेम अकादमी, पटना
माध्यमिक अंग्रेजी
श्री मणिशंकर, प्रधानाध्यापक, तारामणी भगवानसाव उच्च माध्यमिक विद्यालय, कोइलवर, भोजपुर
डॉ. ब्रजेश कुमार, शिक्षक, पी. एन. एंग्लो संस्कृत माध्यमिक विद्यालय, नया टोला, पटना
प्राथमिक गणित
श्री कृष्ण कान्त ठाकुर
श्री दिलीप कुमार, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, बुलनी हैदरपुर, नालंदा
श्री गोविन्द प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, चनपटिया, पश्चिमी चम्पारण
माध्यमिक गणित
डॉ. राकेश कुमार, भागलपुर डायट
श्री रिजवान रिजवी, उत्कर्मित मध्य विद्यालय, सिलौटा चाँद, कैमूर
श्री इन्द्रभूषण कुमार, शिक्षक, सहयोगी माध्यमिक विद्यालय, हाजीपुर, वैशाली
प्राथमिक विज्ञान
श्री मनोज त्रिपाठी, प्रखंड साधनसेवी, बरहारा, भोजपुर
श्री शशिकान्त शर्मा, प्रखंड साधनसेवी, आरा, भोजपुर
श्री रणबीर सिंह, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, आदर्श आवासीय मध्य विद्यालय शिक्षक संघ, सहरसा
माध्यमिक विज्ञान
श्री जी.वी.एस.आर प्रसाद
श्री मुकुल कुमार, शिक्षक, सहायक शिक्षक, गोरखनाथ सूर्यदेव माध्यमिक विद्यालय, राजापाकर वैशाली


TESS-India (Teacher Education Through School Based Support) का लक्ष्य है भारत में मुक्त शैक्षिक संसाधनों के द्वारा प्राथमिक और माध्यमिक स्तरों पर शिक्षकों के कक्षा अभ्यासों को बेहतर करना। ये संसाधन शिक्षकों के छात्र-केन्द्रित, भागीदारी दृष्टिकोण को विकसित करने में सहायता करेंगे।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन (**Open Education Resources – OERs**) शिक्षकों को स्कूल की पाठ्यपुस्तक के लिए सहायक पुस्तिका प्रदान करते हैं। ये संसाधन शिक्षकों के लिए गतिविधियाँ प्रदान करते हैं जो वे कक्षा में अपने छात्रों के साथ कर सकते हैं। साथ ही इनमें केस स्टडी भी हैं जो ये दर्शाते हैं कि किस प्रकार दूसरे शिक्षकों ने उस विषय को सिखाया है। संबंधित संसाधन शिक्षकों को पाठ योजना बनाने में और विषय पर ज्ञान वर्धन करने में उनकी सहायता करते हैं।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल हैं। ये भारतीय तथा अंतर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार किये गये हैं और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट उपयोग के लिए उपलब्ध है (<http://www.tess-india.edu.in>)। मुक्त शैक्षिक संसाधन अनेकों संस्करणों में उपलब्ध हैं जो प्रत्येक राज्य के लिए उपयुक्त है जहाँ TESS India कार्यरत है। उपयोगकर्ता इन संसाधनों को अनुकूल और स्थानीयकृत करने के लिए स्वतंत्र हैं ताकि ये स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को पूरा कर सकें।

TESS-India मुक्त विश्वविद्यालय, ब्रिटेन के नेतृत्व में तथा ब्रिटेन की सरकार द्वारा वित्त-पोषित है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई की कुछ गतिविधियों के साथ निम्न प्रतीक का उपयोग किया गया है:  . इससे संकेत मिलता है कि निर्दिष्ट अध्यापन संबंधी थीम के लिए TESS-India वीडियो संसाधनों को देखना आपके लिए उपयोगी होगा।

TESS-India वीडियो संसाधन भारत में अनेक प्रकार की कक्षाओं के संदर्भ में मुख्य अध्यापन तकनीकों का वर्णन करते हैं। हमें आशा है कि वे आपको इसी प्रकार के अभ्यासों के साथ प्रयोग करने के लिए प्रेरित करेंगे। उनका उद्देश्य पाठ (टेक्स्ट) पर आधारित इकाइयों के माध्यम से काम करने के आपके अनुभव का पूरक होना और उसे बढ़ाना है।

TESS-India वीडियो संसाधनों को ऑनलाइन देखा या TESS-India की वेबसाइट, [http://www.tess-india.edu.in/](http://www.tess-india.edu.in) से डाउनलोड किया जा सकता है। वैकल्पिक रूप से, आप ये वीडियो सीडी या मेमोरी कार्ड के माध्यम से भी देख सकते हैं।

संस्करण 2.0 EM09v1

Bihar

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है।
<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>

TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है

‘तुलना और भेद-निरूपण’ वह गतिविधि है जिसके माध्यम से छात्र-छात्राओं को गणितीय गुणों और उनके अनुप्रयोगों से परिचित कराया जाता है। यह सूक्ष्म समानताओं और विषमताओं के बारे में सीखने के लिए प्रभावी विधि है। जब आप तुलना करते हैं, तो आप यह पता लगाते हैं कि कौन-कौन सी चीजें समान हैं; जब आप भेद-निरूपण करते हैं तो आप यह पता लगाते हैं कि अलग क्या है।

मापन वह कौशल है, जिसका दैनिक जीवन में अक्सर उपयोग किया जाता है, उदाहरण के लिए: खाना पकाने के लिए डाले जानेवाले पानी की मात्रा, आपकी कार में भरे जाने वाले ईंधन की मात्रा, नई ड्रेस बनवाने के लिए कपड़े की लंबाई, आदि को मापना। कई सारे रोजमर्रा के मापनों में आकलन का उपयोग किया जाता है, उदाहरण के लिए: लगभग दो कप पानी डालना, कार में लगभग आधा टैंक ईंधन भरने की आवश्यकता होगी, आदि। स्कूली गणित में सामान्यतः सटीक मापनों एवं सही इकाइयों की आवश्यकता होती है।

