

गणित में भौतिकीय निरूपण: डेटा प्रबंधन



भारत में विद्यालय आधारित
समर्थन के माध्यम से शिक्षक
शिक्षा

www.TESS-India.edu.in



<http://creativecommons.org/licenses/>




TESS-India (स्कूल-आधारित समर्थन के ज़रिए अध्यापकों की शिक्षा) का उद्देश्य है विद्यार्थी-केंद्रित, सहभागी दृष्टिकोणों के विकास में शिक्षकों की सहायता के लिए मुक्त शिक्षा संसाधनों (OER) के प्रावधानों के माध्यम से भारत में प्रारंभिक और माध्यमिक शिक्षकों की कक्षा परिपाटियों में सुधार लाना। **TESS-India OER** शिक्षकों को स्कूल की पाठ्यपुस्तक के लिए सहायक पुस्तिका प्रदान करते हैं। वे शिक्षकों के लिए अपनी कक्षाओं में अपने विद्यार्थियों के साथ प्रयोग करने के लिए गतिविधियाँ प्रदान करते हैं, जिनमें यह दर्शाने वाले वृत्त-अध्ययन भी शामिल रहते हैं कि अन्य शिक्षकों द्वारा उस विषय को कैसे पढ़ाया गया, और उनमें शिक्षकों के लिए अपनी पाठ योजनाएँ तैयार करने के लिए तथा विषय संबंधी ज्ञान के विकास में सहायक संसाधन भी जुड़े रहते हैं।

TESS-India OER को भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल भारतीय तथा अंतर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार किया गया है और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट उपयोग के लिए उपलब्ध हैं (<http://www.tess-india.edu.in>)। OER भाग लेने वाले प्रत्येक भारतीय राज्य के लिए उपयुक्त, कई संस्करणों में उपलब्ध हैं और उपयोगकर्ताओं को इन्हें अपनाने तथा अपनी स्थानीय जरूरतों एवं संदर्भों की पूर्ति के लिए उनका अनुकूलन करने के लिए और स्थानीयकरण करने के लिए आमंत्रित किया जाता है।

TESS-India मुक्त विश्वविद्यालय, ब्रिटेन के नेतृत्व में तथा ब्रिटेन की सरकार द्वारा वित्त-पोषित है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई में कुछ गतिविधियों के साथ निम्नलिखित आइकॉन दिया गया है:  . यह दर्शाता है कि आपको विशिष्ट शैक्षणिक थीम के लिए **TESS-India** के वीडियो संसाधनों को देखने में इससे मदद मिलेगी।

TESS-India के वीडियो संसाधन भारत में विभिन्न प्रकार की कक्षाओं के संदर्भ में प्रमुख शैक्षणिक तकनीकों का सचित्र वर्णन करते हैं। हमें उम्मीद है कि वे आपको इसी तरह के अभ्यासों के साथ प्रयोग करने के लिए प्रेरित करेंगे। इन्हें पाठ-आधारित इकाइयों के माध्यम से आपके कार्य अनुभव में इज़ाफ़ा करने और बढ़ाने के लिए रखा गया है, लेकिन अगर आप उन तक पहुँच बनाने में असमर्थ रहते हैं तो बता दें कि वे उनके साथ एकीकृत नहीं हैं।

TESS-India के वीडियो संसाधनों को **TESS-India** की वेबसाइट (<http://www.tess-india.edu.in/>) पर ऑनलाइन देखा सकता है या डाउनलोड किया जा सकता है। विकल्प के तौर पर, आप इन वीडियो तक सीडी या मेमोरी कार्ड पर भी पहुँच बना सकते हैं।

संस्करण 2.0 EM11v1

All India - Hindi

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>

TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है

इस इकाई में आप डेटा निरूपण और चित्रमय ढंग से सारांशीकृत किए जा सकने वाले तरीकों के बारे में अपने विद्यार्थियों की समझ विकसित करने के बारे में जानेंगे। इन विद्यार्थियों के कौशल महत्वपूर्ण हैं क्योंकि व्यवसाय, राजनीति, विपणन और विज्ञान के साथ ही व्यापक रूप से मीडिया रिपोर्टिंग में डेटा के निरूपण के लिए डायग्राम का अत्यधिक उपयोग होता है।

डेटा दिखाने के लिए डायग्राम बनाने की बेहतर समझ का होना एक महत्वपूर्ण जीवन कौशल है। बिंदुओं के बैकअप के लिए समाचारपत्र एवं टीवी कार्यक्रम डायग्राम का उपयोग करते हैं। डायग्राम को समझने एवं विश्लेषित करने में समर्थ होना एक ऐसा तरीका है जिसमें गणित आपके विद्यार्थियों को वास्तविक दुनिया में बुद्धिमानीपूर्वक कार्य करने में सशक्त बना सकता है।

इस इकाई में गतिविधियों के माध्यम से कार्य करने के द्वारा आप गणित को समझने के लिए संसाधनों के रूप में भौतिक रूप से अपने स्वयं के शरीर और अपने जीवन के पहलुओं का प्रयोग करने हेतु अपने विद्यार्थियों को सक्षम बनाने के लिए विकासात्मक तरीकों के बारे में भी सोच पाएँगे। इस प्रक्रिया को 'मूर्त रूप' की तरह जाना जाता है। मूर्त रूप के अनुसार विद्यार्थियों से यह अपेक्षा होती है कि वे सीखे जा रहे गणित में पूरी तरह से खुद को शामिल कर लें और विषय के बारे में सोचें और प्रश्न पूछें।

आप इस इकाई में क्या सीख सकते हैं

- डेटा की चित्रमय प्रस्तुति कैसे करें, उदाहरण के लिए बार चार्ट, आयत चार्ट, लाइन ग्राफ और पाइ चार्ट का उपयोग करते हुए।
- सांख्यिकीय विचारों को प्रस्तुत करने के लिए भौतिकीय प्रस्तुतीकरणों के रूप में विद्यार्थियों के उपयोग के लिए कुछ विचार।
- विद्यार्थियों के शिक्षण को स्वयं उन्हीं के सन्दर्भ में किस प्रकार आधार बनाएँ।

इस इकाई का संबंध NCF (2005) और NCFTE (2009) की दर्शाई गई शिक्षण आवश्यकताओं से है। संसाधन 1।

1 डेटा के साथ कार्य करना



विचार के लिए रुकें

- डेटा के निरूपण के लिए डायग्रामों का उपयोग करने हेतु कई तरीकों के बारे में विचार करें। उन कुछ तरीकों को सूचीबद्ध करें जिन्हें आपने हाल ही में देखा है। कुछ समाचार पत्रों में देखें या इंटरनेट का इस्तेमाल कर कुछ ऑनलाइन समाचार रिपोर्ट में देखें। आप किस तरह के डायग्राम ढूँढ सकते हैं?
- इन डायग्रामों को ध्यान से देखें। आपको देने के लिए उन्होंने कौन सी जानकारी का दावा किया है? क्या वास्तव में वे वही दिखाते हैं जिन्हें दिखाने का वे दावा करते हैं या कुछ सूक्ष्म तरीके (या कोई भी सूक्ष्म तरीका नहीं) दिए गए हैं जिनके आधार पर डायग्रामों के संदेश परिवर्द्धित करने के लिए उनमें हेरफेर किया गया है।

