

बातचीत के माध्यम से सीखना: चर और अचर



भारत में विद्यालय आधारित
समर्थन के माध्यम से शिक्षक
शिक्षा

www.TESS-India.edu.in



<http://creativecommons.org/licenses/>



संदेश



शिक्षकों को बाल केंद्रित कक्षा अभ्यास की ओर उन्मुख करने तथा शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्देश्यों को सम्मुख रखते हुए TESS-India राष्ट्रीय स्तर पर कार्यरत है। इस दिशा में TESS-India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) का विकास किया गया है। ये संसाधन शिक्षकों तथा शिक्षक-प्रशिक्षकों के वृत्ति विकास (Professional development) में लाभकारी एवं उपयोगी सिद्ध होंगे। राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के नेतृत्व में इन संसाधनों का स्थानीयकृत किया गया है, जिसके अन्तर्गत इनके उद्देश्य के मूल को बरकरार रखते हुए इनमें स्थानीय, भाषा, बोली, प्रथाओं, संस्कृतियों तथा नियमों को सम्मिलित किया गया है। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता एवं सुगमता पूर्वक किया जा सकता है।

राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के मार्गदर्शन में TESS-India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) नेट पर आप सभी के लिए सुलभ उपलब्ध है।

शुभकामनाओं सहित।

(डॉ० मुरली मनोहर सिंह)

निदेशक

एस०सी०ई०आर०टी०, बिहार

समीक्षा एवं दिशाबोध
डॉ. मुरली मनोहर सिंह, निदेशक राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. सैयद अब्दुल मोईन, विभागाध्यक्ष, अध्यापक शिक्षा विभाग, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. कासिम खुशीद, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्
डॉ. इम्तियाज़ आलम, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. स्नेहाशीष दास राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. अर्चना, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. रीता राय, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
श्री तेज नारायण प्रसाद, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार

स्थानीयकरण
भाषा और शिक्षा
डॉ. ज्ञानदेव मणि त्रिपाठी, प्राचार्य, मैत्रेय कॉलेज ऑफ एडुकेशन एण्ड मैनेजमेंट, हाजीपुर, वैशाली
श्री सुमन सिंह, प्रखंड साधनसेवी, भगवानपुर हाट, सिवान
श्री कात्यायान कुमार त्रिपाठी, प्राथमिक विद्यालय चैलीटाल, पटना
श्री कृत प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, हिलसा, नालंदा
प्राथमिक अंग्रेजी
श्री अरशद रज़ा, सहायक शिक्षक, प्राथमिक विद्यालय, पचासा रहुई, नालंदा
श्री संतोष सुमन, सहायक शिक्षक, बालिका उच्च विद्यालय, महुआबाग
श्री शशि भूषण पाण्डेय, सहायक शिक्षक, उत्कर्मित मध्य विद्यालय, मुकुन्दपुर, नालंदा
श्रीमती रचना त्रिवेदी, शिक्षिका, नोट्रेडेम अकादमी, पटना
माध्यमिक अंग्रेजी
श्री मणिशंकर, प्रधानाध्यापक, तारामणी भगवानसाव उच्च माध्यमिक विद्यालय, कोइलवर, भोजपुर
डॉ. ब्रजेश कुमार, शिक्षक, पी. एन. एंग्लो संस्कृत माध्यमिक विद्यालय, नया टोला, पटना
प्राथमिक गणित
श्री कृष्ण कान्त ठाकुर
श्री दिलीप कुमार, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, बुलनी हैदरपुर, नालंदा
श्री गोविन्द प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, चनपटिया, पश्चिमी चम्पारण
माध्यमिक गणित
डॉ. राकेश कुमार, भागलपुर डायट
श्री रिज़वान रिज़वी, उत्कर्मित मध्य विद्यालय, सिलौटा चाँद, कैमूर
श्री इन्द्रभूषण कुमार, शिक्षक, सहयोगी माध्यमिक विद्यालय, हाजीपुर, वैशाली
प्राथमिक विज्ञान
श्री मनोज त्रिपाठी, प्रखंड साधनसेवी, बरहारा, भोजपुर
श्री शशिकान्त शर्मा, प्रखंड साधनसेवी, आरा, भोजपुर
श्री रणबीर सिंह, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, आदर्श आवासीय मध्य विद्यालय शिक्षक संघ, सहरसा
माध्यमिक विज्ञान
श्री जी.वी.एस.आर प्रसाद
श्री मुकुल कुमार, शिक्षक, सहायक शिक्षक, गोरखनाथ सूर्यदेव माध्यमिक विद्यालय, राजापाकर वैशाली


TESS-India (Teacher Education Through School Based Support) का लक्ष्य है भारत में मुक्त शैक्षिक संसाधनों के द्वारा प्राथमिक और माध्यमिक स्तरों पर शिक्षकों के कक्षा अभ्यासों को बेहतर करना। ये संसाधन शिक्षकों के छात्र-केन्द्रित, भागीदारी दृष्टिकोण को विकसित करने में सहायता करेंगे।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन (**Open Education Resources – OERs**) शिक्षकों को स्कूल की पाठ्यपुस्तक के लिए सहायक पुस्तिका प्रदान करते हैं। ये संसाधन शिक्षकों के लिए गतिविधियाँ प्रदान करते हैं जो वे कक्षा में अपने छात्रों के साथ कर सकते हैं। साथ ही इनमें केस स्टडी भी हैं जो ये दर्शाते हैं कि किस प्रकार दूसरे शिक्षकों ने उस विषय को सिखाया है। संबंधित संसाधन शिक्षकों को पाठ योजना बनाने में और विषय पर ज्ञान वर्धन करने में उनकी सहायता करते हैं।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल हैं। ये भारतीय तथा अंतर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार किये गये हैं और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट उपयोग के लिए उपलब्ध है (<http://www.tess-india.edu.in>)। मुक्त शैक्षिक संसाधन अनेकों संस्करणों में उपलब्ध हैं जो प्रत्येक राज्य के लिए उपयुक्त है जहाँ **TESS India** कार्यरत है। उपयोगकर्ता इन संसाधनों को अनुकूल और स्थानीयकृत करने के लिए स्वतंत्र हैं ताकि ये स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को पूरा कर सकें।

TESS-India मुक्त विश्वविद्यालय, ब्रिटेन के नेतृत्व में तथा ब्रिटेन की सरकार द्वारा वित्त-पोषित है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई की कुछ गतिविधियों के साथ निम्न प्रतीक का उपयोग किया गया है:  . इससे संकेत मिलता है कि निर्दिष्ट अध्यापन संबंधी थीम के लिए **TESS-India** वीडियो संसाधनों को देखना आपके लिए उपयोगी होगा।

TESS-India वीडियो संसाधन भारत में अनेक प्रकार की कक्षाओं के संदर्भ में मुख्य अध्यापन तकनीकों का वर्णन करते हैं। हमें आशा है कि वे आपको इसी प्रकार के अभ्यासों के साथ प्रयोग करने के लिए प्रेरित करेंगे। उनका उद्देश्य पाठ (टेक्स्ट) पर आधारित इकाइयों के माध्यम से काम करने के आपके अनुभव का पूरक होना और उसे बढ़ाना है।

TESS-India वीडियो संसाधनों को ऑनलाइन देखा या **TESS-India** की वेबसाइट, <http://www.tess-india.edu.in/> से डाउनलोड किया जा सकता है। वैकल्पिक रूप से, आप ये वीडियो सीडी या मेमोरी कार्ड के माध्यम से भी देख सकते हैं।

संस्करण 2.0 EM12v1

Bihar

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है:

<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>

TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है

चर और अचर गणितीय प्रतिरूपण (modelling) और सूत्रों में उपयोग की जाने वाली बुनियादी अवधारणाएँ हैं। चर और अचर की भूमिका समझने से छात्र बीजगणितीय प्रक्रियाओं में दक्ष हो जाते हैं, जो कि गणितीय तर्क वितर्क में और गणित की परीक्षाओं में बेहतर करने के लिए महत्वपूर्ण है।

इस इकाई में आप गणित के पाठ्यक्रम में चर और अचर की भूमिकाओं के बारे में सोचेंगे और जानेंगे कि यह समझने से कैसे छात्र-छात्राओं को गणितीय कथनों और बीजगणितीय व्यंजकों को अर्थ देने में मदद होती है।

गतिविधियों के माध्यम से आप यह भी सीखेंगे कि कैसे गणित के बारे में बात करने से आपके छात्र-छात्राओं को अधिक प्रभावशाली रूप से सीखने में मदद मिलती है।

आप इस इकाई में सीख सकते हैं

- चर और अचर राशियों के बीच के अंतर और उनकी भूमिकाओं को समझने में छात्र-छात्राओं को मदद करना।
- गणितीय कथन लिखने और बीजगणितीय व्यंजकों को बनाने में छात्र-छात्राओं को मदद करने के तरीके।
- बातों के द्वारा सीखने के लिए और गणितीय शब्दकोश और शब्दावली के उपयोग से खुद को अभिव्यक्त करने के लिए छात्र-छात्राओं को प्रोत्साहित करने हेतु कुछ उपाय।

इस इकाई का संबंध NCF (2005) और NCFTE (2009) की दर्शाई गई शिक्षण आवश्यकताओं से है। संसाधन 1।

1 विद्यालयीय गणित में चर और अचर

गणितीय तर्कशक्ति और समझ विकसित करने के लिए चर और अचर की भूमिका समझना आवश्यक है। बीजगणितीय व्यंजकों को सगझने के लिए यह आवश्यक है और यह छात्र-छात्राओं को 'अलग अलग तरीकों से गणितीय संबंधों को अभिव्यक्त करने और उनके बारे में अधिक जानने' में सक्षम बनाती है (वॉटसन और अन्य, 2013, पृ. 15)।

तकनीकी रूप से, 'आश्रित' चर, 'स्वतंत्र' चर और अचर होते हैं। अज्ञात x पारंपरिक रूप से स्वतंत्र चर दर्शाने के लिए उपयोग किया जाता है और ग्राफ़ बनाते समय पारंपरिक रूप से क्षैतिज अक्ष पर ही बनाया जाता है।

उदाहरण के लिए इस व्यंजक में:

$$y = x + 4$$

जहाँ x और y पूर्णांक हैं:

- x स्वतंत्र चर है और उस समुच्चय के किसी भी मान के लिए मौजूद हो सकता है जिसके लिए व्यंजक परिभाषित किया गया है। इस उदाहरण में इसका अर्थ है कि वह कोई भी पूर्णांक हो सकता है।
- y को आश्रित चर के रूप में वर्णित किया जाता है। वह आश्रित होता है क्योंकि उसका मान x के मान पर निर्भर करता है। वह एक चर है क्योंकि x की तरह, वह उस समुच्चय के किसी भी मान के लिए मौजूद हो सकता है जिसके लिए व्यंजक परिभाषित किया गया है। इस उदाहरण में इसका अर्थ है कि वह कोई भी पूर्णांक हो सकता है।
- 4 अचर राशि है, अर्थात्, एक स्थिर राशि है, स्वतंत्र या आश्रित चरों के मान चाहे जो भी हो।

शोध बताता है कि चर और अचर के बारे में जानने में और सामान्य रूप से बीजगणित सीखने में छात्र-छात्राओं के सामने आने वाला एक मुख्य मुद्दा है, बीजगणितीय व्यंजकों में राशियों और चरों के बीच के संबंध को न समझना। इस इकाई का लक्ष्य छात्र-छात्राओं को संख्याओं और बीजगणितीय व्यंजकों के बीच संपर्कों के बारे में सोचने और बातें करने के लिए प्रेरित करके चर और अचर को अर्थ देकर इस समझ को विकसित करना है।

2 बातों के ज़रिए चरों और अचरों के बारे में सीखना

छात्र-छात्राओं के लिए किसी भी गणितीय धारणा की समझ विकसित करने और उसे अर्थ देने का एक सटीक उपाय है उसके बारे में बातें करना:

बच्चों को यह सीखना ज़रूरी है कि... उनके खुद के गणितीय अर्थ बनाने, नियंत्रित करने और व्यक्त करने और साथ ही दूसरों की गणितीय भाषा की व्याख्या करने के लिए गणितीय भाषा का उपयोग कैसे करें।

(पिम, 1995, पृ. 179)

वे छात्र जो 'गणित की भाषा' बोलना नहीं सीखते वे कई बातों में पीछे रह जाते हैं; खास तौर पर, जैसा ऊपर पिम कहते हैं, उनके पास अपने खुद के गणितीय विचारों को बनाने, नियंत्रित करने और अभिव्यक्त करने के लिए संसाधन उपलब्ध नहीं होते।

छात्र-छात्राओं को गणित के बारे में बात करने के लिए प्रोत्साहित करना और ऐसा करने के लिए उचित शब्दकोश और शब्दावली विकसित करने में उनकी मदद करना सीखने का एक महत्वपूर्ण हिस्सा है। सोचना और संवाद करना इतने घनिष्ठ रूप से आपस में जुड़े हुए हैं (सफ़ार्ड, 2010) कि यह जानना संभव नहीं है कि कोई कहाँ रुकता है और दूसरा कहाँ से शुरू करता है। यदि आप चाहते हैं कि आपके छात्र गणित के बारे में सोचें, उसे समझें और इस प्रकार प्रभावशाली ढंग से गणित सीखें, तो उन्हें अपने गणितीय विचारों को व्यक्त करना भी सीखना होगा।

छात्र इस बारे में बात भी कर पाएँगे कि वो एक दूसरे के बारे में क्या सोच रहे हैं। दूसरे के साथ संवाद करने के लिए विचारों को विकसित करने की गतिविधि गलतफहमियों को सुधारने में उन्हें सक्षम कर सकता है। यह देखा गया है कि जो विचार किसी ऐसी चीज़ में बनाए जाएँ जिसे संचारित किया जा सके, उन्हें छात्र-छात्राओं द्वारा याद रखे जाने की अधिक संभावना होती है (ली 2006); दूसरे शब्दों में इसका अर्थ है कि छात्र-छात्राओं में उन विचारों को समझने की अधिक संभावना होती है।

पहली गतिविधि में छात्र-छात्राओं से उनके वास्तविक जीवन के अनुभवों में राशियों को पहचानने के बारे में विचार करने को कहा जाता है। इसमें उनकी कल्पनाशक्ति को सक्रिय करने के लिए एक चित्र का उपयोग किया जाता है। इस गतिविधि में अत्यावश्यकता, प्रतिस्पर्धात्मकता और उत्तेजना का बोध कराने हेतु उपाय बताने के लिए छात्र-छात्राओं को एक कम समय सीमा देने का सुझाव दिया जाता है। इसका यह भी अर्थ होता है कि उनके पास बीजगणित करने को लेकर चिंतित होने के लिए कम समय बचेगा।

इस अंक में अपने छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने से पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह या आंशिक रूप से स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा अगर आप अपने किसी सहकर्मी के साथ मिलकर इसे करने का प्रयास करें क्योंकि स्वयं के अनुभव के आधार पर सिखाना आसान होगा। स्वयं प्रयास करने से आपको किसी शिक्षा ग्रहण करने वाले व्यक्ति के अनुभव का ज्ञान होगा, जो आपके शिक्षण और एक शिक्षक के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित करेगा। जब आप तैयार हों, तो एक बार फिर अपने छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधियों का उपयोग करें और विचार करके इस बारे में नोट बनाएँ कि गतिविधि कैसी हुई और उसके ज़रिए क्या सीखा गया। इससे आपको अधिक छात्र-केंद्रित शैक्षिक वातावरण बनाने में मदद मिलेगी।