धारिता एवं आयतन वे माप हैं जो त्रि-आयामी वस्तुओं से संबंधित होती हैं जिनको लेकर छात्र प्रायः भ्रमित होते हैं। इस इकाई में, आप ‘तुलना और भेद-निरूपण’ नामक शिक्षण तकनीक का उपयोग करके धारिता और आयतन के बीच की समानताओं और भिन्नताओं के बारे में समझने में अपने छात्र-छात्राओं की मदद करने पर विचार करेंगे।

आप इस इकाई में सीख सकते हैं

- गणितीय गुणों को पहचानने में छात्र-छात्राओं की मदद करने के लिए ‘तुलना और भेद-निरूपण’ तकनीक का उपयोग कैसे करें।
- आयतन और धारिता के बीच के अंतर को पढ़ाने के कुछ प्रभावी तरीके।
- त्रि-आयामी वस्तुओं की माप की समझ को बेहतर बनाने के लिए कुछ शिक्षण विचार।

इस इकाई का संबंध NCF (2005) और NCFTE (2009) की दर्शायी गयी शिक्षण आवश्यकताओं से है। संसाधन 1।

1 गणितीय गुणों के बारे में जानने के लिए ‘तुलना और भेद-निरूपण’ कार्य

‘तुलना और भेद-निरूपण’ वह तकनीक है जिसके माध्यम से छात्र-छात्राओं को गणितीय गुणों और उनके अनुप्रयोगों से परिचित कराया जाता है। यह सूक्ष्म समानताओं और भिन्नताओं के बारे में सीखने के लिए प्रभावी विधि है। जब आप तुलना करते हैं, तो आप यह पता लगाते हैं कि कौन-कौन सी चीजें समान हैं, जब आप भेद-निरूपण करते हैं तो आप यह पता लगाते हैं कि तुलना की जानेवाली वस्तुएँ किन-किन बातों में अलग हैं।

तुलना और भेद-निरूपण के कार्य हमें गणितीय गुणों के बारे में सोचने और समान एवं भिन्नतावाली चीजों को पहचानने के लिए प्रेरित करते हैं। ऐसा करते समय, छात्र वे संबंध स्थापित कर सकते हैं जिन पर वे आमतौर पर विचार नहीं कर सकते। वे गणितीय चिंतन-प्रक्रियाओं के लिए प्रेरित होते हैं, जैसे कि सामान्यीकरण करना, यह अनुमान लगाना कि क्या एक-सा रहता है और क्या बदल सकता है (इन्हें ‘चर’ और ‘अचर’ कहा जाता है) और फिर इन अनुमानों को सत्यापित करना। यह छात्र-छात्राओं के संबंध जानने, संरचनाएँ ‘देखने’, स्वयं कारण समझने और कथनों की सत्यता या असत्यता पर बहस करने के लिए अमूर्त प्रत्ययों का उपयोग करने में छात्र-छात्राओं की मदद करने हेतु राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की आवश्यकताओं का एक उदाहरण है।

आयतन और धारिता त्रि-आयामी वस्तुओं के गुण हैं। आयतन वह आकाश है जिसे त्रि-आयामी वस्तु घेरती है; वहीं दूसरी ओर, धारिता एक पात्र का वह गुण है जो यह बतलाता है कि वह पात्र कितना धारण कर सकता है। छात्र प्रायः इन दो अवधारणाओं को लेकर भ्रमित हो जाते हैं (वॉटसन एवं अन्य, 2013)। गतिविधि 1 से आपके छात्र-छात्राओं को त्रि-आयामी आकारों की विशिष्टताओं एवं मापनों के बारे में अवगत होने में मदद मिलेगी। इस गतिविधि के अंतर्गत छात्र-छात्राओं से आयतन और धारिता के बीच के अंतर के बारे में सहज रूप से सोचना आरंभ करने की भी अपेक्षा की जाती है।

इस इकाई में अपने छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने से पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह या आंशिक रूप से स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा अगर आप अपने किसी सहकर्मी के साथ मिलकर इसे करने का प्रयास करें क्योंकि स्वयं के अनुभव के आधार पर सिखाना आसान होगा। स्वयं प्रयास करने से आपको छात्र-छात्राओं के अनुभवों के भीतर झाँकने का मौका मिलेगा जिसके परिणामस्वरूप वह आपके शिक्षण को और एक शिक्षक/शिक्षिका के रूप में आपके खुद के अनुभवों को प्रभावित कर सकता है।

जब आप तैयार हों, तो एक बार फिर अपने छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधियों का उपयोग करें और विचार करके इस बारे में नोट बनाएँ कि गतिविधि कैसी हुई और उसके ज़रिए क्या सीखा गया। इससे आपको अधिक छात्र-केंद्रित शैक्षिक वातावरण बनाने में मदद मिलेगी।

गतिविधि 1: त्रि-आयामी वस्तुओं का पता लगाना

- अपने छात्र-छात्राओं से उस किसी भी वस्तु का नाम लेने के लिए कहें जिसका उपयोग उन्होंने पिछले दिनों किया है। उनके द्वारा वस्तुओं के नाम लेने पर, उन्हें ब्लैकबोर्ड पर लिखते जाएँ। नाम की सूची संभवतः इन वस्तुओं के साथ पूर्ण होगी, उदाहरण के लिए: काँच, टूथपेस्ट ट्यूब, प्लेट, पुस्तक, कलम, पेंसिल, सिक्के, रूलर, कागज़, कटोरी, चाकू, चम्मच, बोतल, इरेज़र, चाँक, टेलिफ़ोन, टेलिविज़न, बाल्टी, मगये तौलिया, गेंद, आदि।
- छात्र-छात्राओं द्वारा नाम लेना पूर्ण कर लेने के बाद, इनमें से कुछ वस्तुओं पर गोल घेरा लगाएँ और उनसे पूछें कि क्या उन्हें इन गोल घेरे वाली वस्तुओं में कुछ समानता लग रही है। तीनों आयामों का आसानी से अनुमान लगा पाने से छात्र-छात्राओं द्वारा वस्तु चुनने में समय की बचत होगी।

अब छात्र-छात्राओं को छोटे समूहों या जोड़ों में व्यवस्थित करें। उनसे निम्नलिखित प्रश्न पूछें:

- प्रत्येक घेरेवाली वस्तु के लिए, निम्न का अनुमान लगाएँ:

सारणी 1: टेम्पलेट का आकलन

वस्तु	लंबाई	चौड़ाई	ऊँचाई
काँच			
टूथपेस्ट की ट्यूब			
पुस्तक			
पेंसिल			
सिक्का			
बोतल			
टेलिविज़न			

- यदि सभी वस्तुओं को सोने से बनाया गया था, तो कौन सी अत्यधिक महँगी (या न्यूनतम महँगी) होगी? फिर, इन वस्तुओं को उनकी कीमत के आधार पर बढ़ते क्रम में व्यवस्थित करें।
- उपर्युक्त प्रत्येक वस्तु की कीमत की तुलना करने पर, कौन सा मापन सर्वाधिक उपयोगी रहा और क्यों?