इन डायग्रामों को रखें - उनका बाद में एक गतिविधि के लिए इस्तेमाल किया जा सकता है।

डेटा का उपयोग न केवल पूरे भारत में बल्कि दुनिया के बाकी देशों में भी बढ़ता जा रहा है। ऐसा डेटा के एकत्रण, व्यवस्थापन और संग्रहण के लिए कंप्यूटर और इलेक्ट्रॉनिक माध्यमों की बढ़ती उपलब्धता की वजह से है। डेटा द्वारा जानकारी सूचित की जाती है जो कि संख्यात्मक (मात्रात्मक) या वर्णनात्मक (गुणात्मक) हो सकती है। चूंकि यह इकाई गणित के बारे में है, अतः यहाँ निरूपित किया जाने वाला अधिकांश डेटा संख्यात्मक होगा।

स्कूलों में व्यापक रूप से संख्यात्मक डेटा एकत्रित किया जा सकता है: प्रत्येक दिन उपस्थित होने वाले विद्यार्थियों की संख्या, कक्षाओं की संख्या, कक्षाओं के कक्षों की संख्या या शिक्षकों की संख्या। आप शायद अधिक के बारे में सोच सकते हैं। यदि ये संख्याएँ केवल पुस्तक में दी गई हैं और उन्हें किसी भी तरह से क्रमित या निरूपित नहीं किया गया है तो ऐसा कोई भी संदेश खो जाएगा जो प्रदान किए जाने के लिए सक्षम हो सकता है।

इसलिए, डेटा को इस तरीके से निरूपित किया जाता है जिससे वह व्यक्ति को दुनिया और उसके काम करने के बारे में समझने हेतु जानकारी प्राप्त करने के लिए सक्षम बनाए। यदि किसी देश की जनसंख्या में लगातार वृद्धि हो रही है, लेकिन उत्पादित होने वाले भोजन की मात्रा स्थिर बनी हुई है तो अधिक भोजन आयात करने की आवश्यकता होगी। एक चित्रमय निरूपण से स्पष्टतया यह बिंदु प्राप्त हो सकता है।

डेटा को कई तरीकों से क्रमित एवं निरूपित किया जाता है, उदाहरण के लिए निम्न का उपयोग करते हुए:

- सारणी
- पिक्टोग्राम
- बार चार्ट
- हिस्टोग्राम
- पाइ चार्ट
- लाइन ग्राफ।

प्रत्येक प्रकार के डायग्राम के अपने नियम और परंपराएँ हैं। गणित में, इसके उदाहरण निम्नलिखित हैं:

- पाँच मिलान चिह्नों का बंधन
- स्वतंत्र चर क्षैतिज x -अक्ष के साथ चलता है
- आश्रित चर ऊर्ध्वाधर को y -अक्ष का उपयोग कर दिखाया गया है
- प्रत्येक अक्ष पर चिह्नों के बीच का स्थान बराबर होना चाहिए।

इनमें कुछ नियम और अभ्यास दूसरों की तुलना में अधिक महत्वपूर्ण हैं।

गतिविधि 1 में विद्यार्थियों को स्वयं के द्वारा बार चार्ट बनाना शामिल है ताकि वे यह सोचना आरंभ करें कि बार चार्ट द्वारा निरूपित डेटा का वास्तव में क्या अर्थ है।

इस अंक में अपने विद्यार्थियों के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने से पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह या आंशिक रूप से स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा यदि आप इसे अपने किसी सहकर्मी के साथ आजमाएँगे, क्योंकि जब आप उस अनुभव पर विचार करेंगे तो इससे आपको मदद मिलेगी। स्वयं प्रयास करने से आपको शिक्षार्थी के अनुभवों के भीतर झांकने का मौका मिलेगा, यह आपके शिक्षण और एक शिक्षक के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित करेगा।

गतिविधि 1: अपने खुद के डेटा का निरूपण

भाग 1: बार चार्ट बनाना

तैयारी

आपके विद्यार्थियों को इस गतिविधि के लिए काफी स्थान की आवश्यकता होगी, अतः बाहर जाना या सभा कक्ष में जाना एक अच्छा विचार होगा (चित्र 1)।



चित्र 1 कक्षा से बाहर गणित को मूर्त रूप देती हुई एक कक्षा।

स्कूल के मैदान में काम करने के लिए विद्यार्थियों से कहते समय आपको हमेशा यह सुनिश्चित करना चाहिए कि आपके विद्यार्थी आती-जाती हुई गाड़ियों या निर्माण कार्य जैसे सामना किए जा सकने वाले सुरक्षा खतरों के प्रति जागरूक हैं और वे मौसम में होने वाले बदलावों के लिए भी तैयार हैं।

आपको अक्षों के चित्रण के लिए प्रयुक्त किए जा सकने वाली कुछ सतह ढूँढने की आवश्यकता होगी। एक भवन का कोना इसके लिए उपयुक्त है, खास तौर पर यदि आप अक्ष पर मार्किंग दिखाने के लिए दीवारों पर चॉक का उपयोग कर सकते हैं। यदि आप फर्श वाले पत्थरों की जगह तक पहुँच सकते हैं, तो यह उपयोगी होगा, लेकिन यह अनिवार्य नहीं है।

गतिविधि

- विद्यार्थियों से कहें कि वे अपनी कक्षा में उपस्थित सभी विद्यार्थियों की बहनों की संख्या प्रदर्शित करने वाला एक बार चार्ट बनाने वाले हैं।
- विद्यार्थियों से पूछें कि प्रत्येक की कितनी बहनें हैं।
- उन सभी विद्यार्थियों से पूछें जिनकी कोई बहन नहीं है ताकि उनके लिए आप शून्य दर्शाने वाले स्थान से एक सीधी पंक्ति बना सकें।
- फिर उन विद्यार्थियों से पूछें जिनकी केवल एक बहन है ताकि शून्य पंक्ति से आगे एक पंक्ति बना सकें किंतु जो उसको स्पर्श न करती हो। सुनिश्चित करें बिना बहनों वाली बनाई गई पंक्ति से वे समान दूरी पर अपनी पंक्ति में स्थित हैं। विद्यार्थियों से पूछें कि उन्हें ऐसा क्यों करना चाहिए।
- फिर दो बहनों, तीन बहनों और उससे अधिक बहनों वालों के साथ जारी रखें। वहां जगह छोड़ दें जहां बहनों की संख्या में अंतराल है। उनमें से कुछ ऐसे हो सकते हैं जिनकी चार बहनें हैं किंतु पाँच नहीं और कुछ ऐसे हो सकते हैं जिनकी संभवतः छः बहनें हों।
- या तो विद्यार्थियों से पूछें कि उन्होंने किस तरह का चार्ट बनाया है, या फिर आप उन्हें बताएँ कि उन्होंने एक बार चार्ट बनाया है।
- अब उनसे कुछ प्रश्न पूछें, जैसे कि: कितने विद्यार्थियों की तीन बहनें हैं? कितने विद्यार्थियों की कोई बहन नहीं है? बहनों की सर्वाधिक

सामान्य संख्या क्या है (बहुलक)? पूरी कक्षा की कितनी बहनें हैं, यह जानने का प्रभावी तरीका क्या होगा?