गतिविधि 1: चित्र हजार शब्दों के बराबर होते हैं

तैयारी

इस गतिविधि को जोड़ियों और छोटे-छोटे समूहों में करना सबसे अच्छा रहता है। सुनिश्चित करें कि समूह के छात्र बैठे हों ताकि वे एक दूसरे को अच्छे से सुन सकें। यदि किसी भी समय आपको लगता है कि छात्र-छात्राओं को और अधिक समय की ज़रूरत है, तो उन्हें कुछ बोनस या अतिरिक्त समय दे दें। हो सकता है कि आप प्रमुख संसाधन 'जोड़ी में कार्य का उपयोग' को देखना चाहें।

गतिविधि

अपने छात्र-छात्राओं से निम्नलिखित पूछें:

- आपमें से कितने लोगों ने ऑटोरिक्शा में सफर किया है? चित्र 1 में श्री राकेश को एक ऑटोरिक्शा में जाते दिखाया गया है। अपने समूहों में, ऐसी यथासंभव अधिक (मापनीय) राशियों (quantities) के बारे में सोचें जो एक ऑटोरिक्शा सफर के साथ जुड़ी हों। जो समूह चार मिनट में ऐसी सबसे अधिक राशियों को लिखे वह विजेता होगा। आपका समय शुरू होता है ... अब।



चित्र 1: ऑटोरिक्शा चालक और यात्री। (स्रोत: मोहम्मद माहदी करीम)

फिर उन्हें अपने विचारों को सारी कक्षा के साथ बांटने को कहें। यह निम्न रूप से व्यवस्थित किया जा सकता है:

- समय सीमा के अंत में, उन्हें अपनी पेंसिलें नीचे रखने को कहें।
- उन्हें उनके द्वारा लिखी गई चीजों की संख्या गिनने के लिए दस सेकंड दें।
- अब वह समूह चुनें जिसने न्यूनतम और वह समूह जिसने अधिकतम राशियाँ लिखीं।
- सबसे कम राशियाँ लिखने वाले समूह के दो छात्र-छात्राओं और सबसे अधिक राशियाँ लिखने वाले समूह के दो छात्र-छात्राओं को उनके द्वारा सोची गई राशियों को एक साथ ब्लैकबोर्ड पर लिखने के लिए कहें – इससे समय की बचत होगी। छात्र-छात्राओं को ब्लैकबोर्ड के पास रहने को कहें।
- कक्षा के प्रत्येक समूह से उनके द्वारा बताई गई कोई भी राशियों को बोलने के लिए कहें जो पहले से ब्लैकबोर्ड पर मौजूद राशियों से अलग हैं। ब्लैकबोर्ड के पास खड़े छात्र-छात्राओं में से एक से सारे नए सुझावों को लिखने को कहें। ब्लैकबोर्ड पर इतनी सारी राशियाँ लिखे होने का अर्थ यह हुआ कि यह तुरंत किया जा सकता है।
- जल्द ही आपके ब्लैकबोर्ड पर एक ऑटोरिक्शा सफर से जुड़ी कई राशियाँ लिखी होंगी। इनमें से कुछ में निम्नांकित हो सकती हैं:
 - मुसाफिरों की संख्या
 - यात्रा का कुल किराया
 - यात्रा में लगा समय
 - यात्रा की दूरी
 - ऑटोरिक्शा में पहियों की संख्या
 - ऑटोरिक्शा के प्रत्येक पहिये पर बोल्टों की संख्या
 - ऑटोरिक्शा का पंजीकरण संख्या

- ऑटोरिक्शा की रफ्तार
- ऑटोरिक्शा की कीमत
- ऑटोरिक्शा का माइलेज।

यदि हो सके तो इस सूची को ब्लैकबोर्ड पर छोड़ दें और अपने छात्र-छात्राओं को उसे उतारने को कहें। उन्हें गतिविधि 2 के लिए इसकी ज़रूरत पड़ेगी।



इस गतिविधि का उपयोग चर-अचर सीखने के क्रम में कक्षा VII में 12 वें पाठ बीजगणित एवं कक्षा VII के पाठ: 9 बीजीय व्यंजक के पुरुआत में कर सकते हैं।

वीडियो: जोड़े में कार्य का उपयोग करना



केस स्टडी 1: गतिविधि 1 का उपयोग करके श्रीमती शीला यह प्रदर्शित करती हैं

यह उस शिक्षिका की कहानी है जिन्होंने अपने प्राथमिक छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधि 1 का प्रयास किया।

मैं खुद कभी-कभी चर और अचर और उनका एक दूसरे के साथ क्या संबंध है, इस बारे में दुविधा में पड़ जाती हूँ, इसलिए एक ओर तो मुझे लगा कि कक्षा में इन गतिविधियों को करना मेरे खुद के विषय ज्ञान विकास के लिए अच्छा होगा, दूसरी ओर इससे मुझे थोड़ा डर भी लगा। क्या होगा यदि मैं कक्षा में, अपने छात्र-छात्राओं के सामने इस तरह दुविधा में पड़ जाऊँ? इसलिए मैंने गतिविधि 1, 2 और 3 पहले अकेले ही की और फिर भोजनावकाश के दौरान एक सहकर्मी के साथ करके देखी। मेरे खुद के करने और अपने सहकर्मी के साथ करने के बीच अंतर यह था कि जब हम हमारी समझ में कोई चीज़ नहीं आती तो हम एक दूसरे के साथ बात करते थे और एक दूसरे की मदद करते थे। और साथ ही, मिल कर हमने कई बड़े मज़ेदार उदाहरण ढूँढ निकाले जिसका मतलब हम बीजगणित करते समय खूब हँसे! पहली बार करके देखने पर मैंने कक्षा में इन गतिविधियों को करके देखने के लिए खुद को पूरी तरह तैयार महसूस किया।

गतिविधि 1 से परिचय करवाने के लिए मैंने छात्र-छात्राओं को श्री राकेश का चित्र दिखाया और मैंने ऑटोरिक्शा में उनके खुद के सफ़र के बारे में कक्षा को कुछ बताने के लिए कहा। इससे असल में कुछ अतिरिक्त चरों के बारे में सोचने में मदद मिली, जैसे कि: आंटी अंजू का घर कितना दूर था, पार्क कितनी दूर था, इन यात्राओं में यात्रियों की अलग अलग संख्या, उसमें लगा समय और क्या सड़कें साफ़ थीं या उन पर मानसून में हुई बारिश के कारण कुछ पानी भरा हुआ था, इनमें क्या बदलाव आए। तब जाकर मैंने उन्हें गतिविधि करने को कहा।

मैंने उन्हें चार-चार के समूहों में कार्य करने को कहा। उन्हें ये बताते ही, कि उनके पास केवल चार मिनट हैं, वे तुरंत शुरू हो गए और माहौल एकदम प्रतियोगिता और उत्सुकता से भर गया। हालाँकि मुझे यह भी महसूस हुआ कि उन्हें केवल चार मिनट देकर मैंने उनमें से कुछ शर्मीले छात्र-छात्राओं को एक तरह से ज्यादा योगदान न देने का बहाना दे दिया था। शायद अगली बार मैं उन्हें कुछ लंबा समय दूँ और अतिरिक्त निर्देश दूँ ताकि यह सुनिश्चित हो सके कि समूह का हर छात्र कम से कम दो विचारों का तो योगदान दे।