छात्र-छात्राओं से पूरी कक्षा के समक्ष अपने-अपने निष्कर्ष प्रस्तुत करने को कहें। सभी छात्र सहमत नहीं हो सकते। जब तक उनके तर्क गणितीय गुणों पर आधारित और युक्तियुक्त हैं, तब तक उनकी सभी दलीलें स्वीकार्य हैं।

केस स्टडी 1: गतिविधि 1 के उपयोग के बारे में श्रीमती सरला बताती हैं।

यह एक शिक्षिका की कहानी है जिसने अपनी प्राथमिक कक्षा के छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधि 1 का प्रयास किया।

पिछले दिन छात्र-छात्राओं द्वारा प्रयुक्त वस्तुओं की सूची पर विचार प्राप्त करने के लिए, मैंने ब्लैकबोर्ड पर 'काँच' और 'पुस्तक' लिखा और उनसे कहा कि मैंने बीते कल इनका उपयोग किया था। मेरे लिए यह पूछना भले ही थोड़ा असामान्य होता कि उन्होंने बीते कल कौन-सी वस्तुएँ व्यवहार की थीं, तथापि मुझे लगा कि इससे उनका ध्यान केंद्रित करने में मदद मिलेगी।

उन्होंने कई सारे उदाहरण प्रस्तुत किए, जिन्हें मैं ब्लैकबोर्ड पर लिखती गयी। ईमानदारी से कहूँ तो उनमें से कुछ वाकई अजीब थे और जिनसे उदाहरण के लिए एक साइकिल के आयतन की गणना करना जटिल होता! मैं ब्लैकबोर्ड पर कुछ उदाहरण लिखना छोड़ सकती थी जिन पर बाद में गतिविधि के दौरान कार्य किया जा सकता था, लेकिन मुझे यकीन नहीं था कि एक शिक्षिका के रूप में मैं उन्हें कैसे संभालती। इसलिए, मैंने कहा कि मैं अभी इनमें से छह वस्तुओं का चुनाव करूँगी और मैंने उनमें से एक उठाया जिसके लिए तीन आयामों का आकलन करना आसान था। मुझे लगता है कि अगली बार मैं ब्लैकबोर्ड पर 'अजीब' उदाहरणों को छोड़ने में अधिक आत्मविश्वास महसूस करूँगी।

मैंने चार या पाँच के समूह में छात्र-छात्राओं को रखा - इसे मैं छात्र-छात्राओं की हर अगली पंक्ति को मुड़ने के लिए कह कर आसानी से कर सकती हूँ, इस तरह उन्हें समूह में रखने में अधिक समय नहीं लगेगा या परेशानी नहीं होगी।

मैंने गतिविधि में बताये गये अनुसार ब्लैकबोर्ड पर एक सारणी बनाई और ब्लैकबोर्ड पर एक ही बार में सभी सवालों को लिख दिया। मैंने पहले सोचा कि एक समय में एक चरण को करूँ लेकिन फिर लगा कि उन सभी द्वारा ब्लैकबोर्ड पर एक साथ लिखवाने से:

- छात्र-छात्राओं को गतिविधि विकसित करने के बारे में विचार प्राप्त होगा
- छात्र-छात्राओं को सीखने के लिए अधिक समय मिलेगा क्योंकि उन्हें प्रत्येक सवाल को समाप्त करने के लिए दूसरों की प्रतीक्षा नहीं करनी होगी।

उस एक चरण पर के अलावा इसका परिणाम अच्छा रहा, जहाँ मुझे महसूस हुआ कि मैं वास्तव में एक समूह से दूसरे समूह में 'हमें इसे कैसे करना चाहिए?' या 'आगे हमें क्या करना चाहिए?' जैसे सवालों के उत्तर के लिए दौड़ रही हूँ। इसलिए, मैंने कुछ समय बाद कक्षा रोक दी और कहा कि यदि उनके कोई सवाल हैं तो पहले वे अपने आसपास के समूह से उसका उत्तर जाँचें, हो सकता है उन्हें उत्तर पता हो। उसके बाद ऐसा करना मेरे लिए काफी अच्छा रहा!

यदि वस्तु सोने की बनी है तो उस वस्तु की कीमत से संबंधित प्रश्न ने उन्हें उन शब्दों का वास्तव में उपयोग किए बिना आयतन और धारिता के बारे में विचार करने में समर्थ बनाया। प्रस्तुतियों एवं चर्चाओं ने आगे इन विचारों को और विकसित किया और गतिविधि 2 के लिए अपेक्षित चिंतन-प्रक्रिया को आगे बढ़ाने में एक बेहद अच्छे आधार का काम किया।



ज़रा सोचिए

- समूहों के बीच उत्तरों का पता लगाने के लिए दौड़ती हुई श्रीमती सरला के समाधान के बारे में आप क्या सोचते हैं? पाठ के इस भाग को अधिक व्यवस्थित करने के लिए उन्होंने किन अन्य रणनीतियों का उपयोग किया होगा? हो सकता है इसके लिए आपके पास कुछ अच्छे विचार पहले से ही हों, लेकिन यदि आप इस तरीके से काम करने के लिए बिलकुल नए हैं तो संसाधन 2, 'समूह कार्य के प्रबंधन' को देखें।

