माध्यमिक गणित

TESS India

गणितीय लचीलेपन का निर्माण: त्रिभुजों में समानता और सर्वांगसमता

भारत में विद्यालय आधारित समर्थन के माध्यम से शिक्षक शिक्षा

www.TESS-India.edu.in

The Open University

UKaid from the British people

http://creativecommons.org/licenses/

संदेश

शिक्षकों को बाल केंन्द्रित कक्षा अभ्यास की ओर उन्मुख करने तथा शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्देश्यों को सम्मुख रखते हुए TESS-India राष्ट्रीय स्तर पर कार्यरत है। इस दिशा में TESS-India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) का विकास किया गया है । ये संसाधन शिक्षकों तथा शिक्षक–प्रशिक्षकों के वृत्ति विकास (Professional development) में लाभकारी एवं उपयोगी सिद्ध होंगे। राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के नेतृत्व में इन संसाधनों का स्थानीयकृत किया गया है, जिसके अन्तर्गत इनके उद्देश्य के मूल को बरकरार रखते हुए इनमें स्थानीय, भाषा, बोली, प्रथाओं, संस्कृतियों तथा नियमों को सम्मिलित किया गया है। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता एवं सुगमता पूर्वक किया जा सकता है ।

राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के मार्गदर्शन में TESS-India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) नेट पर आप सभी के लिए सुलभ उपलब्ध है ।

शुभकामनाओं सहित ।

(डॉ0 मुरली मनोहर सिंह)
निदेशक
एस0सी0ई0आर0टी0, बिहार

समीक्षा एवं दिशाबोध
डॉ. मुरली मनोहर सिंह, निदेशक राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. सैयद अब्दुल मोईन, विभागाध्यक्ष, अध्यापक शिक्षा विभाग, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. क़ासिम खुर्शीद, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्
डॉ. इम्तियाज़ आलम, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. स्नेहाशीष दास राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. अर्चना, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. रीता राय, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
श्री तेज नारायण प्रसाद, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार

स्थानीयकरण
भाषा और शिक्षा
डॉ. ज्ञानदेव मणि त्रिपाठी, प्राचार्य, मैत्रेय कॉलेज ऑफ एडुकेशन एण्ड मैनेजमेंट, हाजीपुर, वैशाली
श्री सुमन सिंह, प्रखंड साधनसेवी, भगवानपुर हाट, सिवान
श्री कात्यायान कुमार त्रिपाठी, प्राथमिक विद्यालय चैलीटाल, पटना
श्री कृत प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, हिलसा, नालंदा
प्राथमिक अंग्रेज़ी
श्री अरशद रज़ा, सहायक शिक्षक, प्राथमिक विद्यालय, पचासा रहुई, नालंदा
श्री संतोष सुमन, सहायक शिक्षक, बालिका उच्च विद्यालय, महुआबाग
श्री शशि भूषण पाण्डेय, सहायक शिक्षक, उत्क्रमित मध्य विद्यालय, मुकुन्दपुर, नालंदा
श्रीमती रचना त्रिवेदी, शिक्षिका, नोट्रेडेम अकादमी, पटना
माध्यमिक अंग्रेज़ी
श्री मणिशंकर, प्रधानाध्यापक, तारामणी भगवानसाव उच्च माध्यमिक विद्यालय, कोइलवर, भोजपुर
डॉ. ब्रजेश कुमार, शिक्षक, पी. एन. एंग्लो संस्कृत माध्यमिक विद्यालय, नया टोला, पटना
प्राथमिक गणित
श्री कृष्ण कान्त ठाकुर
श्री दिलीप कुमार, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, बुलनी हैदरपुर, नालंदा
श्री गोविन्द प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, चनपटिया, पश्चिमी चम्पारण
माध्यमिक गणित
डॉ. राकेश कुमार, भागलपुर डायट
श्री रिज़वान रिज़वी, उत्क्रमित मध्य विद्यालय, सिलौटा चाँद, कैमूर
श्री इन्द्रभूषण कुमार, शिक्षक, सहयोगी माध्यमिक विद्यालय, हाजीपुर, वैशाली
प्राथमिक विज्ञान
श्री मनोज त्रिपाठी, प्रखंड साधनसेवी, बरहारा, भोजपुर
श्री शशिकान्त शर्मा, प्रखंड साधनसेवी, आरा, भोजपुर
श्री रणबीर सिंह, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, आदर्श आवासीय मध्य विद्यालय शिक्षक संघ, सहरसा
माध्यमिक विज्ञान
श्री जी.वी.एस.आर प्रसाद
श्री मुकुल कुमार, शिक्षक, सहायक शिक्षक, गोरखनाथ सूर्यदेव माध्यमिक विद्यालय, राजापाकर वैशाली