कक्षा को फ़ीडबैक (प्रतिपुष्टि) देने के लिए मैंने गतिविधि में सुझाया गया तरीका अपनाया। इसका बड़ा फ़ायदा यह था कि सारी कक्षा के योगदानों का मूल्यांकन करते-करते ही हमारे पास रिकॉर्ड समय में ब्लैकबोर्ड पर उदाहरणों का अंबार लग

गया। मैंने सोचा कि वो एक अच्छा विचार था — मेरी कक्षा में करीब 90 छात्र हैं और मैं अक्सर 'समूची कक्षा के साथ साझा करने' से बचती हूँ क्योंकि उसमें बहुत समय लगता है।

आपके शिक्षण अभ्यास के बारे में सोचना

अपनी कक्षा के साथ ऐसा कोई अभ्यास करने पर बाद यह सोचें कि क्या ठीक रहा और कहाँ गड़बड़ी हुई। ऐसे प्रश्न सोचें जिनसे छात्र-छात्राओं में रुचि पैदा हो तथा उनके बारे में उन्हें समझाएँ ताकि वे उन्हें हल करके आगे बढ़ सकें। ऐसे चिंतन से ऐसी सोच बन जाती है, जिसकी मदद से आप छात्र-छात्राओं के मन में गणित के प्रति रुचि जगा सकते हैं और उसे मनोरंजक बना सकते हैं। अगर छात्र-छात्राओं को समझ नहीं आ रहा है और वे कुछ नहीं कर पा रहे हैं, तो इसका मतलब है कि उनकी इसमें सम्मिलित होने की रुचि नहीं है। हर बार गतिविधियाँ करते समय इस विचारात्मक अभ्यास का उपयोग करें, यह ध्यान रखते हुए कि श्रीमती शीला ने कुछ मामूली परिवर्तन किए थे जिससे काफी फर्क पड़ा था।



ज़रा सोचिए

निम्न चिंतन को बढ़ावा देने वाले अच्छे प्रश्न हैं:

- आपकी कक्षा में इसका प्रदर्शन कैसा रहा?
- छात्र-छात्राओं से कैसी प्रतिक्रियाएँ अनपेक्षित थीं? क्यों?
- क्या किसी भी समय आपको ऐसा लगा कि हस्तक्षेप करना चाहिए?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे क्या कारण था?

	<p>कक्षा VI पाठ 12 बीजगणित एवं कक्षा VII के पाठ 9 बीजीय व्यंजक के आरम्भ चर अचर की प्रारंभिक जानकारी देते समय कर सकते हैं।</p>
--	---

3 चरों और अचरों को पहचानना

पिछली गतिविधि में छात्र वास्तविक जीवन के अपने अनुभवों का उपयोग करके उन्हें राशियों की गणितीय अवधारणा से जोड़ते थे। दूसरी गतिविधि में छात्र-छात्राओं को उनके द्वारा गतिविधि 1 में पहचानी गई राशियों के आधार पर चरों और अचरों में अंतर करने के लिए कहा जाता है।

इन अवधारणाओं के बीच अंतर के संबंध में छात्र-छात्राओं की समझ को विकसित करने में उन्हें मदद करने के लिए यह महत्वपूर्ण है कि वे इसके बारे में बात करें। छात्र-छात्राओं से यह अपेक्षा करना महत्वपूर्ण है कि वे गणितीय शब्दों का स्वयं उपयोग करें और जहाँ उन्हें ऐसा करना हो वहाँ उस तरह का माहौल पैदा करें। इससे आपके छात्र बीजगणितीय व्यंजकों, चरों और अचरों की पहचान, उपयोग और उनके बारे में एक दूसरे से संवाद करने में सक्षम होंगे। 'एक गणितज्ञ के समान बोलना' और गणित को बस *याद करने* की बजाय उसे *समझना* एक महत्वपूर्ण कदम है।

छात्र-छात्राओं से पूछना कि 'क्या समान रहेगा?' या 'क्या बदलेगा?' अगली गतिविधि चर्चा आरंभ करने तथा चर और अचर की पहचान में मदद कर सकती है।

गतिविधि 2: क्या समान रहेगा, क्या बदलेगा?

इस गतिविधि को छोटे-छोटे समूहों या जोड़ियों में करना सबसे अच्छा रहता है। यह महत्वपूर्ण है कि सभी छात्र-छात्राओं के पास यह कहने का मौका हो कि वो अपनी गणितीय शब्दावली को समृद्ध करने के लिए क्यों कर रहे हैं।

- छात्र-छात्राओं से गतिविधि 1 की उन राशियों की सूची देखने को कहें जो उन्होंने अपनी पुस्तक में लिखी थी और

ब्लैकबोर्ड पर सूचीबद्ध की थी। फिर अपने समूह या जोड़ी में, उनसे पहचानने, चर्चा करने और एक नोट बनाने के लिए कहें कि इनमें से कौन सी:

- राशियों के मान बदल जाएँगे, उन्हें 'चर' कहा जाता है
- राशियों के मान नहीं बदलते, जो समान रहेंगी, उन्हें 'अचर' कहा जाता है।
- एक संपूर्ण कक्षा में, छात्र-छात्राओं को राशियों को चर या अचर के रूप में श्रेणीबद्ध करने के लिए उनके कारणों पर चर्चा करें।
- अब अपने छात्र-छात्राओं से छोटे-छोटे समूहों में कार्य करने को कहें, चरों में से तीन को चुनने के लिए कहें और चर्चा करें कि चर कैसे बदलेंगे। उन्हें खुद ही ऐसे तरीकों को रिकॉर्ड करने को कहें, लेकिन उन्हें चर, अचर, 'बदलाव' और 'समान रहना' जैसी शब्दावली का उपयोग करने के लिए अवश्य कहें।
- दो या तीन चर राशियों को चुनवायें जिन्हें पिछले चरण में सबसे ज्यादा देखा गया था और छात्र-छात्राओं को यह लिखने को कहें कि उन्होंने यह कैसे दर्ज किया था कि चर में बदलाव कैसे आएगा। ऐसे रिकॉर्डों पर कक्षा में चर्चा करें और जानें कि छात्र क्या सोचते हैं तथा उनके रिकॉर्ड और स्पष्ट कैसे बनाए जा सकते हैं।



इस गतिविधि का उपयोग कक्षा VI पाठ 12 एवं कक्षा VII के पाठ 9 में चर-अचर को परिभाषित करते समय कर सकते हैं।

केस स्टडी 2: श्रीमती शबाना गतिविधि 2 के बारे में बताती हैं

गतिविधि के पहले भाग में मैंने छात्र-छात्राओं से कहा कि दो या तीन की जोड़ी में काम करें ताकि वे एक दूसरे का लिखा हुआ देख सकें।

मैंने उन्हें प्रश्न बताया और मैंने छात्र-छात्राओं से उन राशियों के इर्द गिर्द एक बॉक्स बनाने को कहा जो बदल जाएँगी। जब वे यह कर रहे थे, तो मैं कक्षा में बिना किसी हस्तक्षेप के घूम रही थी। मैंने कई चर्चाएँ सुनी कि कोई राशि हमेशा बदलेगी या हमेशा वही रहेगी, चाहे जो हो जाए। शुरुआत में वे मजबूती से एक दूसरे को यकीन दिलाने की कोशिश नहीं कर पा रहे थे, लेकिन मुझे लगा कि जैसे-जैसे वे प्रयास करते गए वे इसमें बेहतर होते गए। जब वर्गीकरण के बारे में हमने पूर्ण कक्षा से चर्चा की तब अधिकांश छात्र-छात्रा खुद को काफी स्पष्ट रूप से व्यक्त करने में सक्षम हो गए थे। जिनकी आवाज़ कुछ दबी सी थी, उन्हें मैंने फिर एक बार वर्णन का अभ्यास करने के लिए भेज दिया और ज्यादातर को उससे मदद मिली।