अपने शिक्षण-अभ्यास के बारे में सोचना

अपनी कक्षा के साथ ऐसा कोई अभ्यास करने पर यह सोचें कि क्या ठीक रहा और कहाँ गड़बड़ी हुई। ऐसे प्रश्न सोचें जिनसे छात्र-छात्राओं में रुचि पैदा हो तथा उनके बारे में उन्हें समझाएँ ताकि वे उन्हें हल करके आगे बढ़ सकें। ऐसे चिंतन से वह 'स्क्रिप्ट' मिल जाती है, जिसकी मदद से आप छात्र-छात्राओं के मन में गणित के प्रति रुचि जगा सकते हैं और उसे मनोरंजक बना सकते हैं। अगर छात्र-छात्राओं को समझ नहीं आ रही है और वे कुछ नहीं कर पा रहे हैं, तो इसका मतलब है कि उनकी इसमें सम्मिलित होने की रुचि नहीं है। गतिविधि को संचालित करते समय हर बार चिंतनशील अभ्यास का उपयोग करें।



ज़रा सोचिए

अब बताएँ कि गतिविधि 1 पर आपकी कक्षा ने कैसा किया:

- वस्तुओं के आकार पर चर्चा करते समय अलग-अलग समूहों के परिणाम क्या रहे?
- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- छात्र-छात्राओं से कैसी प्रतिक्रियाएँ अनपेक्षित थीं और क्यों?
- उस पाठ के बारे में सिखाते समय आपने कैसा महसूस किया जिसमें आपने वास्तविक गणितीय पदों का प्रयोग किया था?
- इस दृष्टिकोण पर आपके छात्र-छात्राओं की प्रतिक्रिया कैसी थी?

2 धारिता और आयतन तथा मापन की उनकी इकाइयों के बारे में विचार करना

'आयतन' वह आकाश है जिसे त्रि-आयामी वस्तु अधिगृहीत या शामिल करती है। आयतन को उसकी भौतिक अवस्था के आधार पर कई अलग-अलग तरीकों से परिमाणित किया जा सकता है। उदाहरण के लिए, गतिविधि 1 में अनुमान लगाने का प्रयास कर रहे छात्र-छात्राओं द्वारा एक घनाभ ठोस के आयतन की गणना ऊँचाई, चौड़ाई और लंबाई मापने के द्वारा की जाती है। इस मामले में, आयतन को सेमी³, मी³ या इंच³ में परिमाणित किया जाएगा।

ठोस या गैस का आयतन निर्धारित करने के लिए 'द्रव विस्थापन' एक और तरीका है। द्रव विस्थापन में एक तरल पदार्थ में वस्तु का डूबना शामिल होता है। वस्तु का आयतन तरल पदार्थ को विस्थापित करेगा। तरल पदार्थ के इस तरह के विस्थापन को मापा जा सकता है। वैसी स्थिति में इसे मिलीलिटर, लिटर, औंस या कप में व्यक्त किया जाएगा।

तरल पदार्थ का आयतन या छोटी खुली वस्तुओं की राशि यथा चावल के दानों को मापन कप जैसे किसी मापन उपकरण में रखकर मापा जा सकता है (चित्र 1)।



चित्र 1: एक घरेलू मापन कप या जग

दूसरी ओर, धारिता एक पात्र का गुण है। यह बताता है एक पात्र कितना धारित कर सकता है। ग़लतफहमी इस तथ्य से पैदा हो सकती है कि धारिता के लिए प्रयुक्त माप सामान्यतः आयतन के लिए प्रयुक्त माप के समान होती है।

अगली गतिविधि का उद्देश्य छात्र-छात्राओं को 'तुलना और भेद-निरूपण' तकनीकों का उपयोग कर त्रि-आयामी वस्तुओं की धारिता एवं आयतन के बीच के अवधारणात्मक अंतर को समझाना है। गतिविधि के भाग 1 और 2 आयतन और धारिता के गणितीय गुणों से छात्र-छात्राओं को अवगत कराने में मदद के लिए 'क्या यह हमेशा या कभी-कभी सत्य है, या फिर कभी सत्य नहीं है?' प्रश्न का उपयोग करते हैं। भाग 3 उसी जागरूकता को हासिल करने के लिए 'क्या समान है और क्या अलग है?' प्रश्न का उपयोग करता है।

समानता और भिन्नता पर ध्यान केंद्रित करने में छात्र-छात्राओं को सक्षम बनाने, और परिशुद्धता के साथ मापन एवं गणना की बारीकियों में नहीं उलझने देने के लिए, प्रयुक्त किए जानेवाले कुछ उदाहरण असामान्य किंतु वास्तविक हैं। इस तरह के उदाहरणों का प्रयोग करने से गणित को मनोरंजक बनाने की भावना को बल मिलता है, क्योंकि उसमें कई सही उत्तर उपस्थित होते हैं।

गतिविधि 2: तुलना एवं भेद-निरूपण – धारिता और आयतन

यह गतिविधि छोटे समूहों या जोड़ियों में काम कर रहे छात्र-छात्राओं के लिए बेहतर ढंग से काम करती है। समूह को बहुत बड़ा न रखें क्योंकि फिर सभी छात्र चर्चा में योगदान देने में सक्षम नहीं होंगे। यहाँ इन प्रश्नों के कई सही उत्तर हैं और इनसे सभी छात्र सहमत नहीं हो सकते। जब तक उनके विचार गणितीय गुणों पर आधारित और युक्तियुक्त हैं, तब तक उनकी दलीलों को स्वीकारें।

भाग 1: धारिता

ब्लैकबोर्ड पर वस्तुओं को सूचीबद्ध करें। यदि आप चाहें तो कुछ और असामान्य वस्तुओं को जोड़ सकते हैं।

वस्तु	क्या ये वस्तुएँ द्रव को धारित कर सकती हैं? क्या यह हमेशा, कभी-कभी सही है या कभी सही नहीं है?
हाथी की सूँड़	

मधुमक्खी का छत्ता	
संतरा	
बाल्टी	
पानी की टंकी	
मच्छर का पेट	
झील	
समुद्र	
ग्लास	
नारियल	

अपने छात्र-छात्राओं को निम्नलिखित निर्देश दें:

वे अपने सहपाठियों के साथ इस बात पर चर्चा करें कि क्या यह हमेशा, कभी-कभी सही है या कभी भी सही नहीं है कि ये वस्तुएँ [ब्लैकबोर्ड पर लिखी हुई] द्रव को धारित कर सकती हैं? उनसे कहें कि आप पाँच मिनट में उनसे उनके कारण पूछेंगे। फिर छात्र-छात्राओं से ब्लैकबोर्ड पर सारणी को पूरा करने में मदद करने के लिए कहें।

छात्र-छात्राओं के निर्णयों के लिए कारणों पर संपूर्ण कक्षा से चर्चा करें। उसके बाद ही अपनी सारणी में स्तंभ का अन्य शीर्षक बनाने के लिए शब्द 'धारिता' को जोड़ें।

वस्तु	क्या ये वस्तुएँ द्रव को धारित कर सकती हैं? क्या यह हमेशा, कभी-कभी सही है या कभी सही नहीं है? (क्षमता)	वस्तुओं की धारिता का रैंकिंग क्रम
हाथी की सूँड		
मधुमक्खी का छत्ता		
संतरा		
बाल्टी		
पानी की टंकी		
मच्छर का पेट		
झील		
समुद्र		
ग्लास		
नारियल		

छात्र-छात्राओं से घटती हुई धारिता के आधार पर इन वस्तुओं की संख्या बताने के लिए कहें: अर्थात् सबसे अधिक क्षमता वाली वस्तु की संख्या 1, दूसरी सबसे बड़ी क्षमता वाली वस्तु 2, और इसी प्रकार आगे।

फिर, छात्र-छात्राओं के निर्णयों के लिए कारणों पर संपूर्ण कक्षा से चर्चा करें। पूछने के लिए एक अच्छा सवाल यह भी हो सकता है कि 'आप कैसे जानते हैं कि इस वस्तु की धारिता सबसे अधिक है?' यदि छात्र गतिविधि 1 में पता लगाये गये मापनों की भूमिका पर सोच नहीं पाते हैं तो उन्हें इस बारे में याद दिलाएँ। हो सकता है कि आप गतिविधि के इस भाग के लिए तैयारी में मदद करने हेतु प्रमुख संसाधन 'सोच को बढ़ावा देने के लिए सवाल-जवाब का प्रयोग करना' को देखना चाहें।

भाग 2: आयतन

ब्लैकबोर्ड पर सारणी में एक अन्य स्तंभ जोड़ें:

वस्तु	क्या ये वस्तुएँ द्रव को धारित कर सकती हैं? क्या यह हमेशा, कभी-कभी सही है या कभी सही नहीं है?	वस्तुओं की धारिता का रैंकिंग क्रम	यह वस्तु, इसमें किसी भी द्रव के बिना, जगह को अधिगृहीत करता है। क्या यह हमेशा, कभी-कभी सही या कभी सही नहीं होता

	(क्षमता)		है?
हाथी की सूँड़			
मधुमक्खी का छत्ता			
संतरा			
बाल्टी			
पानी की टंकी			
मच्छर का पेट			
झील			
समुद्र			
ग्लास			
नारियल			

छात्र-छात्राओं से परस्पर चर्चा करने के लिए कहें कि क्या यह हमेशा, कभी-कभी सही या कभी भी सही नहीं है कि ये वस्तुएँ [ब्लैकबोर्ड पर लिखी हुई] खाली होने पर जगह धारित कर सकती हैं? उनसे कहें कि आप पाँच मिनट में उनसे उनके कारण पूछेंगे। फिर, ब्लैकबोर्ड पर सारणी को पूर्ण करें।

छात्र-छात्राओं के निर्णयों के लिए कारणों पर संपूर्ण कक्षा से चर्चा करें। अंत में, दर्शाए गये अनुसार अंतिम स्तंभ बनाने के लिए शब्द 'आयतन' जोड़ें।

वस्तु	क्या ये वस्तुएँ द्रव को धारित कर सकती हैं? क्या यह हमेशा, कभी-कभी सही है या कभी सही नहीं है? (धारिता)	वस्तुओं की धारिता का रैंकिंग क्रम	यह वस्तु, इसमें किसी भी द्रव के बिना, जगह को अधिगृहीत करती है। क्या यह हमेशा, कभी-कभी सही या कभी सही नहीं होता है? (मात्रा)	वस्तुओं के आयतन का रैंकिंग क्रम
हाथी की सूँड़				
मधुमक्खी का छत्ता				
संतरा				
बाल्टी				
पानी की टंकी				
मच्छर का पेट				
झील				
समुद्र				
ग्लास				
नारियल				

अपने छात्र-छात्राओं से घटते हुए आयतन के क्रम में वस्तुओं को व्यवस्थित करने के लिए कहें। सबसे अधिक आयतन वाली वस्तु की संख्या 1, दूसरी सबसे अधिक आयतन वाली वस्तु की संख्या 2, और इसी प्रकार आगे।

छात्र-छात्राओं के निर्णयों के लिए परस्पर कारणों पर चर्चा करें।

भाग 3: धारिता और आयतन की तुलना एवं भेद-निरूपण

छात्र-छात्राओं से पूर्ण सारणी को फिर से देखने के लिए कहें। उनसे वस्तुओं की समानता और भिन्नता के बारे में पूछें। क्या सभी वस्तुओं में धारिता और आयतन विद्यमान है? यदि किसी वस्तु की धारिता सबसे अधिक है तो क्या इसका अर्थ है कि उसका आयतन भी सबसे अधिक है?