- कक्षा को लगभग 10 विद्यार्थियों के समूहों में विभाजित करें। उनसे अपना खुद का बार चार्ट बनाने के लिए कहें। वे अपनी रुचि के अनुसार या प्रदत्त सूची से कोई एक विषय चुन सकते हैं। विषय कुछ इस तरह के हो सकते हैं: वैसे लोगों की संख्या जिन्हें कुछ बॉलीवुड सितारे पसंद हैं या उन्हें लन्च में क्या खाना पसंद है या एक दिन में उनके पास कितनी ड्रिंक हैं। जब वे अपने बार चार्ट बना लें तो आप उनसे कहें कि वे इसे देखने के लिए आपको बुलाएँ और फिर उपरोक्त के समान उनसे सवाल पूछें।
- कार्य को समाप्त करने के लिए, प्रत्येक समूह से पूरी कक्षा के समक्ष अपने बार चार्ट दिखाने के लिए कहें। विद्यार्थियों को अपने चार्ट के बारे में समूह प्रश्न पूछने के लिए प्रोत्साहित करें।

भाग 2: पाइ चार्ट बनाना

तैयारी

पाइ चार्ट का निर्माण उसी तरीके से ही किया जा सकता है लेकिन उनके लिए थोड़े अधिक व्यवस्थापन की आवश्यकता होती है। आपको कागज़ के टुकड़ों, एक लंबे तार या रस्सी और एक जोड़ी कैंची की आवश्यकता होगी।

इसे आरंभ करने के लिए 20 विद्यार्थियों को शामिल करें।

गतिविधि

- प्रत्येक विद्यार्थी से एक प्रदत्त श्रेणी से अपना पसंदीदा विकल्प उठाने के लिए कहें: नाश्ता पकवान के प्रकार (उदाहरण के लिए, सैंडविच, इडली, पोहा, पराठा या उपमा) या फल के प्रकार। एक पाइ चार्ट के लिए चार या पाँच श्रेणियाँ उपयुक्त हैं।
- विद्यार्थियों को कागज़ के अपने टुकड़े पर अपना विकल्प चित्रित करने या लिखने का निर्देश दें।
- उन सभी विद्यार्थियों को एक श्रृंखला में हाथ पकड़कर खड़े होने के लिए कहें जिन्होंने समान विकल्प बनाए हैं, फिर सभी विद्यार्थियों को एक दूसरे का हाथ पकड़कर एक वृत्त बनाने के लिए कहें।
- श्रेणियों के बीच में विभाजन को चिह्नित करने के लिए वृत्त के केंद्र से जाने के लिए एक डोरी या रस्सी का प्रयोग करें ताकि पाइ चार्ट बनाया जा सके।
- अब उनसे यह निर्णय लेने के लिए कहें कि कौन सी सर्वाधिक लोकप्रिय श्रेणी है। अर्थात्, वृत्त के किस क्षेत्र में सर्वाधिक विद्यार्थी हैं? उन्हें बताएँ कि इसे 'मोड' (बहुलक) कहा जाता है।
- और अधिक प्रश्न पूछें, जैसे कि आप कैसे बता पाएँगे कि दो एक जैसे क्षेत्रों में कौन सबसे बड़ा था यदि आप विद्यार्थियों को नहीं, केवल पाइ चार्ट को देख सकते हैं।

वीडियो: सभी को शामिल करना



केस स्टडी 1: गतिविधि 1 के उपयोग का अनुभव श्रीमती नीतू बताती हैं

यह एक अध्यापिका की कहानी है जिसने अपने प्राथमिक कक्षा के विद्यार्थियों के साथ गतिविधि 1 का प्रयास किया।

मैंने पहली गतिविधि छठी कक्षा के साथ की थी। उन्हें बार चार्ट बनाने का यह विचार बहुत पसंद आया। हमारी कक्षा में, किसी भी विद्यार्थी की चार बहनें नहीं थीं और केवल एक ही ऐसा विद्यार्थी था जिसकी पाँच बहनें थीं। एक बहन वाले विद्यार्थियों की संख्या सबसे अधिक थी और केवल थोड़े ही विद्यार्थी थे जिनकी तीन बहनें थीं।

वे सभी अपने को सहज रखते हुए प्रश्नों के उत्तर दे पा रहे थे। इसलिए, जब अगला भाग संपन्न किया जा रहा था तो उनके द्वारा बनाए जा सकने वाले अलग अलग बार चार्टों के बारे में विभिन्न समूहों द्वारा कई सारे सुझाव प्रस्तुत हुए। एक समूह ने कहा कि वे प्रत्येक विद्यार्थी के भाइयों एवं बहनों की संख्या गिन सकते हैं और उसका एक ग्राफ़ बना सकते हैं। एक अन्य समूह ने कहा कि वे प्रत्येक विद्यार्थी से पूछ सकते हैं कि उनमें से प्रत्येक के परिवार में कितने स्नातक सदस्य हैं।

वहीं एक दूसरे समूह ने कहा कि वे यह पता लगा सकते हैं कि प्रत्येक विद्यार्थी ने दिन भर में कितने गिलास पानी पीया। मोना ने यह कहते हुए आपत्ति की कि वह हमेशा पीने के लिए गिलास का प्रयोग नहीं करती लेकिन तभी ग्रुप लीडर दिनेश ने यह कहते हुए प्रतिवाद किया कि 'हम उनसे पानी के गिलास के संबंध में अनुमान की दृष्टि से पूछने वाले हैं।'

मैंने आठवीं कक्षा के साथ पाइ चार्ट गतिविधि की। मैंने उनसे पूछा कि यदि उन्हें निम्न पांच विकल्पों में से अपना पसंदीदा नाश्ता पकवान चुनने का विकल्प दिया जाए तो वे उनमें से क्या चुनेंगे: सैंडविच, इडली, पोहा, पराठा या उपमा? मैंने मीता और नेहा से आगे आकर स्तंभों में मिलान चिह्नों को रखने के लिए कहा, जिसे मैंने उनमें से प्रत्येक के लिए बनाया था और जब वे ऐसा कर रहे थे तो बाकी सभी विद्यार्थी अपने विकल्प चुन रहे थे। मीता ने भी सभी को खड़े होने के लिए कहा और समान पसंद वालों के साथ एक समूह का निर्माण किया। इस तरह से वे नेहा द्वारा मिलान चिह्नों में रखी गई संख्याओं को सत्यापित कर सके।

फिर उन्होंने भी शेष समूहों द्वारा बनाए गए वृत्तों के अनुसार बनाया। और उनमें से कुछ यह अनुमान लगा सके कि कौन सा सबसे बड़ा अनुभाग होने जा रहा है।

फिर हमारे बीच इस बात को लेकर व्यापक चर्चा हुई कि संपूर्ण वृत्त के लिए वृत्त खंड कैसे थे, जैसे कि परिधि के लिए उस भाग का चाप था, इसके अलावा इस बात पर भी चर्चा हुई कि संपूर्ण केंद्रीय कोण के लिए वृत्त खंड का केंद्रीय कोण कैसा था। कुछ विद्यार्थी उससे पूरी तरह सहमत नहीं थे, अतः हमने कागज़ पर उसका निरूपण करने और यह देखने की कोशिश की कि वस्तुस्थिति क्या है। लेकिन मैं इस चर्चा से खुश थी। मुझे यकीन है कि हमारे द्वारा चर्चा की गई बातों में से कुछ अंश अवश्य ही अधिकांश विद्यार्थियों के मानस पटल पर स्थायी शिक्षण के रूप में अंकित हो जाएगा।

आपके शिक्षण अभ्यास के बारे में सोचना

अपनी कक्षा के साथ ऐसा कोई अभ्यास करने के बाद यह सोचें कि क्या ठीक रहा और कहाँ गड़बड़ी हुई। ऐसे प्रश्न सोचें जिनसे विद्यार्थियों में रुचि पैदा हो तथा उनके बारे में उन्हें समझाएँ ताकि वे उन्हें हल करके आगे बढ़ सकें। ऐसे चिंतन से वह 'स्क्रिप्ट' (लिपि) मिल जाती है, जिसकी मदद से आप विद्यार्थियों के मन में गणित के प्रति रुचि जगा सकते हैं और उसे मनोरंजक बना सकते हैं। अगर विद्यार्थियों को समझ नहीं आ रहा है और वे कुछ नहीं कर पा रहे हैं, तो इसका मतलब है कि उनकी इसमें सम्मिलित होने की रुचि नहीं है। जब भी आप गतिविधियाँ करें, इस विचार करने वाले अभ्यास का उपयोग करें। जैसे श्रीमती नीतू ने कुछ छोटी-छोटी चीजें की, जिनसे काफी फर्क पड़ा।



विचार के लिए रुकें

ऐसे चिंतन को गति देने वाले अच्छे प्रश्न निम्नलिखित हैं:

- आपकी कक्षा में इसका प्रदर्शन कैसा रहा?
- विद्यार्थियों से कैसी प्रतिक्रियाएँ अनपेक्षित थीं? यह आपको उनकी इस समझ के बारे में बताता है कि कैसे बार चार्ट और पाइ चार्ट बनाए जाते हैं और वे क्या प्रस्तुत करते हैं?
- अपने विद्यार्थियों की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे आपका क्या कारण था?