हमारी सूची अब भी ब्लैकबोर्ड पर थी और पहले मैंने चरों पर बॉक्स भी बनाए (छात्र-छात्राओं के अनुरोध पर), लेकिन उससे सब अस्तव्यस्त दिखता था। तो मैंने सूची को नए सिरे से दो स्तंभों में लिखा – एक में लिखा था 'चर – वे राशियाँ जिनके मान बदलेंगे' और दूसरे में लिखा था 'अचर – वे राशियाँ जिनके मान समान रहेंगे'। मैंने सोचा पहले गणितीय शब्दों को लिखने से उन्हें वे शब्द सीखने में मदद मिलेगी।

गतिविधि के तीसरे भाग में उन्होंने चार से छः छात्र-छात्राओं के समूहों में कार्य किया। मैंने उन्हें उनके रिकॉर्ड लिखने के लिए कागज़ की एक बड़ी शीट दी और उनसे कहा कि हम इस अभ्यास के खत्म होने पर उन्हें दीवार पर लगाएँगे (जो हमने किया)। मुझे लगता है कि ऐसा करने से वे अधिक शुद्धता के साथ सोच पाए कि वे किसके बारे में लिख रहे हैं। जब वे चरण 3 पर काम कर रहे थे तो मैं कक्षा में घूम रही थी और मैंने तय किया कि गतिविधि के अंतिम भाग में हम दो चरों के बारे में विस्तार के साथ जानेंगे – पहला था पहियों की संख्या और दूसरा थोड़ा जटिल था एक समूह में अलग-अलग जगहों पर यात्रा करने के दौरान एक यात्री द्वारा अपने हिस्से के तौर पर अदा की जाने वाली राशि (या कीमत)।

अब छात्र-छात्राओं को उनके द्वारा रिकॉर्ड की गयी बातों को ब्लैकबोर्ड पर लिखने के लिए कहा तो उन्होंने विभिन्न तरह

की बातें लिखीं। पूर्ण वाक्य, बीजगणितीय व्यंजक और इन सबका मिश्रण ब्लैकबोर्ड पर लिखा गया। छात्र-छात्राओं की प्रस्तुतियों के आधार पर चर और अचर के संबंध में समानताओं और अंतरों पर चर्चा हुई।



इस केस स्टडी के अनुभवों को चर-अचर बच्चों ने सीखा या नहीं का मूल्यांकन करते समय कक्षा VI में पाठ 12 तथा कक्षा VII में पाठ 9 के अन्तर्गत किया जा सकता है।



ज़रा सोचिए

श्रीमती शबाना के पाठ में छात्र-छात्राओं और साथ ही शिक्षक के द्वारा भी ब्लैकबोर्ड पर बहुत कुछ लिखना और रिकॉर्ड करना शामिल था। आपके अनुसार इस तरीके के लाभ और संभावित हानियाँ क्या हैं?

अब सोचें कि आपके छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधि कैसी हुई और निम्नलिखित प्रश्नों पर विचार करें:

- छात्र-छात्राओं से कैसी प्रतिक्रियाएँ अनपेक्षित थीं? क्यों?
- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपने टास्क में ज़रा भी संशोधन किया, जिस प्रकार श्रीमती शबाना ने किया था? अगर हाँ, तो इसके पीछे आपका क्या कारण था?

4 औपचारिक बीजगणितीय कथन और व्यंजक लिखना

प्रोफेशनल गणितज्ञ घट रही घटनाओं की गतिकी और उसमें परिवर्तनों का पूर्वानुमान करने और उनका वर्णन करने के लिए मॉडल विकसित करते हैं। ऐसा करके वे यह अंदाज़ा लगाना संभव कर देते हैं कि परिवर्तन होने पर क्या ज़रूरी हो सकता है, जो कि योजना बनाने हेतु बहुत महत्वपूर्ण है। यह गणितीय मॉडलिंग इस बात पर निर्भर होती है कि चर और अचर क्या हैं, कौन-कौन से आपस में जुड़े हैं और वे कैसे जुड़े हैं। गतिविधि 1 और 2 में इस पर विचार किया गया है। अगला चरण यह तय करने से संबंधित है कि ये चर और अचर कैसे एक दूसरे को प्रभावित करते हैं और कैसे एक दूसरे से जुड़े हैं और गणितीय रूप से व्यक्त किए गए कथन बना कर इस 'मॉडल' को एक गणितीय रूप में कैसे रिकॉर्ड करें।

अगली गतिविधि इस बारे में आपकी सोच को विकसित करेगी कि ऐसे गणितीय मॉडल के सरल संस्करण कैसे बनाएँ और गतिविधि 1 और 2 की सीखों पर कैसे आगे बढ़ें। ये कार्य जोड़ियों या छोटे समूहों में कार्य कर रहे छात्र-छात्राओं के लिए खासतौर पर अच्छा होता है क्योंकि इससे अधिक विचार सामने आते हैं और कहीं अटक जाने पर छात्र एक दूसरे की सहायता कर सकते हैं।

गतिविधि 3: बीजगणितीय व्यंजकों में चर और अचर राशियाँ

[शिक्षक के लिए नोट: यह कार्य पूर्णांक संख्याओं का उपयोग करके ही सरलीकृत किया जा सकता है।]

भाग 1: श्री राकेश अपना ऑटोरिक्षा किराया गिनते हैं

- छात्र-छात्राओं को श्री राकेश द्वारा एक ऑटोरिक्षा में की गई शहर की यात्रा की याद दिलाएँ। यह सुनिश्चित करने के लिए कि उनसे अधिक किराया न लिया जाए, श्री राकेश खुद गिनते हैं।
- ऑटोरिक्षा चालक 2 किलोमीटर तक की यात्रा के लिए रु. 25 किराया लेता है। उसके बाद रु. 0.80, अगले हर अतिरिक्त 0.1 किमी का किराया होता है।

छात्र-छात्राओं से करने के लिए कहें:

- श्री राकेश द्वारा 3.6 किमी, 6.7 किमी, 12.3 किमी, 25.9 किमी, 31 किमी, 1,000 किमी, 1 करोड़ किमी और अंत में 'X' किमी की यात्रा करने पर अदा किए गए किराए की गणना करें।
- प्रत्येक उत्तर के लिए आपने जिस तरह गणना की, वह विधि लिखें। क्या आपको X किमी की कीमत जानने के लिए अपनी विधि बदलनी पड़ी? अपने सहपाठियों के साथ अपने उत्तर की जाँच करें।
- अब इस कथन को बीजगणित या शब्दों में पूरा करें:
यदि श्री राकेश X किमी की यात्रा करते हैं, तो उन्हें _____ किराया देना पड़ेगा।

ध्यान रहे कि उपरोक्त संपूर्ण वाक्य 'यदि श्री राकेश ...' एक कथन कहलाता है। जिसे छात्रों को अंत में भरना है, इस मामले में कुछ इस तरह लिखें

$25 + 8(x - 2)$, जहाँ $x > 2$, तो इसे 'बीजगणितीय व्यंजक' कहते हैं। यदि छात्र अब भी बीजगणितीय संकेत (notation) में लिख नहीं पाते हैं तो उन्हें अपने शब्दों में वाक्य बना कर लिखना चाहिए।

भाग 2: अपने कथन खुद बनाएँ

छात्र-छात्राओं से कहें कि गतिविधि 2 में उनके द्वारा बनाई गई चर और अचर की सूची का उपयोग करके लागत या समय जैसी अवधारणाओं के लिए शब्दों या बीजगणितीय व्यंजकों के साथ अपने खुद के कथन बनाएँ।