उनसे अपने-अपने समूहों में चर्चा करने और पाँच मिनटों में संपूर्ण कक्षा के समक्ष अपने विचार साझा करने के लिए तैयार रहने को कहें।

फिर, छात्र-छात्राओं के निर्णयों के लिए कारणों पर संपूर्ण कक्षा से चर्चा करें।



वीडियो: सोच को बढ़ावा देने के लिए प्रश्न पूछना

केस स्टडी 2: गतिविधि 2 के उपयोग के बारे में श्रीमती सरला बताती हैं

मैंने सोचा कि यह गतिविधि पूरे पाठ को शामिल करेगी और इसने ऐसा ही किया। मैंने छात्र-छात्राओं से पुनःचार या पाँच के समूह में काम करने को कहा।

उन्हें उदाहरण पसंद आए! एक छात्र समीर जो हमेशा प्रश्न करता था, उसने पूछा कि क्या यह एक पूर्ण विकसित हाथी है या उसका बच्चा। तो मैंने उससे कहा कि वह उनमें से कोई ले सकता है और तदनुसार उन्हें ग्रेड कर सकता है। मुझे लगता है कि सभी समूहों ने उन दोनों के साथ ही अपना कार्य समाप्त किया! मुझे लगता है कि गतिविधि ने अच्छी तरह काम किया क्योंकि हमने पिछले पाठ में गतिविधि 1संपन्न की थी जिसने छात्र-छात्राओं को धारिता और आयतन की अवधारणाओं के बारे में सोचने के लिए समर्थ बनाया था। मैंने यह भी देखा कि भले ही संभवतः मच्छर का पेट जैसे उदाहरण बेहद असामान्य थे और कुछ हद तक बेतुके भी थे, तथापि गणित के पाठों में सामान्यतः नहीं बोलनेवाले और कभी भी अपने हाथ न खड़े करने वाले छात्र भी अब सुझाव दे रहे थे और वे सुझाव सार्थक भी थे।

जब समूह अपने निष्कर्षों के बारे में रिपोर्ट कर रहे थे, तो मैंने लगभग समूह के आधे 'कमजोर' छात्र-छात्राओं में से इच्छानुसार किसी एक को इंगित कर अपने समूह के विचारों से अवगत कराने के लिए कहा। ऐसा प्रयोग मैंने पहले नहीं किया था, लेकिन मैं उनके द्वारा दी गयी व्याख्या से बेहद प्रभावित हुई। मैंने यह भी महसूस किया कि जैसे-जैसे मैं अलग-अलग समूहों से अधिकाधिक व्याख्याएँ प्राप्त करती जा रही थी, उनके तर्क ज़्यादा विश्वसनीय और परिष्कृत होते जा रहे थे।

हम सामान्यतः वैसी गणितीय गतिविधियाँ नहीं करते हैं जिनके कई सारे सही उत्तर होते हैं - वे ऐसे प्रश्न होते हैं जो आपको सही या गलत लग सकते हैं। इसलिए, यह मेरे और छात्र-छात्राओं दोनों के लिए नया था। इस तरह के चिंतन के लिए अधिक खुलने में उनकी मदद करने के लिए, मैंने उन्हें गतिविधि-वर्णन में उक्त बातें बतायीं:

यहाँ इन प्रश्नों के कई सही उत्तर हैं और इनसे सभी छात्र सहमत नहीं हो सकते हैं। जब तक उनके विचार गणितीय गुणों पर आधारित और युक्तियुक्त हैं, तब तक उनकी दलीलों को स्वीकारें।

मुझे लगता है कि इससे मुझे और मेरे छात्र-छात्राओं को गणितीय गुणों एवं तार्किक चिंतन के त्रुटियों पर वास्तव में ध्यान केंद्रित करने में मदद मिली। मुझे लगता है कि यह पहली बार था जब मैंने धारिता और आयतन के बीच के अंतर को समझने में वास्तव में आश्वस्त महसूस किया।



ज़रा सोचिए

श्रीमती सरला ने बताया कि कैसे उन्होंने अपने समूह के विचारों के बारे में बताने के लिए कुछ 'कमजोर' छात्र-छात्राओं का चुनाव किया था। आपको क्या लगता है कि ऐसा करने के कौन-कौन से लाभ हैं और वे कौन-कौन सी रणनीतियाँ हैं जिनका उपयोग यह सुनिश्चित करने के लिए किया जा सकता है कि यह छात्र-छात्राओं द्वारा रिपोर्ट देने के लिए एक सकारात्मक अनुभव है।

अब, इस बारे में सोचें कि आपकी कक्षा का प्रदर्शन गतिविधि के साथ कैसा था और अग्रलिखित प्रश्नों पर

प्रतिक्रिया दें:

- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपने टास्क में कोई भी संशोधन किया, जिस प्रकार श्रीमती सरला ने किया था?
- अगर हाँ, तो इसके पीछे आपके क्या तर्क थे?

3 ज्ञान का समेकन

गणितीय अवधारणाओं को सही ढंग से ग्रहण करने में छात्र-छात्राओं की मदद के लिए, अपने पाठों में समेकन गतिविधियों को शामिल करने के बारे में विचार करना एक अच्छा अभ्यास है। ऐसी गतिविधियाँ छात्र-छात्राओं को अपने विचारों का अभ्यास करने के लिए अधिक अवसर प्रदान करती हैं। अच्छी समेकन गतिविधियाँ छात्र-छात्राओं को एक अलग दृष्टिकोण द्वारा नए अर्जित ज्ञान का उपयोग करने के लिए भी कह सकती हैं। अगली गतिविधि का उद्देश्य छात्र-छात्राओं द्वारा सूक्ष्म परिवर्तनों के बारे में सोचने के लिए प्रेरित करना और फिर स्वयं अपने प्रश्न निर्मित करने के लिए उनसे कह कर इसे निष्पादित यानी पूर्ण करना है।

गतिविधि 3: समेकन गतिविधियाँ – कभी-कभी, हमेशा, कभी सत्य नहीं

इस गतिविधि की तैयारी के लिए, छात्र-छात्राओं से घर से एक बोतल या पात्र लाने के लिए कहें। कक्षा में, उनसे अपने-अपने पात्रों को कुछ दूसरे छात्र-छात्राओं के साथ जैसे भी चाहें आदान-प्रदान करने के लिए कहें। वैकल्पिक रूप से, विभिन्न प्रकार की बोतलें लेकर आएँ और वैसी जगह रखें जहाँ से सभी छात्र उन्हें देख सकें।

भाग 1: कथनों का मूल्यांकन

अपने छात्र-छात्राओं से पूछें कि इनमें से कौन-कौन से कथन कभी-कभी, हमेशा या कभी भी सही नहीं हैं और क्यों?