2 भौतिक निरूपण से डेटा रिकॉर्डिंग की ओर बढ़ना

डेटा के निरूपण की व्याख्या करते समय एक बात जो अक्सर भूल जाते हैं, वह यह है कि बार चार्ट के बार या पाइ चार्ट के सेक्शन उन लोगों (सामान्यतः लोग लेकिन यह अन्य श्रेणियाँ भी हो सकती हैं) की संख्या को प्रस्तुत करते हैं जिनकी अपनी एक विशिष्टता होती है। इसलिए, गतिविधि 1 में बहनों की संख्या की गणना में, '6' के लेबल वाली बार की ऊँचाई कक्षा के उन विद्यार्थियों को दर्शाती है जिनकी छह बहनें हैं।

कुछ विद्यार्थी बार द्वारा प्रदर्शित लोगों की संख्या और - इस मामले में - बहनों की संख्या के बीच अत्यधिक भ्रमित हो सकते हैं। इस तरह की गतिविधियों का पता लगाने से उन्हें समस्याओं का कारण जानने में मदद मिलेगी, जैसे कि इस चार्ट या उस सारणी द्वारा कुल मिलाकर कितनी बहनें दर्शाई गई हैं।

अपने शरीर का इस्तेमाल कर बनाए गए बार चार्ट और पाइ चार्ट के होने से, यह समूहों को चुनौती देने में उपयोगी साबित होगा कि वे कागज़ पर अपने चार्ट को निर्मित कर सकें। इससे उन्हें बाद में अपनी गतिविधि और पाठ्यपुस्तक के अभ्यास के बीच संबंध स्थापित करने में मदद मिलेगी। यदि आपकी कक्षा में कंप्यूटर और डेटा प्रबंधन सॉफ्टवेयर है तो यह भी सभी या कुछ विद्यार्थियों के लिए कंप्यूटर पर अपने चार्ट बनाने के लिए उपयोगी होगा। कंप्यूटर सॉफ्टवेयर द्वारा तुरंत सटीक एवं रंगीन चित्रमय निरूपणों के माध्यम से डेटा को संसाधित किया जा सकता है। यह बहुत उपयोगी हो सकता है, लेकिन यह इस तरह भी लिया जा सकता है कि विद्यार्थी ध्यानपूर्वक क्या सोचते हैं कि एक चार्ट किस चीज़ को वास्तव में निरूपित करता है। उनकी भौतिक गतिविधि के साथ लिंक करने से उन चार्टों का व्यापक अर्थ प्रस्तुत होगा जिन्हें विद्यार्थी कंप्यूटर पर निर्मित करते हैं।

उनके द्वारा स्वयं से निर्मित किए गए बार या पाइ चार्टों से एक पुस्तक में बार या पाइ चार्ट का निरीक्षण और व्याख्या करने के लिए आगे बढ़ने से या बार या आयत चार्ट का लिखित वर्णन करने से विद्यार्थियों की स्मृति दीर्घकालिक बनेगी। उदाहरण के लिए, वे सभी कैसे पंक्तिबद्ध हुए, वे कैसे सुनिश्चित हुए कि उनके बीच का अंतराल बराबर है, इस तरह यह बताना आसान था कि कौन सा बार या सेक्टर सबसे बड़ा था, आदि।

जिस तरह इस इकाई के आरंभ में चर्चा की गई है, बार चार्ट और डेटा के अन्य निरूपणों का समाचार पत्रों और पत्रिकाओं, टेलीविज़न कार्यक्रमों में और इंटरनेट पर व्यापक रूप से इस्तेमाल किया जाता है। अगली गतिविधि आपकी कक्षा के विद्यार्थियों को इस मामले को जानने में मदद करेगी लेकिन यह डेटा के साथ व्यवहार करते समय नियमों और सिद्धांतों की आवश्यकता को भी समझने में उनको मदद प्रदान करेगी। गतिविधि का लक्ष्य विद्यार्थियों को यह सोचने के लिए प्रेरित करना भी है कि प्रस्तुतियाँ उतनी प्रभावकारी हैं या नहीं जितनी वे डेटा को दर्शाने में हो सकती हैं या प्रस्तुतियाँ इस प्रकार निर्मित की गई हैं कि वे कुछ छिपाती हैं या किसी बात को अनुचित रूप से चिह्नित करती हैं।

गतिविधि 2: वास्तविक विश्व में बार चार्ट और डेटा की ग्राफिकल प्रस्तुतियां

तैयारी

इस अध्याय से कुछ दिन पहले विद्यार्थियों से उनके घर में उपलब्ध अखबारों और पत्रिकाओं में या इंटरनेट पर खोज करके बार चार्ट और डेटा की अन्य ग्राफिकल प्रस्तुतियाँ ढूँढने को कहें। उन्हें प्राप्त कोई भी उदाहरण अपने साथ लाने को कहें।

यह गतिविधि चार विद्यार्थियों के समूह में करने पर कारगर होती है, क्योंकि उस स्थिति में उनके पास जाँच करने के लिए अधिक उदाहरण उपलब्ध होते हैं।

गतिविधि

विद्यार्थियों को निम्नलिखित पंक्तियों के आधार पर निर्देश दें:

- आपसे आपको दिखने वाले बार और पाई चार्ट के उदाहरण साथ लाने को कहा गया था। अपने समूह के साथ साझा करने के लिए इसे एक डेस्क पर लगा दें।
- चार्ट को तेजी से छॉटें और तय करें कि कौन-कौन से चार्ट हैं जिन्हें समझने के लिए आपको ज्यादा समय जाँच में नहीं गँवाना होगा ('आसान' संचयन) और कौन-कौन से चार्ट हैं जिन्हें समझने के लिए आपको जाँच में अधिक समय ('कठिन' संचयन) देना होगा।
- अब कठिन वाले संचयन को जाँचें और अपने समूह में इस बात पर चर्चा करें कि इन ग्राफ में ऐसा क्या है जो उन्हें समझने में कठिन बना देता है। इसके बारे में अपने विचार लिख डालें।
- अब सरल वाले संचयन की जाँच करें और अपने समूह में चर्चा करें कि इन ग्राफ के बारे में ऐसा क्या है जो उन्हें समझने में इतना आसान बना देता है। इसके बारे में अपने विचार लिख डालें।
- इन दो सूचियों की तुलना करें। इन सूचियों में क्या समानताएँ हैं और क्या अलग हैं?
- अपने उत्तरों का उपयोग करके 'बार चार्ट बनाते समय की जाने वाली अच्छी चीजों' या 'पाई चार्ट बनाते समय की जाने वाली अच्छी चीजों' की एक सूची बनाएँ।