आपके सारे छात्र चर और अचर का उपयोग करके अपने खुद के कथन बनाने की अपनी समझ में शायद एक स्तर पर न हों। यह गतिविधि आपको उनके प्रदर्शन की निगरानी करने और उन्हें रचनात्मक फीडबैक (प्रतिपुष्टि) प्रदान करने का एक शानदार अवसर देती है। गतिविधि के इस पहलू के लिए आपको तैयार होने में मदद के लिए आप शायद एक प्रमुख संसाधन की 'अनुश्रवण करना और फीडबैक देना' पर एक नज़र डालना चाहें।



बीजीय व्यंजक को परिभाषित करने एवं समझ विकसित करने के क्रम में कक्षा 6 VI में पाठ 12, कक्षा VII में पाठ 9 एवं कक्षा VIII में पाठ 9 बीजीय व्यंजक के लिए किया जा सकता है

वीडियो: अनुश्रवण करना और फीडबैक देना



केस स्टडी 3: गतिविधि 3 के उपयोग का अनुभव श्रीमती मनोरमा बताती हैं

मैंने छात्र-छात्राओं से गतिविधि 3 के भाग 1 पर जोड़ी में या तीन के समूहों में कार्य करने को कहा क्योंकि मुझे लगा इससे उन्हें मदद मिल सकती है और यदि वे नहीं जानते कि कैसे करें तो उनकी समस्या हल की जा सकती है।

जब वे इस पर कार्य कर रहे थे, मैं घूमते हुए यह देख रही थी कि श्री राकेश को कितना किराया देना होगा इसकी गणना कैसे कर रहे थे। मैंने देखा कि वे अलग अलग विधियों का उपयोग कर रहे थे। मैंने सोचा उन्हें सारी कक्षा के साथ साझा करना बेहतर होगा ताकि छात्र देख सकें कि एक प्रश्न को हल करने के कई तरीके हो सकते हैं। तो लगभग पाँच मिनटों के बाद मैंने कक्षा को रोका और ऐसे दो छात्र-छात्राओं को ब्लैकबोर्ड के पास बुलाया जिन्हें मैं जानती थी कि उन्होंने अलग-

अलग तरीकों का उपयोग किया था और उनसे लिखने को कहा। फिर मैंने पूछा कि किसने उसे अलग तरीके से किया है और उन्हें बताने को कहा कि उन्होंने अपनी गणना कैसे की थी।

मैंने देखा कि सारे छात्र-छात्रा नहीं सुन रहे थे, तो मैंने सभी छात्र-छात्राओं से कहा कि वे अपने अपने समूह या जोड़ी में दूसरों के द्वारा उपयोग की गई विधि को समझें। हमने एक बार फिर सारी कक्षा के साथ इसपर चर्चा की। इसके परिणामस्वरूप वे गलतियों को ढूँढ पाए और उन पर चर्चा कर पाए। उदाहरण के लिए सीमा और उसके साथी ने 0.8 किमी के गुणज निकाल कर प्रत्येक गुणज की कीमत निकाली थी। फिर उन्होंने प्रश्न में पूछे गए गुणज के सबसे करीब वाला उपयोग किया। लेकिन वह भूल गई थी कि पहले दो किलोमीटर का किराया निर्धारित था। जय के समूह ने उसकी विधि की जाँच की और उन्होंने बताया कि वे इस निर्धारित किराए को गिनना भूल गए थे। इस प्रकार न केवल वे किसी हल तक पहुँचने के अलग अलग तरीकों को देख पाए, बल्कि वे ये भी देख पाए कि उन्होंने क्या छोड़ दिया था।

ज्यादातर छात्र कथन को शब्दों में पूरा कर सके थे और कक्षा के एक तिहाई छात्र-छात्राओं ने कथन को एक बीजगणितीय व्यंजक से पूरा करने का प्रयास किया था। हालाँकि बीजगणितीय व्यंजक बहुत कम ही सही होता था। मैंने कुछ छात्र-छात्राओं को आकर ब्लैकबोर्ड पर अपने कथनों को बीजगणितीय व्यंजक के साथ-साथ शब्दों में लिखने को कहा। फिर हमने यह चर्चा की कि वे कैसे जुड़े हुए थे और क्या हम गणितीय संकेतन (**notation**) को बेहतर बना सकते हैं।

गतिविधि के भाग 2 ने उन्हें इसके साथ प्रयोग करने में मदद की, जो कि उपयोगी था। मुझे लगता है कि छात्र-छात्राओं के लिए बीजगणितीय नोटेशन और वह कथन के साथ शब्द में कैसे संबद्ध है इस संबंध में चर्चा करने में सक्षम होना मददगार था और मुझे एहसास हुआ कि मैंने उन्हें पहले कभी इसका मौका नहीं दिया था।



ज़रा सोचिए

- क्या किसी भी समय आपको ऐसा लगा कि हस्तक्षेप करना चाहिए?
- क्या आपके सभी छात्र-छात्रा गतिविधि में व्यस्त थे?
- किन बिंदुओं पर आपको और समझाना ज़रूरी लगा?
- क्या आपने श्रीमती मनोरमा की तरह कार्य को किसी भी तरह से संशोधित किया था? अगर हाँ, तो इसके पीछे क्या कारण था?



बीजीय व्यंजक प्रस्तुतिकरण में कक्षा VI, VII एवं VIII में मूल्यांकन हेतु इस केस स्टडी का उपयोग हो सकता है

5 क्रिकेट में बीजगणित

राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूपरेखा (एनसीएफ, 2005) ने पाठ्यक्रम में ज्ञान तक पहुँच के बारे में अपने एक नियम का कुछ इस तरह वर्णन किया है:

ज्ञान को 'स्थितिपरक' करने और उसकी प्रासंगिकता और सार्थकता को साकार करने के लिए स्थानीय और प्रासंगिक स्थितियों से जुड़ना; स्कूल से बाहर के अपने अनुभवों की पुष्टि करना; इन अनुभवों के संदर्भ में अवलोकन, संवाद, वर्गीकरण, प्रश्न पूछने और तर्कशक्ति से सीखना।

(एनसीएफ, 2005, पृ. 33)

गतिविधि 4 का लक्ष्य यही करना है। यह गतिविधि समेकन अभ्यास के रूप में इस्तेमाल की जा सकती है, जहाँ छात्र पिछली गतिविधियों से प्राप्त सीखों को एक नए संदर्भ में उपयोग करते हैं, ऐसा संदर्भ जिससे वे अच्छी तरह परिचित हैं, - और वो है क्रिकेट।



वीडियो: स्थानीय संसाधनों का उपयोग कसा

गतिविधि 4: रन प्रति ओवर

इस गतिविधि में छात्र एक क्रिकेट के खेल में चर राशियों से परिचित होते हैं।



चित्र 2: क्रिकेट खेलते छात्र।

तैयारी

इस गतिविधि के लिए छात्र वाकई बाहर जाकर क्रिकेट खेल सकते हैं। वैकल्पिक रूप से, इसे कक्षा में ही खेला जा सकता है जहाँ प्रत्येक बॉल पर खिलाड़ी को मिलने वाले रनों की संख्या के लिए पासा फेंका जा सकता है। (पासे पर, पाँच को शून्य माना जाएगा क्योंकि एक बॉल पर पाँच रन शायद ही बन पाता है!) यदि पासा टेबल से नीचे गिरा तो वो आउट!