TESS-India (Teacher Education Through School Based Support) का लक्ष्य है भारत में मुक्त शैक्षिक संसाधनों के द्वारा प्राथमिक और माध्यमिक स्तरों पर शिक्षकों के कक्षा अभ्यासों को बेहतर करना। ये संसाधन शिक्षकों के विद्यार्थी–केन्द्रित, भागीदारी दृष्टिकोण को विकसित करने में सहायता करेंगे ।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Education Resources – OERs) शिक्षकों को स्कूल की पाठ्यपुस्तक के लिए सहायक पुस्तिका प्रदान करते हैं। ये संसाधन शिक्षकों के लिए गतिविधियाँ प्रदान करते हैं जो वे कक्षा में अपने विद्यार्थियों के साथ कर सकते हैं। साथ ही इनमें केस स्टडी भी हैं जो ये दर्शाते हैं कि किस प्रकार दूसरे शिक्षकों ने उस विषय को सिखाया है। संबंधित संसाधन शिक्षकों को पाठ योजना बनाने में और विषय पर ज्ञान वर्धन करने में उनकी सहायता करते हैं।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल हैं। ये *भारतीय तथा अतंर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार* किये गये हैं *और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट उपयोग के लिए उपलब्ध है (http://www.tess-india.edu.in)।* मुक्त शैक्षिक संसाधन अनेकों संस्करणों में उपलब्ध हैं जो प्रत्येक राज्य के लिए उपयुक्त है जहाँ TESS India कार्यरत है। उपयोगकर्ता इन संसाधनों को अनुकूल और स्थानीयकृत करने के लिए स्वतंत्र हैं ताकि ये स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को पूरा कर सकें।

TESS-India मुक्त विश्वविद्यालय, ब्रिटेन के नेतृत्व में तथा ब्रिटेन की सरकार द्वारा वित्त-पोषित है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई की कुछ गतिविधियों के साथ निम्न प्रतीक का उपयोग किया गया है: *. इससे संकेत मिलता है कि निर्दिष्ट अध्यापन संबंधी थीम के लिए TESS-India वीडियो संसाधनों को देखना आपके लिए उपयोगी होगा।*

TESS-India वीडियो संसाधन भारत में अनेक प्रकार की कक्षाओं के संदर्भ में मुख्य अध्यापन तकनीकों का वर्णन करते हैं। हमें आशा है कि वे आपको इसी प्रकार के अभ्यासों के साथ प्रयोग करने के लिए प्रेरित करेंगे। उनका उद्देश्य पाठ (टेक्स्ट) पर आधारित इकाइयों के माध्यम से काम करने के आपके अनुभव का पूरक होना और उसे बढ़ाना है।

TESS-India वीडियो संसाधनों को ऑनलाइन देखा या TESS-India की वेबसाइट, http://www.tess-india.edu.in/ से डाउनलोड किया जा सकता है। वैकल्पिक रूप से, आप ये वीडियो सीडी या मेमोरी कार्ड के माध्यम से भी देख सकते हैं।

संस्करण 2.0 SM05v1
Bihar

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन–शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है: http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/

TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है

सभी सीखने–सिखाने की प्रक्रिया में एक निश्चित मात्रा में लचीलेपन की आवश्यकता होती है, और इस बात को व्यापक रूप से मान्यता प्राप्त है कि आज विद्यालय में छात्र–छात्राओं को आजीवन सीखने के लिए लचीलेपन की आवश्यकता होगी। गणित के लिए एक विशेष प्रकार के लचीलेपन की आवश्यकता प्रतीत होती है; आंशिक रूप से न केवल समाज द्वारा इसे देखे जाने के तरीक़े के कारण, बल्कि इसलिए भी कि कई लोगों को अक्सर गणित को प्रस्तुत किए जाने वाले तरीक़े की वजह से उत्पन्न होने वाली बाधाओं को पार करने के लिए दृढ़ता और मेहनत से प्रयास करते रहना पड़ता है। छात्र–छात्राओं को, लचीलेपन के प्रकार के निर्माण में मदद करने से वे गणित को बेहतर तरीक़े से सीखने में सक्षम हो सकते हैं जो बदले में सुनिश्चित करता है कि वे उन योग्यताओं को पा सकें, जिनसे उन्हें जीवन में अधिक अवसर मिल सकता है।

गणित की जटिलता का एक अच्छा उदाहरण त्रिभुज की सर्वांगसमता और समानता में पाया जा सकता है, जिसे आप इस इकाई में पढ़ेंगे। संक्षेप में कहा जाए, तो ये बहुत ही सरल और सीधी अवधारणाएँ हैं; लेकिन किसी भी पाठ्‌यपुस्तक में देखें और गणितज्ञों की मौलिकता और रचनात्मकता पर ध्यान दें, जिन्होंने सदियों से, इस तरह की सरल अवधारणाओं के लिए कई गणितीय विचारों को विकसित किया है।

इस इकाई की गतिविधियों के माध्यम से, आप छात्र–छात्राओं की जिज्ञासा और गणितीय अवधारणाओं का पता लगाने की क्षमता के पोषण के लिए गणित सीखने में अपने छात्र–छात्राओं के लचीलेपन को विकसित करने में मदद कर सकेंगे – और इसके परिणामस्वरूप, सफल होने के लिए पर्याप्त प्रयास और मेहनत करें।

आप इस इकाई में सीख सकते हैं

- गणित सीखते समय छात्र–छात्राओं में लचीलेपन का निर्माण कैसे करें।
- आपके छात्र–छात्राओं को बेहतर तरीक़े से गणित सीखने में मदद के लिए कुछ सुझाव।
- गणित सीखते समय छात्र–छात्राओं को परेशानियों का पूर्वानुमान लगाने और उन पर क़ाबू पाने के लिए आकर्षित करने में सहायक कुछ विचार।

इस इकाई का संबंध संसाधन 1 में दर्शाई गई NCF (2005) और NCFTE (2009) शिक्षण आवश्यकताओं से है।

1 लचीलापन और सीखने में गणितीय लचीलापन

ज़रा सोचिए

भारतीय पाठ्‌यक्रम–सूची में त्रिभुज के साथ काम करना पाठ्‌यक्रम का एक महत्वपूर्ण हिस्सा है। आप इसे 9वीं कक्षा और 10वीं कक्षा के पाठ्‌यपुस्तकों में पा सकते हैं जहाँ त्रिभुज, सर्वांगसमता और समानता की व्याख्या शामिल की गई है। (NCERT की पाठ्‌यपुस्तकों में, 9वीं कक्षा के लिए अध्याय 7 और 8, तथा 10वीं कक्षा के लिए अध्याय 6, 11 और 13)

आपके विचार में उसे अक्सर क्यों पढ़ा जाता है? क्या आप पाठ्‌यक्रम में उस पर ज़ोर दिए जाने पर सहमत हैं?

लचीलापन समस्याओं और बाधाओं का सामना करने की क्षमता है; तब भी आगे बढ़ते जाना जब मार्ग कठिन हो। जीवन में अच्छी तरह काम करने के लिए हम सभी को कुछ हद तक लचीला होने की आवश्यकता है।

वर्तमान शैक्षिक अभ्यास और अनुसंधान सीखने–सिखाने में लचीला होने के महत्व और शैक्षणिक उपलब्धि तथा व्यावसायिक सफलता पर ध्यान केंद्रित करता है। आजीवन सीखना समाज का आदर्श बनता जा रहा है। लचीले छात्र–छात्राओं का सीखने की दिशा में एक सकारात्मक रुख़ होगा और वे समस्याओं तथा बाधाओं के बावजूद अपनी शिक्षा जारी रखेंगे, जो घरेलू समस्याओं से लेकर, जैसे कि काम करने के लिए शांत जगह खोजने में असमर्थता या भूख लगना, या गणितीय सूत्रों का मतलब न समझना जैसी शिक्षण समस्याओं तक विस्तृत हो सकती हैं।