केस स्टडी 2: श्री वेदप्रकाश गतिविधि 2 के उपयोग के बारे में बताते हैं

इस गतिविधि की शुरुआत अच्छी नहीं रही: मैंने विद्यार्थियों से बार चार्ट के उदाहरण लाने को कहा था – और वे लाए ... कुछ भी नहीं। शायद उनके पास कोशिश करने के लिए पर्याप्त प्रेरणा नहीं थी या शायद उन्हें पता नहीं था कि चार्ट ढूँढने के लिए कहाँ ढूँढना चाहिए। उन्हें प्रेरित करने के लिए मैंने उन्हें अब तक इस इकाई में जो पढ़ा था बता दिया और उन्हें ऐसे उदाहरणों के बारे में सोचने के लिए कहा जहाँ वास्तविक जीवन में चार्ट का उपयोग किया जाता है।

एक उदाहरण देने के लिए मैंने उन्हें वो पत्रिकाएँ और अखबार दिखाए जिनमें चार्ट के उदाहरण दिए हुए थे, ताकि वो देख सकें कि उन्हें वो कहाँ मिल सकते हैं। अगली कक्षा तक अधिकतर विद्यार्थी कई उदाहरण ले आए थे – कुछ ने तो इंटरनेट से कुछ चार्ट भी डाउनलोड कर लिए थे।

विद्यार्थी चार के समूह में काम कर रहे थे। जो चार्ट वे अक्सर टीवी पर देखते थे, वे उन्हें आसान लगे, खास कर गेम और विज्ञापन से संबंधित चार्ट और उन्होंने तय किया कि ऐसा इसलिए था कि उसके द्वारा दर्शाई जानकारी सरल थी। हालाँकि उन्होंने ये ज़रूर देखा कि इन 'आसान' चार्ट में से कुछ में उपयोग किए गए पैमाने स्पष्ट नहीं थे और अक्षों पर लगे लेबल भी हमेशा सही नहीं थे। मेडिकल और आर्थिक जानकारी दर्शाने वाले चार्ट के साथ उन्हें ज़्यादा कठिनाइयाँ महसूस हुईं। हर अक्ष पर क्या दर्शाया गया था यह पहचानना और हर चार्ट में सटीक रूप से क्या दिखाया गया था यह वर्णन करना उन्हें काफी कठिन प्रतीत हुआ।

मैंने बाद में अभ्यास समस्याओं में उपयोग के लिए चार्ट एकत्रित किए और हो सके तो विद्यार्थी से और लाने के लिए कहा ताकि हमारे पास आने वाले कई सालों के लिए चार्ट की एक समूची लाइब्रेरी तैयार हो जाए।



विचार के लिए रुकें

- श्री वेदप्रकाश के विद्यार्थियों द्वारा बार चार्ट का कोई उदाहरण न लाने पर श्री वेदप्रकाश की प्रतिक्रिया के बारे में आप क्या सोचते हैं? इस अध्याय की तैयारी के दौरान ऐसी संभावित स्थिति का उन्होंने कैसे अनुमान लगाया होगा? आपके अनुसार बच्चों से इस तरह के संसाधन मंगवाने के क्या फायदे हैं और जिस तरह के उदाहरण वे लाते हैं, उससे क्या आपको लगता है कि कोई कठिनाई पैदा हो सकती है?

3 असतत (Discrete) और सतत डेटा

आंकिक डेटा दो प्रकार का हो सकता है: 'असतत' और 'सतत'। असतत डेटा गिना जाता है, जबकि सतत डेटा मापा जाता है।

- असतत डेटा केवल निश्चित मान ले सकता है। उदाहरण के लिए, किसी कक्षा में विद्यार्थियों की संख्या असतत है क्योंकि आपके पास आधा विद्यार्थी नहीं हो सकता। इसलिए बार चार्ट, जैसे कि गतिविधि 1 में 'बहनें' उदाहरण, असतत डेटा दिखाते हैं।
- सतत डेटा किसी सीमा के भीतर कोई भी मान ले सकता है। उदाहरण के लिए, एक व्यक्ति की लंबाई इंसानी लंबाई की सीमा में कोई भी मान हो सकता है, लोगों की लंबाई किसी निश्चित मान तक नहीं बढ़ती। समय एक और अच्छा उदाहरण है क्योंकि आप 100 मीटर दौड़ने में लगे समय को सेकंड के एक हिस्से तक माप सकते हैं। सतत डेटा दर्शाने के लिए अधिक सावधानी की आवश्यकता होती है क्योंकि आपको यह तय करना होता है कि हरेक माप ग्राफ के किस हिस्से में फिट होता है और कभी-कभी ये एक बेहद सूक्ष्म फेंसला होता है। अगली गतिविधि में विद्यार्थियों को इसके बारे में सोचने के लिए कहा जाता है।

गतिविधि 3: 'व्यक्ति गणित' और हिस्टोग्राम

तैयारी

एक बार फिर, जगह के कारणों से यह गतिविधि कक्षा के बाहर सर्वश्रेष्ठ तरीके से की जाती है। आपको लंबाई मापने के तरीके की आवश्यकता पड़ेगी, उदाहरण के लिए सेंटीमीटर से चिह्नित की गई 2 मीटर लंबी एक छड़ी।

यह गतिविधि आपके अपने विद्यार्थियों की सोच को बढ़ावा देने के लिए प्रश्न पूछने के तरीकों का उपयोग करने के अच्छे अवसर प्रदान करेगी। आपके नियोजन के एक हिस्से के रूप में, आप गतिविधि के दौरान प्रश्न पूछने की विधि का कैसे उपयोग करेंगे इसके बारे में सोचने के लिए संसाधन 2 का उपयोग कर सकते हैं।

लगभग 20 विद्यार्थियों के समूह का उपयोग करें ताकि श्रेणियों में विभाजित करने के लिए पर्याप्त विद्यार्थी हों लेकिन इतने भी न हों कि आप जो चित्रित करना चाहते हैं वही धुंधला हो जाए।



चित्र 2 कक्षा के बाहर 'व्यक्ति गणित'।

गतिविधि

- विद्यार्थियों से उनकी लंबाई के क्रम में खड़े होने को कहें।
- विद्यार्थियों की एक जोड़ी को माध्य लंबाई पता करने के लिए कहें।
- एक विद्यार्थी से सबसे छोटे और सबसे लंबे व्यक्ति की लंबाई माप कर इस समूह की सीमा जानने के लिए कहें। चर्चा करें कि क्या यह सारी कक्षा की सीमा के समान है। क्यों या क्यों नहीं?
- विद्यार्थियों से निम्नलिखित प्रश्न पूछें: 'यदि कोई 11 वर्ष के विद्यार्थी की 'औसत' लंबाई (या आपकी कक्षा के विद्यार्थियों की 'औसत' आयु) जानना चाहता हो, तो क्या निकाली गयी माध्यिका एक अच्छी प्रस्तुति होगी? क्यों या क्यों नहीं?'
- अब निम्नलिखित प्रश्न पूछें: 'मैं चाहता हूँ कि आप अपनी लंबाइयों के लिए एक हिस्टोग्राम (आयतचित्र) बनाएँ या फिर ये एक बार चार्ट होना चाहिए?'
- विद्यार्थियों से पूछें कि चार्ट बनाने के लिए विद्यार्थियों की लंबाई को विभाजित करने का एक व्यावहारिक तरीका क्या होगा; यह सीमा पर निर्भर होगा। पाँच 'बार' का लक्ष्य बनाएँ। बार बनाने के लिए विद्यार्थियों को वहाँ ले जाएँ।

अब वापस कक्षा में जाएँ।

- एक विद्यार्थी को सारे 20 विद्यार्थियों की लंबाई माप कर और दर्ज करके ब्लैकबोर्ड पर लिखने के लिए कहें।
- विद्यार्थियों से एक टैली चार्ट बनाने को कहें और फिर इस डेटा के लिए हिस्टोग्राम बनाने के लिए कहें।
- पूछें कि हिस्टोग्राम के बार क्यों छूते हैं जबकि बार चार्ट के बार नहीं छूते।