गतिविधि

छात्र-छात्राओं से कहें:

- आइए हम 5-5 ओवर का क्रिकेट मैच खेलते हैं। इसके लिए हम पाँच छात्र-छात्राओं की दो टीम बनाने वाले हैं। हर टीम में लड़का और लड़की दोनों होंगे। हर टीम के लिए एक छात्र को स्कोर कीपर बनाया जाएगा (हर बार लड़की नहीं!)। हर टीम को पाँच ओवर मिलेंगे।
- छः बॉल हो जाने के बाद उस ओवर का स्कोर जोड़ दिया जाएगा।
- हर ओवर में स्कोर किए गए रनों की संख्या रिकॉर्ड करके दोनों स्कोरर मिल कर तालिका 1 भरते हैं:

तालिका 1: स्कोरिंग कार्ड।

ओवर	टीम 1	टीम 2
1		
2		
3		
4		
5		
कुलयोग		

मैच के बाद कक्षा से निम्नलिखित प्रश्नों पर चर्चा के लिए कहें। बड़ी कक्षाओं में पहले छात्र-छात्राओं से इन प्रश्नों पर छोटे-छोटे समूहों में चर्चा करने को कहना और फिर उन्हें पूरी कक्षा के साथ चर्चा करना अच्छा काम करता है।

1. क्या हर टीम ने हर ओवर में समान रन बनाए? क्यों?
2. प्रति ओवर में अधिकतम मितने रन बनाये जा सकते हैं? क्यों? (शिक्षक के लिए नोट: विकेट के बीच दौड़ कर एक, दो या तीन रन लिए जा सकते हैं, बाउंडरी छूने पर चार रन और बिना ज़मीन छुए सीधे बाउंडरी के ऊपर से जाने पर छः रन – तो अधिकतम छः छक्के मार कर छत्तीस रन लिए जा सकते हैं। यह दर्शाता है एक चर राशि, जो कि सीमित मान ले सकती है।)
3. हर टीम के लिए क्या हर ओवर में लिए गए रनों की संख्या में कोई स्पष्ट रुझान दिखता है? क्या यह रुझान दोनों टीमों के लिए समान है? यदि नहीं तो आपको क्या लगता है कि रुझान अलग क्यों है?
4. यदि यह छः ओवर का मैच होता तो हर टीम द्वारा कितने रन स्कोर किए जाते? यदि हर टीम को छः ओवर मिलते तो क्या मैच का परिणाम वही होता या अलग होता?
5. निम्नलिखित में से कौन सी राशियाँ चर हैं? दूसरे शब्दों में, मैच के दौरान क्या बदला हुआ हो सकता है?
 - प्रत्येक गेंदबाज द्वारा ली गई विकेटों की संख्या
 - प्रत्येक टीम द्वारा किए गए ओवरों की संख्या
 - अलग अलग बल्लेबाजों द्वारा स्कोर किए गए चौकों की संख्या
 - मैच में उपयोग की गई गेंद का वज़न।
6. मैच के दौरान और कौन सी राशियाँ बदली होंगी? कौन सी राशियाँ अचर होंगी (जो मैच के दौरान अपरिवर्तित रही होंगी)?

गतिविधि 3 के भाग 2 की तरह, छात्र-छात्राओं से चर और अचर की सूची का उपयोग करके बीजगणितीय व्यंजकों के साथ

अपने खुद के कथन बनाएँ।

वीडियो: सभी को शामिल करना



केस स्टडी 4: श्री मनीष गतिविधि 4 के उपयोग के बारे में बताते हैं

चूँकि क्रिकेट उन सभी का पसंदीदा खेल है, छात्र-छात्राओं ने चर्चा में बढ़ चढ़ कर हिस्सा लिया और गतिविधि में योगदान दिया। कल मैंने छात्र-छात्राओं से अगले दिन संभव हो तो उनके क्रिकेट बैट और बॉल स्कूल में लाने को कहा था।

मेरी कक्षा में लड़के और लड़कियाँ दोनों हैं और मैंने सोचा लड़कियाँ शायद खुद को अलग पाएँ या लड़कों को शायद लगे कि ये सिर्फ उनके ही लिए है! इसलिए मैंने गतिविधि के बारे में उन्हें बताते समय कहा कि मैंने अखबार में राष्ट्रीय भारतीय महिला क्रिकेट टीम के बारे में पढ़ा और वे कितना अच्छा खेल रही हैं। मैंने कुछ नाम भी लिए जैसे राजस्थान से टीम कप्तान मिताली राज, बंगाल की झूलन 'बाबुल' गोस्वामी, जिसने इस खेल में शानदार प्रदर्शन के लिए मिताली की तरह सरकार का अर्जुन पुरस्कार जीता है और जो पहले कप्तान भी रह चुकी हैं।

मैंने खेल के कुछ नियमों पर भी चर्चा की जिनके बारे में गतिविधि पूरी करने के लिए जानना ज़रूरी था, ताकि बाद में कोई समस्या न हो। फिर हम बाहर गए और हमने यह खेल खेला। हमने लड़के और लड़कियों की मिलीजुली टीम बनाई, लड़कियों को लड़कों के विरुद्ध, लड़कों को लड़कों के विरुद्ध और लड़कियों को लड़कियों के विरुद्ध खिलाया।

पूर्ण कक्षा की चर्चा की तैयारी में मैंने कुछ बदलाव करने का फैसला किया और पहले प्रश्न 1 से 3 पर काम किया और उसके बाद ही हम बाकी के प्रश्नों पर गए। मुझे लगा कि चरों और अचरों के बारे में चर्चा समाप्त न हो जाये किन्तु ऐसा नहीं हुआ क्योंकि यह उस गणित के बारे में था जिसे मैं उन्हें सिखाना चाहती थी। अतः मैंने ब्लैकबोर्ड पर प्रश्न 1 से 3 लिखे और छात्र-छात्राओं से अपनी पाँच की टीम में इन पर चर्चा करने के लिए कहा। फिर, हमने इस बारे में पूरी कक्षा के साथ चर्चा की।

फिर, मैंने ब्लैकबोर्ड पर प्रश्न 4 और 5 लिखे, पुनः इन पर अपनी टीम में चर्चा के लिए और शीर्षक के रूप में 'क्रिकेट के खेल में चर और अचर' के साथ अपनी पुस्तक में एक सूची बनाने के लिए उनसे कहा। ऐसा करने के लिए मैंने उन्हें पाँच मिनट का समय दिया। फिर, हमने पूरी-कक्षा के साथ चर्चा की। मैंने उन्हें हर बार 'चर' और 'अचर' शब्दों का उपयोग करने के लिए कहा ताकि वे शब्दावली से परिचित हो सकें।

पाठ की समाप्ति पर, मैं यह निश्चित रूप से कह सकती हूँ कि उनमें से अधिकांश इस बात को लेकर आश्वस्त थे कि चर राशियाँ क्या हैं और अचर राशियों का क्या अर्थ है। वे यह भी देख सकते थे कि भले ही एक अक्षर द्वारा चर राशि को इंगित किया जा रहा है तथापि वह एक संख्या है। कुछ छात्र बीजगणितीय तरीके से अपने कथन लिखने में समर्थ थे, अन्य शब्दों में अपने कथन का वर्णन करने में समर्थ थे। मैं इस बात से खुश थी कि वे अंतर करना सीख गये थे और वे अपनी वर्तमान स्थिति से अपनी सीख को आगे ले जाने में समर्थ थे।

पाठ की समाप्ति पर, मैंने उन्हें अब घर पर और मित्रों के साथ 'क्रिकेट के खेल में चर और अचर' पर चर्चा करने के लिए कहा। मुझे नहीं पता कि उन्होंने ऐसा किया या नहीं, लेकिन ऐसा महसूस हुआ कि वे इस विचार से सहमत थे!



ज़रा सोचिए

- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपको किसी समय में लगा कि आपको हस्तक्षेप करना होगा? किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- किन छात्र-छात्राओं को पुनर्बलन की ज़रूरत हो सकती है?
- क्या किसी भी समय आपको ऐसा लगा कि हस्तक्षेप करना चाहिए? अगर हाँ, तो इसके पीछे क्या कारण था?