गणितीय लचीलापन होना विशेष रूप से महत्वपूर्ण है। ली और जॉनस्टन–वाइल्डर (2013) गणितीय लचीलेपन को 'शिक्षार्थी के गणित के प्रति रुख़, जो छात्र–छात्राओं को अपनी गणित सीखने की यात्रा में बाधाओं और चुनौतियों के बावजूद सीखने–सिखाने की प्रक्रिया जारी रखने में सक्षम बनाती है' के रूप में वर्णित करते हैं। वे तर्क देते हैं कि गणित सीखने के लिए विभिन्न कारकों की वजह से 'छात्र–छात्राओं को विशेष लचीलेपन की आवश्यकता है' जिनमें शामिल हैं:

- अक्सर सम्मिलित शिक्षण प्रकार (Nardi and Steward, 2003)
- स्वयं गणित की प्रकृति (Mason, 1988)
- गणितीय क्षमता के 'स्थाई' होने के बारे में व्यापक मान्यताएँ (Dweck, 2000).

ज़रा सोचिए

वापस सोचे कि कब पिछली बार स्वयं आपने गणित पर काम किया था। क्या आप स्वयं को गणितीय तौर पर लचीला छात्र–छात्रा के रूप में वर्णित करेंगे? ऐसा क्यों है? आप अपने सीखने–सिखाने में ऐसा क्या करते हैं जिसके कारण आप स्वयं को एक गणितीय रूप से लचीला शिक्षार्थी या अन्यथा के रूप में विचार करते हैं?

अपनी कक्षा के कुछ छात्र–छात्राओं के बारे में सोचे और विचार करें कि वे किस प्रकार गणित सीखने की कोशिश करते हैं। किसी एक विशिष्ट छात्र के बारे में सोचे जिसे आप गणितीय रूप से लचीला मानते हैं, और एक जो ऐसा नहीं है। उनके सीखने–सिखाने की प्रक्रिया के व्यवहार में क्या समानता है और क्या अलग है?

2 गणितीय लचीलेपन के लिए सीखने–सिखाने की प्रक्रिया

गणित सीखने के लिए 'विकासशील मानसिकता' विकसित करना

छात्र–छात्राएँ, जिन्होंने गणितीय समस्याओं पर काम करने के ऐसे तरीके़ विकसित किए हैं, जो उन्हें समस्या का सामना करने पर भी, जारी रखने देता है, गणितीय रूप से लचीला कहा जा सकता है। ऐसे छात्र–छात्राओं की 'विकासशील मानसिकता' होती है (Dweck, 2000), इसका मतलब है कि वे जानते हैं कि चुनौतियों का सामना करने के लिए जितना अधिक वे कार्य करते हैं और समस्याओं को हल करते हैं, वे उतने ही 'होशियार' बनेंगे। विकासशील मानसिकता वाले छात्र–छात्राएँ यह स्वीकार नहीं करते कि उनके सीखने की कोई उच्चतम सीमा या दायरा है। इसलिए, वे किसी अवधारणा को पूरी तरह समझने तक, ऐसे किसी भी व्यक्ति के साथ गणितीय अवधारणाओं के बारे में चर्चा और प्रश्न करेंगे जो उनकी मदद कर सकता है। इस लचीले ढंग से काम करने के लिए अवधारणाओं की व्याख्या करने के लिए और सहयोग से काम करने के लिए पर्याप्त गणितीय शब्दावली की ज़रूरत होगी।

प्रयोग करना और सवाल करना, गणितीय रूप से लचीलेपन का हिस्सा है। जो छात्र–छात्रा, उदाहरण के लिए, ICT उपकरणों या हस्तलाघव का उपयोग करते हुए 'गणितीय अवधारणाओं के साथ खेलने' के लिए प्रोत्साहित किए जाते हैं, वे अपना लचीलापन विकसित कर पाते हैं क्योंकि उन्हें लगता है कि वे उन अवधारणाओं का पता लगा सकते हैं और उन अवधारणाओं को समझने लगते हैं। लचीलापन विकसित करने का एक और महत्वपूर्ण तरीक़ा है सहयोगपूर्ण तरीके़ से काम करना, जहाँ छात्र–छात्राओं को जब भी ज़रूरत हो, वे अपने साथियों से मदद पा सकते हैं। एक लचीला छात्र विभिन्न स्रोतों से मदद प्राप्त करेगा, पुराने छात्र, पाठ्यपुस्तकें, इंटरनेट, शिक्षकगण, होशियार चाचा आदि।