- शैंपू की बोतल का आयतन 150 मिलिलिटर है।
- शैंपू की बोतल की धारिता 150 मिलिलिटर है।
- शैंपू का आयतन बोतल में 150 मिलिलिटर है।
- शैंपू की धारिता बोतल में 150 मिलिलिटर है।
- शैंपू का आयतन 150 मिलिलिटर है जिसे एक बोतल धारिता कर सकता है।

भाग 2: प्रश्नों का निर्माण स्वयं करना

- छात्र-छात्राओं को दिये गये पात्रों को देखते हुए (या वे प्रदर्शित किये गये पात्रों को देख सकते हैं), छात्र-छात्राओं से 'जैसे भी चाहें' क्रम में लिखने के लिए कहें:
 - दो सही कथन - एक 'आयतन' शब्द का उपयोग कर और दूसरा 'धारिता' शब्द का उपयोग कर
 - दो गलत कथन - एक 'आयतन' शब्द का उपयोग कर और दूसरा 'धारिता' शब्द का उपयोग कर।
- छात्र-छात्राओं से अपने कथनों को प्रश्नों के साथ आदान-प्रदान करने के लिए कहें:

इनमें से कौन से कथन कभी-कभी, हमेशा या कभी भी सही नहीं हैं और क्यों?



जरा सोचिए

- आपको क्या लगता है कि आपके छात्र-छात्राओं की समझ को समेकित करने में गतिविधि

कितनी प्रभावी है?

- क्या गतिविधि द्वारा किसी भी गलतफहमी को उजागर किया गया? यदि हाँ, तो आप भविष्य के पाठों में उनका समावेश कैसे कर सकते हैं?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे आपके क्या तर्क थे?

4 सारांश

इस इकाई के अध्ययन में, आपने धारिता और आयतन के बारे में यह जाना कि क्या समान है और क्या अलग है। आपने विचार किया कि 'तुलना और भेद-निरूपण' की गतिविधि किस तरह गणितीय गुणों एवं सूक्ष्म अंतरों को जानने और समझने में मदद करती है।

महत्वाकांक्षी लक्ष्यों के रूप में एनसीएफ (2005) तथा एनसीएफटीई (2009) से शिक्षण की आवश्यकताओं का उपयोग किया गया।



ज़रा सोचिए

- ऐसे तीन विचारों की पहचान करें जिनका उपयोग आपने इस इकाई में किया है और जो दूसरे विषयों को सिखाने में काम आएँगे। वैसे दो विषयों पर नोट बनाएँ जिन्हें आप जल्दी ही सिखाने वाले हैं, जहाँ उन विचारों का प्रयोग कुछ छोटे समायोजनों के साथ किया जा सकता है।

संसाधन

संसाधन 1: एनसीएफ/एनसीएफटीई: शिक्षण आवश्यकताएँ

- छात्र-छात्राओं को उनके शिक्षण में सक्रिय प्रतिभागी के रूप में देखें न कि सिर्फ ज्ञान प्राप्त करनेवाले के रूप में; ज्ञान-निर्माण के लिए उनकी क्षमताओं को कैसे प्रोत्साहित करें; रटनेवाली पद्धतियों से शिक्षण को दूर कैसे ले जाएँ।
- छात्र-छात्राओं को गणित को किसी ऐसी चीज़ के रूप में लेने दें जिसके बारे में वे बातें करें, जिसके द्वारा संवाद करें, जिसकी आपस में चर्चा करें, जिस पर साथ मिलकर कार्य करें।

संसाधन 2: समूह-कार्य प्रबंधन

आप अच्छे समूह-कार्य के प्रबंधन के लिए दिनचर्याएँ (रूटीन) और नियम तय कर सकते हैं। जब आप नियमित रूप से समूह-कार्य का उपयोग करते हैं, तो छात्र-छात्राओं को पता चल जाएगा कि आप क्या अपेक्षा करते हैं और वे इसे आनंददायक पाएँगे। दलों और समूहों में काम करने के लाभों की पहचान करने के लिए आरंभ में कक्षा के साथ काम करना एक अच्छा विचार है। आपको चर्चा करनी चाहिए कि समूह-कार्य में अच्छा व्यवहार क्या होता है और संभव हो तो 'नियमों' की एक सूची बनाएँ जिसे प्रदर्शित किया जा सकता है; उदाहरण के लिए, 'एक-दूसरे के लिए सम्मान', 'एक-दूसरे को सुनना', 'एक-दूसरे की सहायता करना', 'एक से अधिक विचारों को आजमाना', आदि।

समूह-कार्य के बारे में स्पष्ट मौखिक अनुदेश देना महत्वपूर्ण है जिसे ब्लैकबोर्ड पर संदर्भ के लिए लिखा भी जा सकता है। आपको:

- अपनी योजना के अनुसार अपने छात्र-छात्राओं को उन समूहों की ओर निर्देशित करना होगा जिनमें वे काम करेंगे। ऐसा आप शायद कक्षा में ऐसे स्थानों को निर्दिष्ट करके कर सकते हैं जहाँ वे काम करेंगे या किसी फर्नीचर या स्कूल के बैगों को हटाने के बारे में अनुदेश देकर कर सकते हैं।

- कार्य के बारे में बहुत स्पष्ट होना और उसे बोर्ड पर लघु अनुदेशों या चित्रों के रूप में लिखना चाहिए। अपने कार्य शुरू करने से पहले छात्र-छात्राओं को प्रश्न पूछने की अनुमति प्रदान करें।

पाठ के दौरान, यह देखने और जाँच करने के लिए घूमें कि समूह किस तरह से काम कर रहे हैं। यदि वे कार्य से विचलित हो रहे हैं या अटक रहे हैं तो जहाँ जरूरत हो, वहाँ सलाह प्रदान करें।

आप कार्य के दौरान समूहों को बदलना चाह सकते हैं। जब आप समूह-कार्य के बारे में आत्मविश्वास महसूस करने लगें तब दो तकनीकें आजमायी जा सकती हैं – वे बड़ी कक्षा का प्रबंधन करते समय खास तौर पर उपयोगी होती हैं:

- ‘विशेषज्ञ समूह’:** प्रत्येक समूह को एक अलग कार्य दें, जैसे विद्युत् उत्पन्न करने के एक तरीके पर शोध करना या किसी नाटक के लिए किरदार विकसित करना। उपयुक्त समय के बाद, समूहों को पुनर्गठित करें ताकि प्रत्येक नया समूह सभी मूल समूहों से एक ‘विशेषज्ञ’ से युक्त हो। फिर उन्हें एक कार्य दें जिसमें सभी विशेषज्ञों के ज्ञान को एकत्र करना होता है, जैसे निश्चय करना कि किस प्रकार का पॉवर स्टेशन बनाना या नाटक का अंश तैयार करना चाहिए।
- ‘दूत’:** यदि कार्य में कोई चीज बनाना या किसी समस्या को हल करना शामिल है, तो कुछ समय बाद, प्रत्येक समूह से किसी अन्य समूह में एक दूत भेजने को कहें। वे विचारों या समस्या के हलों की तुलना कर सकते हैं और फिर वापस अपने स्वयं के समूह को सूचित कर सकते हैं। इस प्रकार, समूह एक दूसरे से सीख सकते हैं।

कार्य के अंत में, जो कुछ सीखा गया है उसका सारांश बताएँ और आपको नज़र आयी किसी भी गलतफहमी को सुधारें/दूर करें। आप चाहें तो प्रत्येक समूह का फीडबैक सुन सकते हैं, या केवल एक या दो समूहों से पूछ सकते हैं, जिनके पास आपको लगता है कि कुछ अच्छे विचार हैं। छात्र-छात्राओं की रिपोर्ट करने की प्रक्रिया को संक्षिप्त रखें और उन्हें अन्य समूहों के काम पर फीडबैक देने को प्रोत्साहित करें जिसमें वे पहचान सकते हैं कि क्या अच्छा किया गया था, क्या बात दिलचस्प थी और किस बात को और विकसित किया जा सकता था।

यदि आप अपनी कक्षा में समूह-कार्य को अपनाना चाहते हैं तो भी आपको कभी-कभी इसकी योजना बनाना कठिन लग सकता है क्योंकि कुछ छात्र:

- सक्रिय शिक्षण का प्रतिरोध करते हैं और उसमें शामिल नहीं होते
- हावी होनेवाली प्रकृति के होते हैं,
- अंतर्व्यक्तिक कौशलों या आत्मविश्वास के अभाव के कारण भाग नहीं लेते।

सीखने के परिणाम कहाँ तक प्राप्त हुए और आपके छात्र-छात्राओं ने कितनी अच्छी तरह से अनुक्रिया की (क्या वे सभी लाभान्वित हुए) इस पर विचार करने के अलावा, समूह-कार्य के प्रबंधन को प्रभावी बनाने के लिए उपर्युक्त सभी बिंदुओं पर विचार करना महत्वपूर्ण होता है। सामूहिक कार्य, संसाधनों, समयावधियों या समूहों की रचना में आप द्वारा किए जा सकने वाले समायोजनों पर सावधानी से विचार करें और उनकी योजना बनाएँ।

शोध से पता चला है कि छात्र-छात्राओं की उपलब्धि पर सकारात्मक प्रभाव पाने के लिए समूहों में सीखने का हर समय उपयोग करना आवश्यक नहीं है, इसलिए आपको हर पाठ में उसका उपयोग करने के लिए बाध्य महसूस नहीं करना चाहिए। आप चाहें तो समूह-कार्य का उपयोग एक पूरक तकनीक के रूप में कर सकते हैं, उदाहरण के लिए विषय-परिवर्तन के बीच अंतराल या कक्षा में चर्चा को अकस्मात् शुरू करने के साधन के रूप में कर सकते हैं। इसका उपयोग विवाद को हल करने या कक्षा में अनुभव से प्राप्त होनेवाली शिक्षण गतिविधियाँ और समस्या का हल करने के अभ्यास शुरू करने या विषयों की समीक्षा करने के लिए भी किया जा सकता है।

अतिरिक्त संसाधन

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: <http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics>
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: <https://www.ncetm.org.uk/>
- National STEM Centre: <http://www.nationalstemcentre.org.uk/>
- National Numeracy: <http://www.nationalnumeracy.org.uk/home/index.html>
- BBC Bitesize: <http://www.bbc.co.uk/bitesize/>
- Khan Academy's math section: <https://www.khanacademy.org/math>
- NRICH: <http://nrich.maths.org/frontpage>
- Art of Problem Solving's resources page: <http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php>
- Technology: <http://www.tech-nology.com/worksheets/math/>
- Math Playground's logic games: <http://www.mathplayground.com/logicgames.html>
- Maths is Fun: <http://www.mathsisfun.com/>
- Coolmath4kids.com: <http://www.coolmath4kids.com/>
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: <http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm>
- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 1 ('Aspects of Teaching Mathematics'), Block 2 ('Numbers (I)'), Block 3 ('Numbers (II)'), Block 5 ('Measurement'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html>
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 4 ('On Spatial Learning'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html>
- *Manual of Mathematics Teaching Aids for Primary Schools*, published by NCERT: <http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/pks-primarymanual.pdf>
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremijfoundation.org/Foundation_Publications
- Textbooks developed by the Eklavya Foundation with activity-based teaching mathematics at the primary level: http://www.eklavya.in/pdfs/Catalouge/Eklavya_Catalogue_2012.pdf
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including *List of Hands-on Activities in Mathematics for Classes III to VIII*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': <http://cbse.nic.in/welcome.htm>

संदर्भ/संदर्भग्रंथ सूची

Marton, F. and Booth, S. (1997) *Learning and Awareness*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Maturana H., and Varela, F. (1988) *The Tree of Knowledge: The Biological Roots for Human Understanding*. Boston, MA: Shambala.

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*. New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education (NCFTE)*. New Delhi: NCERT.

Van Hiele, P. (1986) *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Orlando, FL: Academic Press.

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

अभिस्वीकृतियाँ

यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>) के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है, जब तक कि अन्यथा निर्धारित न किया गया हो। यह लाइसेंस TESS-India, OU और UKAID लोगो के उपयोग को वर्जित करता है, जिनका उपयोग केवल TESS-India परियोजना के भीतर अपरिवर्तित रूप से किया जा सकता है।

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएँ करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत भर के उन शिक्षक प्रशिक्षकों, प्रधानाध्यापकों, शिक्षकों और छात्र-छात्राओं के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन यूनिवर्सिटी के साथ काम किया है।