गतिविधि 4 एवं केस स्टडी 4 का उपयोग सीखी गई जानकारी के मूल्यांकनार्थ कक्षा VI में पाठ 12 तथा कक्षा VII एवं VIII में पाठ 9 में किया जा सकता है।

6 सारांश

इस इकाई में दो महत्वपूर्ण मुद्दों पर ध्यान केंद्रित करने के लिए चर और अचर के शिक्षण के बारे में विचारों का प्रयोग किया गया है।

पहले की ज़रूरत छात्र-छात्राओं को उनके गणितीय विचारों और बीजगणितीय संकेतन (**notation**) के बारे में बात करने में सक्षम बनाने के लिए थी। छात्र-छात्राओं को अपने विचार अभिव्यक्त करने में समर्थ होना आवश्यक है यदि वे उन्हें पूरी तरह समझना चाहते हैं और कक्षा के तत्काल प्रसंग से बाहर जाकर उनका प्रयोग करना चाहते हैं। चिंतन के लिए भाषा आवश्यक होती है और वे छात्र जिनकी विशिष्ट गणितीय शब्दावली और पदावली का स्वयं से प्रयोग करने के लिए मदद की गई है, उस समय फ़ायदे में होते हैं जब उनसे चिंतन करने के लिए कहा जाता है।

इस इकाई का दूसरा सबसे बड़ा विचार गणितीय कथनों एवं बीजगणितीय व्यंजकों के अर्थ प्रदान करने में छात्र-छात्राओं को समर्थ बनाने के लिए अचरों एवं चरों की भूमिका को समझने में उनके महत्व को रेखांकित करना था।



ज़रा सोचिए

- ऐसे तीन विचारों/तरीकों की पहचान करें जिनका उपयोग आपने इस इकाई में किया है और जो दूसरे विषयों को सिखाने में काम आएँगे। अब ऐसे दो विषयों का नोट बनाएँ जिन्हें आपको जल्द ही पढ़ाना है और जिनमें कुछ छोटे परिवर्तनों के साथ उन विचारों/तरीकों का उपयोग किया जा सकता है।

संसाधन

संसाधन 1: एनसीएफ/एनसीएफटीई शिक्षण आवश्यकताएँ

यह इकाई एनसीएफ (2005) और एनसीएफटीई (2009) की निम्नलिखित शिक्षण आवश्यकताओं के साथ संबंध स्थापित करती है तथा उन आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगी:

- शिक्षार्थियों को उनके सीखने में सक्रिय प्रतिभागी के रूप में देखें न कि सिर्फ ज्ञान प्राप्त करने वाले के रूप में; ज्ञान निर्माण के लिए उनकी क्षमताओं को कैसे प्रोत्साहित करें; रटने वाली पद्धतियों से शिक्षण को दूर कैसे ले जाएँ।
- चलिए छात्र-छात्राओं को गणित का महत्व समझने दें और सूत्रों तथा यांत्रिक प्रक्रियाओं से आगे बढ़कर गणित को जानने का प्रयास करने दें।

- स्कूल से बाहर छात्र-छात्राओं के अनुभवों की पुष्टि करें: इन अनुभवों के संबंध में अवलोकन द्वारा उनके अधिगम पर ध्यान देकर, उनके साथ बातचीत कर, वर्गीकरण द्वारा, श्रेणीकरण द्वारा, सवाल पूछकर, तर्क और बहस द्वारा।

अतिरिक्त संसाधन

- *Many Right Answers: Learning in Mathematics through Speaking and Listening* by Els De Geest: <http://shop.niace.org.uk/media/catalog/product/m/a/manyrightanswers.pdf>
- A newly developed maths portal by the Karnataka government: <http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics>
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: <https://www.ncetm.org.uk/>
- National STEM Centre: <http://www.nationalstemcentre.org.uk/>
- National Numeracy: <http://www.nationalnumeracy.org.uk/home/index.html>
- BBC Bitesize: <http://www.bbc.co.uk/bitesize/>
- Khan Academy's math section: <https://www.khanacademy.org/math>
- NRICH: <http://nrich.maths.org/frontpage>
- Art of Problem Solving's resources page: <http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php>
- Teachnology: <http://www.teach-nology.com/worksheets/math/>
- Math Playground's logic games: <http://www.mathplayground.com/logicgames.html>
- Maths is Fun: <http://www.mathsisfun.com/>
- Coolmath4kids.com: <http://www.coolmath4kids.com/>
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: <http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm>
- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 1 ('Aspects of Teaching Mathematics'), Block 2 ('Numbers (I)'), Block 3 ('Numbers (II)'), Block 4 ('Fractions'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html>
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 4 ('On Spatial Learning'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html>
- *Manual of Mathematics Teaching Aids for Primary Schools*, published by NCERT: <http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/pks-primarymanual.pdf>
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremijifoundation.org/Foundation_Publications
- Textbooks developed by the Eklavya Foundation with activity-based teaching mathematics at the primary level: http://www.eklavya.in/pdfs/Catalouge/Eklavya_Catalogue_2012.pdf
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including *List of Hands-on Activities in Mathematics for Classes III to VIII*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': <http://cbse.nic.in/welcome.htm>
- Maths Text books developed by SCERT, Bihar

संदर्भ/संदर्भग्रंथ सूची

Bruner, J. (1986) *Actual Minds, Possible Worlds*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Lee, C. (2006) *Language for Learning Mathematics: Assessment for Learning in Practice*. Buckingham: Open University Press.

National Council for Teacher Education (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education* (online). New Delhi: NCTE. Available from: http://www.ncte-india.org/publicnotice/NCFTE_2010.pdf (accessed 12 April 2014).

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*. New Delhi: NCERT.

Pimm, D. (1995) *Symbols and Meanings in School Mathematics*. London: Routledge.

Sfard, A. (2010) *Thinking as Communicating*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

Zack, V. and Graves, B. (2001). 'Making mathematical meaning through dialogue: "Once you think of it, the Z minus three seems pretty weird"', *Educational Studies in Mathematics*, vol. 46, pp. 229–71.

अभिस्वीकृतियाँ

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>)। नीचे दी गई सामग्री मालिकाना हक की है तथा लाइसेंस के अंतर्गत ही इस प्रोजेक्ट में उपयोग की गई है, तथा इसका **Creative Commons Licence** से कोई वास्ता नहीं है। इसका अर्थ यह है कि यह सामग्री अपरिवर्तित रूप से केवल **TESS-India** प्रोजेक्ट में ही उपयोग की जा सकती है और यह किसी अनुवर्ती **OER** संस्करणों में उपयोग नहीं की जा सकती। इसमें **TESS-India**, **OU** और **UKAID** लोगो का उपयोग भी शामिल है।

इस इकाई में सामग्री को पुनः प्रस्तुत करने की अनुमति के लिए निम्न स्रोतों का कृतज्ञतारूपी आभार किया जाता है:

चित्र 1: © मोहम्मद माहदी करीम,

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Autorickshaw_Bangalore.jpg (Figure 1: ©

Muhammad Mahdi Karim,

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Autorickshaw_Bangalore.jpg)।

चित्र 2: © राजकुमार 1220,

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tribal_Street_Cricket_Orissa_India_1.jpg

तहत <http://creativecommons.org/licenses/by/2.0/deed.en> उपलब्ध कराया गया (Figure 2: ©

rajkumar 1220,

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tribal_Street_Cricket_Orissa_India_1.jpg

made available under <http://creativecommons.org/licenses/by/2.0/deed.en>)।

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएं करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत भर के उन शिक्षक प्रशिक्षकों, प्रधानाध्यापकों, शिक्षकों और छात्र-छात्राओं के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन यूनिवर्सिटी के साथ काम किया है।