वीडियो: सोच-विचार को बढ़ावा देने के लिए प्रश्न पूछने का उपयोग करना

केस स्टडी 3: गतिविधि 3 के उपयोग का अनुभव श्रीमती कपूर बताती हैं

मेरी कक्षा में 63 विद्यार्थी थे, इसलिए मैंने उनमें से 26 से आगे आने को कहा, ये ध्यान रखते हुए कि कई अलग-अलग लंबाइयों वाले विद्यार्थी उनमें शामिल थे। बाकी को पीछे रहने को और अवलोकन करके चर्चा को नोट करने में मदद करने के लिए कहा गया।

उन्हें बार ग्राफ के रूप में क्यों नहीं दर्शाया जा सका, इस विषय पर चर्चा बहुत गर्म रही और उनमें से सभी ने बढ़ चढ़ कर हिस्सा लिया। जब एक विद्यार्थी ने कहा कि यदि मापन एकदम सटीकता से किया जाए तो उनमें से हरेक को हिस्टोग्राम के एक बार के रूप में दर्शाया जा सकता है, तब मोहित ने कहा ऐसा लगता है कि हमें 26 बार बनाने पड़ेंगे।

फिर एक चर्चा हुई कि हम कितने समूह बना सकते हैं, क्या ऐसा कोई प्रतिबंध या नियम था जिसके आधार पर हम तय कर सकते थे। तब हमने बात की कि कैसे यह सीमा हमें इस पर निर्णय लेने में मदद कर सकती थी। कुछ ने वर्ग अन्तराल को 3 सेमी रखना चाहा, तो कुछ उसे 5 सेमी रखने के पक्ष में थे। आखिर में मैंने कहा कि वे वो करें जो वो सही समझते थे और समूह बनाएँ और देखें कि कागज़ पर बताने पर वे कैसे काम करते थे। हमने एक पंक्ति बनाई और सभी 26 विद्यार्थियों की लंबाई मापी।

मैंने उन्हें मिलान चिह्नों का उपयोग करके और फिर हिस्टोग्राम बना कर डेटा को उचित फॉर्म पर रखने के लिए चार-चार के समूह बनाने को कहा। इस बिंदु पर मुझे भी इस बारे में बात करनी समझदारी लगी कि बार चार्ट में बार के बीच अंतर क्यों होता है जबकि हिस्टोग्राम में ऐसा नहीं होता। यह चर्चा भी बेहद दिलचस्प रही और काफी लोगों ने इसमें भाग लिया। अंत में मुझे लगा कि उन्होंने ऐसा होने के कारणों से एक दूसरे को संतुष्ट कर दिया था।



विचार के लिए रुकें

श्रीमती कपूर ने इस गतिविधि के दौरान पूरी कक्षा के साथ खूब चर्चा की। क्या आप ऐसी नीतियों के बारे में सोच सकते हैं जिनका उपयोग उन्होंने गतिविधि के मुख्य भाग के दौरान जोड़ी या छोटे समूहों में चर्चा में शामिल करने के लिए किया हो?

अब सोचें कि आपकी कक्षा के साथ गतिविधि कैसी रही और निम्न सवालों पर विचार करें:

- अपने विद्यार्थियों की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- आपके विद्यार्थियों के जवाबों ने असतत और सतत डेटा के बीच अंतर की आपकी समझ के बारे में आपसे क्या कहा?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- क्या आपने ऐसे विद्यार्थियों को पहचाना जिन्हें इन उपायों के साथ और अधिक अभ्यास की आवश्यकता है?

4 सारांश

इस इकाई का अध्ययन करने में आपने सोचा कि डेटा दिखाने वाले चार्ट क्या दर्शाते हैं इसके बारे में एक स्पष्ट विचार विकसित करने के लिए विद्यार्थियों को कैसे सक्षम किया जा सकता है। आपने इस बात पर ध्यान दिया कि विद्यार्थियों को बार चार्ट, पाई चार्ट और हिस्टोग्राम बनाने में कैसे मदद प्रदान की जाए और आपने सीमा, मोड, माध्यिका और औसत की भूमिका के बारे में भी विचार किया है।

इस इकाई की एक प्रमुख विषयवस्तु यह है कि जब विद्यार्थी गणितीय डेटा और अवधारणाओं को दर्शाने के लिए खुद का उपयोग करते हैं, तो वे उन उपायों को बेहतर याद रखेंगे क्योंकि वे खुद उसमें शामिल हैं और प्रश्न पूछ सकते हैं।

आपने यह भी देखा होगा कि अपने विद्यार्थियों को सीखने में बेहतर सहायता करने में आपके शिक्षण को प्रतिबिंबित करना कितना महत्वपूर्ण है।

विचार के लिए रुकें



- ऐसी तीन तकनीकों या रणनीतियों की पहचान करें जो आपने इस इकाई में सीखी हैं जिन्हें आप अपनी कक्षा में अन्य विषयों में उपयोग कर सकते हैं।

संसाधन

संसाधन 1: एनसीएफ/एनसीएफटीई आवश्यकताएँ

यह इकाई एनसीएफ (2005) और एनसीएफटीई (2009) की निम्नलिखित शिक्षण आवश्यकताओं के साथ संबंध स्थापित करती है तथा उन आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगी:

- शिक्षार्थियों को उनके शिक्षण में सक्रिय प्रतिभागी के रूप में देखें न कि सिर्फ ज्ञान प्राप्त करने वाले के रूप में; ज्ञान निर्माण के लिए उनकी क्षमताओं को कैसे प्रोत्साहित करें; रटने वाली पद्धतियों से शिक्षण को दूर कैसे ले जाएँ।
- विद्यार्थियों को गणित को किसी ऐसी चीज़ के रूप में लेने दें जिसके बारे में वे बात करें, जिसके द्वारा संवाद करें, जिसकी आपस में चर्चा करें, जिस पर साथ मिलकर कार्य करें।
- विद्यार्थियों को गणित का महत्व समझने दें और सूत्रों तथा यांत्रिक प्रक्रियाओं से आगे बढ़कर गणित को जानने का प्रयास करने दें।

संसाधन 2: सोच-विचार को बढ़ावा देने के लिए प्रश्न पूछने का उपयोग करना

शिक्षक अपने विद्यार्थियों से हर समय प्रश्न पूछते हैं; प्रश्नों का तात्पर्य होता है कि शिक्षक सीखने, और अधिक सीखने में अपने विद्यार्थियों की मदद कर सकें। एक अध्ययन (हेरिस्टगज, 2003) के अनुसार, शिक्षक औसत रूप से अपना एक तिहाई समय विद्यार्थियों से प्रश्न पूछने में बिताते हैं। पूछे गए प्रश्नों में से, 60 प्रतिशत ने तथ्यों का स्मरण दिलवाया और 20 प्रतिशत प्रक्रियागत थे (हेटी, 2012)। इन प्रश्नों के अधिकांश उत्तर या तो सही थे या गलत। लेकिन क्या ऐसे प्रश्न पूछने से, जो या तो सही हैं या गलत, सीखने को बढ़ावा मिलता है?

प्रश्न कई अलग-अलग प्रकार के होते हैं जो विद्यार्थियों से पूछे जा सकते हैं। जो प्रतिक्रिया और परिणाम शिक्षक चाहता है, उसी के अनुसार तय होता है कि शिक्षक को किस प्रकार के प्रश्नों का उपयोग करना चाहिए। शिक्षक विद्यार्थियों से आमतौर पर इसलिए प्रश्न पूछते हैं ताकि:

- जब कोई नया विषय या सामग्री प्रस्तुत की जाती है, तब उसे समझने की दिशा में विद्यार्थियों का मार्गदर्शन कर सकें
- और अधिक चिंतन करने के लिए विद्यार्थी के ऊपर जोर डाल सकें
- त्रुटि सुधार सकें
- विद्यार्थियों को कस सकें
- समझ की जांच-परख कर सकें।

प्रश्न पूछने का उपयोग आमतौर पर यह पता लगाने के लिए किया जाता है कि विद्यार्थी क्या जानते हैं, इसलिए उनकी प्रगति के आकलन के लिए यह महत्वपूर्ण है। प्रश्नों का उपयोग प्रेरित करने, विद्यार्थियों के विचार-कौशल को बढ़ाने और जिज्ञासु मस्तिष्क विकसित करने के लिए भी किया जा सकता है। इन्हें दो वृहद श्रेणियों में बांटा जा सकता है:

- **निचले दर्जे के प्रश्न**, जो तथ्यों और पहले से सीखे हुए ज्ञान का स्मरण करवाते हैं। ये प्रायः बंद प्रश्न होते हैं (उत्तर हां या ना में)।
- **उच्चतर दर्जे के प्रश्न**, जो अधिक चिंतन की मांग करते हैं। ये विद्यार्थियों को एक उत्तर तैयार करने के लिए या तार्किक ढंग से एक दलील का समर्थन करने के लिए पहले से सीखी गई जानकारी को एकत्रित करने के लिए कहते हैं। उच्चतर दर्जे के प्रश्न प्रायः अधिक खुले होते हैं।

खुले प्रश्न विद्यार्थियों को पाठ्यपुस्तक-आधारित, शाब्दिक उत्तरों से आगे जाकर सोचने के लिए प्रोत्साहित करते हैं, इस तरह उत्तरों की एक श्रृंखला सामने लाते हैं। ये विषयवस्तु के बारे में विद्यार्थियों की समझ का आकलन करने में भी शिक्षक की मदद करते हैं।

विद्यार्थियों को उत्तर देने के लिए प्रोत्साहित करना

अनेक शिक्षक प्रश्न के उत्तर की मांग करने से पहले एक सेकंड से भी कम समय देते हैं और इसलिए अक्सर या तो स्वयं ही प्रश्न का उत्तर दे देते हैं या प्रश्न को दूसरे शब्दों में रख देते हैं (हेरिस्टगज, 2003)। विद्यार्थियों के पास केवल प्रतिक्रिया करने का समय होता है - सोचने का समय नहीं होता! यदि आप उत्तर की अपेक्षा करने से पहले चंद सेकंड प्रतीक्षा कर लें, तो विद्यार्थियों को सोचने का समय मिल जाएगा। इसका विद्यार्थियों की उपलब्धि पर सकारात्मक प्रभाव पड़ता है। प्रश्न पूछने के बाद प्रतीक्षा करने से बढ़ती है:

- विद्यार्थियों के उत्तरों की लंबाई
- उत्तर देने वाले विद्यार्थियों की संख्या
- विद्यार्थियों का बारंबार प्रश्न पूछना
- कम समर्थ विद्यार्थियों के उत्तरों की संख्या
- विद्यार्थियों के बीच आपस में सकारात्मक संवाद

आपकी प्रतिक्रिया का महत्व है

आप दिए जाने वाले उत्तरों को जितने अधिक सकारात्मक ढंग से ग्रहण करेंगे, विद्यार्थी उतना ही अधिक सोचने का प्रयास जारी रखेंगे। गलत उत्तरों और गलत धारणाओं में सुधार सुनिश्चित करने के कई तरीके हैं, और यदि एक विद्यार्थी के मन में त्रुटिपूर्ण विचार है, तो आप यकीन कर सकते हैं कि कई और के मन में भी होगा। आप नीचे लिखे प्रयास कर सकते हैं:

- उत्तरों के उन अंशों को चुनकर निकालिए जो सही हैं, और मददगार ढंग से उस विद्यार्थी को अपने उत्तर के बारे में थोड़ा और सोचने के लिए कहें। यह ज्यादा सक्रिय भागीदारी को प्रोत्साहित करता है और अपनी गलतियों से सीखने में आपके विद्यार्थियों की मदद करता है। नीचे लिखी टिप्पणी दर्शाती है कि एक गलत उत्तर पर आप मददगार ढंग से प्रतिक्रिया किस प्रकार दे सकते हैं: 'भाप से बादल बनते हैं यह तो तुमने सही कहा, लेकिन बारिश के बारे में तुमने जो कहा उसके बारे में मुझे लगता है हमें कुछ और खोजबीन की जरूरत है। क्या कोई और कुछ विचार दे सकता है?'
- विद्यार्थियों द्वारा दिए गए सभी उत्तरों को ब्लैकबोर्ड पर लिखें, और फिर विद्यार्थियों से उन सबके बारे में सोचने के लिए कहें। आपकी राय में कौन से उत्तर सही हैं? कौन से उत्तरों में से दिए जा रहे दूसरे उत्तर निकाले जा सकते हैं? इससे आपको यह समझने का मौका मिलता है कि आपके विद्यार्थी किस ढंग से सोच रहे हैं और आपके विद्यार्थियों को अपनी गलत धारणाओं को, जो उनके मन में हो सकती हैं, भयभीत हुए बगैर सुधारने का मौका मिलता है।

सभी उत्तरों को ध्यानपूर्वक सुनकर और विद्यार्थियों को और अधिक समझाने के लिए कहकर सम्मान दें। यदि आप सभी उत्तरों को, चाहे वे सही हों या गलत, और अधिक समझाने के लिए कहेंगे, तो कोई गलती होने पर विद्यार्थी स्वयं ही उसे सुधार लेंगे। इस तरह आप एक सोचने वाली कक्षा का विकास करेंगे और आप वास्तव में जान सकेंगे कि आपके विद्यार्थियों ने क्या सीखा है और इससे आगे कैसे बढ़ना है। यदि गलत उत्तरों के परिणामस्वरूप अपमान और दंड मिलता है, तो आपके विद्यार्थी और भी शर्मिंदगी तथा उपहास का पात्र बनने के भय से कोशिश करना बंद कर देंगे।

उत्तरों की गुणवत्ता को बेहतर बनाना

यह महत्वपूर्ण है कि आप प्रश्न पूछने के ऐसे अनुक्रम का पालन करने का प्रयत्न करें, जो सही उत्तरों के साथ समाप्त न होता हो। सही उत्तरों का पुरस्कार ऐसे फॉलो-अप प्रश्नों के रूप में देना चाहिए जो ज्ञान को बढ़ाएं और विद्यार्थियों को शिक्षक के साथ जुड़ने का अवसर प्रदान करें। आप ऐसा यह पूछकर कर सकते हैं:

- एक कैसे या एक क्यों
- उत्तर देने का कोई और तरीका
- एक बेहतर शब्द
- उत्तर की पुष्टि करने के लिए प्रमाण
- एक संबंधित कौशल से जोड़ना
- एक नए विन्यास में समान कौशल या तर्क को लागू करना।

अपने उत्तर के बारे में और अधिक गहराई तक जाकर सोचने में विद्यार्थियों की मदद करना (और इस तरह उत्तरों की गुणवत्ता को बेहतर बनाना) आपकी भूमिका का महत्वपूर्ण हिस्सा है। नीचे लिखे कौशल विद्यार्थियों की और अधिक उपलब्धि प्राप्त करने में मदद करेंगे:

- **अनुबोधन** में संकेत देने की आवश्यकता होती है - ऐसे संकेत जो विद्यार्थियों को उनके उत्तरों को विकसित करने और बेहतर बनाने में मदद करें। आप पहले यह बताना चुन सकते हैं कि उत्तर में क्या सही है और फिर जानकारी, आगे के प्रश्न और अन्य संकेत दे सकते हैं। (तो अगर तुम कागज के अपने हवाई जहाज के आखिर में वजन रखो तो क्या होगा?)
- **टटोलने** में और अधिक जानने का प्रयास किया जाता है, विद्यार्थी जो कहना चाह रहे हैं उसे स्पष्ट करने में उनकी मदद की जाती है, ताकि अव्यवस्थित उत्तर को या आंशिक रूप से सही उत्तर को सुधारा जा सके। (तो यह आपस में कैसे जुड़ता है इसके बारे में तुम मुझे और क्या बता सकते हो?)
- **पुनर्संक्रेंद्रण** या फिर से ध्यान केंद्रित करने में सही उत्तरों को आगे बढ़ाया जाता है, ताकि विद्यार्थियों के ज्ञान को उनके द्वारा पूर्व में सीखे गए ज्ञान से जोड़ा जा सके। यह उनकी समझ को विकसित करता है। (तुमने जो कहा सही है, लेकिन पिछले हफ्ते अपने स्थानीय पर्यावरण के विषय में हम जो देख रहे थे उससे यह कैसे जुड़ता है?)
- **अनुक्रमण** का अर्थ है प्रश्नों को एक ऐसे क्रम में पूछना, जो चिंतन को आगे बढ़ाने के लिए बनाया गया हो। प्रश्नों को इस तरह क्रमबद्ध होना चाहिए कि वे विद्यार्थियों को संक्षेपण करने, तुलना करने, व्याख्या करने या विश्लेषण करने की ओर ले जाएँ। प्रश्न ऐसे तैयार करें जिनसे विद्यार्थियों को मस्तिष्क पर जोर डालना पड़े, लेकिन उन्हें इस हद तक भी चुनौती न दें कि वे प्रश्नों का अर्थ ही गंवा बैठें। (जरा बताओ तो तुम अपनी पहले वाली समस्या से कैसे उबरे। उससे क्या फर्क पड़ा? तुम्हें क्या लगता है कि अपनी अगली समस्या से निपटने के लिए तुम्हें क्या चाहिए?)
- **सुनना** यानी ध्यानपूर्वक सुनकर आप न सिर्फ उस उत्तर की तलाश कर पाते हैं जिसकी आप अपेक्षा कर रहे हैं, बल्कि असाधारण या अभिनव उत्तरों के प्रति भी सचेत होते हैं, जिनकी अपेक्षा आपने नहीं की होती है। इससे यह भी प्रदर्शित होता है कि आप विद्यार्थियों की विचारशीलता को महत्व देते हैं और इससे उनके अधिक विचारपूर्ण उत्तर देने की संभावना बढ़ जाती है। इस प्रकार के उत्तर उन भ्रांतियों पर रोशनी डाल सकते हैं जिन्हें सुधारने की जरूरत होती है, अथवा वे एक नया तरीका दिखा सकते हैं जिस पर आपने विचार न किया हो। (मैंने तो इस बारे में सोचा ही नहीं। मुझे बताओ तुम इस ढंग से क्यों सोच रहे हो।)

शिक्षक के नाते, यदि आपको अपने विद्यार्थियों से रोचक और आविष्कारक उत्तर निकलवाने हैं, तो आपको प्रेरक और चुनौतीपूर्ण प्रश्न पूछने होंगे। आपको उन्हें सोचने के लिए समय देना होगा और आप आश्चर्य में पड़ जाएंगे कि आपके विद्यार्थी कितना अधिक जानते हैं और उनके सीखने को आगे बढ़ाने में आप कितनी भलीभाँति मदद कर सकते हैं।

याद रखिए, प्रश्न पूछने का संबंध उससे नहीं है जो शिक्षक जानता है, बल्कि उससे है जो विद्यार्थी जानते हैं। यह याद रखना महत्वपूर्ण है कि आपको कभी भी स्वयं अपने प्रश्नों का उत्तर नहीं देना चाहिए! आखिरकार, यदि विद्यार्थी जानते हैं कि कुछ सेकंड की खामोशी के बाद प्रश्नों का उत्तर आप उन्हें दे ही देंगे, तो उत्तर देने के लिए उनका प्रोत्साहन भला क्या है?

अतिरिक्त संसाधन

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: <http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics>
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: <https://www.ncetm.org.uk/>
- National STEM Centre: <http://www.nationalstemcentre.org.uk/>
- National Numeracy: <http://www.nationalnumeracy.org.uk/home/index.html>
- BBC Bitesize: <http://www.bbc.co.uk/bitesize/>
- Khan Academy's math section: <https://www.khanacademy.org/math>
- NRICH: <http://nrich.maths.org/frontpage>

- Art of Problem Solving's resources page: <http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php>
- Teachnology: <http://www.teach-nology.com/worksheets/math/>
- Math Playground's logic games: <http://www.mathplayground.com/logicgames.html>
- Maths is Fun: <http://www.mathsisfun.com/>
- Coolmath4kids.com: <http://www.coolmath4kids.com/>
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: <http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm>
- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 1 ('Aspects of Teaching Mathematics'), Block 2 ('Numbers (I)'), Block 3 ('Numbers (II)'), <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html>
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 3 ('Data and Chance'), Block 4 ('On Spatial Learning'), Block 5 ('Exploring Numbers'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html>
- *Manual of Mathematics Teaching Aids for Primary Schools*, published by NCERT: <http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/pks-primarymanual.pdf>
- *Learning Curve and At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremijfoundation.org/Foundation_Publications
- Textbooks developed by the Eklavya Foundation with activity-based teaching mathematics at the primary level: http://www.eklavya.in/pdfs/Catalouge/Eklavya_Catalogue_2012.pdf
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including *List of Hands-on Activities in Mathematics for Classes III to VIII*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': <http://cbse.nic.in/welcome.htm>

संदर्भ/संदर्भग्रंथ सूची

Bloomfield, A. and Vertes, B. (2005) *People Maths: Hidden Depths*. Derby: Association of Teachers of Mathematics.

Bloomfield, A. and Vertes, B. (2008) *More People More Maths*. Derby: Association of Teachers of Mathematics.

Hastings, S. (2003) 'Questioning', *TES Newspaper*, 4 July. Available from: <http://www.tes.co.uk/article.aspx?storycode=381755> (accessed 22 September 2014).

Hattie, J. (2012) *Visible Learning for Teachers: Maximising the Impact on Learning*. Abingdon: Routledge.

National Council for Teacher Education (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education* (online). New Delhi: NCTE. Available from: http://www.ncte-india.org/publicnotice/NCFTE_2010.pdf (accessed 14 February 2014).

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*. New Delhi: NCERT.

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

अभिस्वीकृतियाँ

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>)। नीचे दी गई सामग्री मालिकाना हक की है तथा लाइसेंस के अंतर्गत ही इस प्रोजेक्ट में उपयोग की गई है, तथा इसका Creative Commons Licence से कोई वास्ता नहीं है। इसका अर्थ यह है कि यह सामग्री अपरिवर्तित रूप से केवल TESS-India प्रोजेक्ट में ही उपयोग की जा सकती है और यह किसी अनुवर्ती OER संस्करणों में उपयोग नहीं की जा सकती। इसमें TESS-India, OU और UKAID लोगो का उपयोग भी शामिल है।

इस यूनिट में सामग्री को पुनः प्रस्तुत करने की अनुमति के लिए निम्न स्रोतों का कृतज्ञतारूपी आभार किया जाता है:

चित्र 1 और 2: मुक्त विश्वविद्यालय (Figures 1 and 2: The Open University)।

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएं करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत भर के उन अध्यापक शिक्षकों, मुख्याध्यापकों, अध्यापकों और विद्यार्थियों के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन यूनिवर्सिटी के साथ काम किया है।