छात्र–छात्राओं में लचीलापन विकसित करने एक और महत्वपूर्ण पहलू है, उन्हें यह महसूस कराना कि प्रश्न पूछना 'बुद्धिमानी' है और लगातार पूछना 'और भी समझदारी' है। सभी छात्र–छात्राओं को यह जानना चाहिए कि उनके सीखने की जिम्मेदारी केवल एक ले सकता है, जो वे स्वयं हैं, और इसलिए उन्हें सक्रिय रूप से समझने की कोशिश करनी चाहिए। गणितीय रूप से लचीले छात्र–छात्रा में स्वयं अपनी शक्तियों की एक अच्छी समझ होती है और वे जानते हैं कि किन्हीं सीमाओं में सुधार करने के लिए उचित सहायता प्राप्त किस प्रकार प्राप्त किया जा सकता है।

> संक्षेप में, गणितीय रूप से लचीले छात्र–छात्रा, अपने व्यवहार में, इस अधिकार पर ज़ोर देंगे कि वे गणितीय रूप से पृथक (अलग) न हों या गणितीय रूप से अयोग्य न महसूस करें; वे निष्क्रिय रूप से गणितीय अवधारणाओं को स्वीकार करने की किसी भी उम्मीद का विरोध करेंगे, लेकिन वे खुद के लिए उन्हें समझने हेतु उन पर काम करने की अनुमति चाहेंगे। वे मौजूदा ज्ञान, कौशल, समझ और रणनीतियों का उपयोग करते हुए, अपने स्वयं की गणितीय सोच को विकसित करने के अपने अधिकार को पुनःप्राप्त करेंगे, और नए गणित को सीखने की अपनी क्षमता के बारे में आश्वस्त हो जाएँगे। (Lee and Johnston-Wilder, 2013)

गणितीय लचीलापन विकसित करने वाले तरीक़ों में कार्य करना

ली और जॉन्स्टन–वाइल्डर (2013) के अनुसार, गणितीय लचीलापन विकसित करने के लिए, छात्र–छात्राओं को निम्न करने का मौक़ा मिलना चाहिए:

- गणितीय संवादों में शामिल होने के लिए, पर्याप्त गणितीय शब्दावली और अभिव्यक्ति के तरीक़े जानें, अवधारणाओं पर सवाल पूछें, सहयोग से काम करें, गणितीय रूप से सोचे और समझ पैदा करें। इसका मतलब है कि छात्र–छात्राओं को न केवल अपने शिक्षकों द्वारा गणितीय भाषा के उपयोग को सुनना होगा, बल्कि स्वयं अपने लिए गणितीय शब्दों और अभिव्यक्ति के तरीक़ों का उपयोग करना होगा।
- गलतियाँ करें और ग़लत दिशा में मुड़ें, ताकि अंततः यह विश्वास विकसित करें कि यदि वे दृढ़ रहते हैं, तो उनके सफल होने की संभावना अधिक होगी।
- प्रयोग करने की अपनी क्षमता का विस्तार करें और एक गणितीय परिवेश में अवधारणाओं को हल करने की कोशिश करें तथा, हमारे अनुभव में, जानें कि उन्हें इसमें मज़ा आता है।
- महत्वपूर्ण समस्याओं का समाधान खोजें। इस तरह की समस्याओं पर काम करने के लिए छात्र–छात्राओं को उनके समाधान के लिए प्रयास करना होगा, स्वयं ग़लतियाँ करना और उन्हें पहचानना होगा तथा तर्कसंगत समाधान पाने के लिए अन्य लोगों के साथ विस्तारित समय तक काम करना होगा।
- गणित की दिशा में एक चिंतनशील और विचारशील रुख़ अपनाएँ। वे जान जाएँगे कि, यदि वे ज़्यादा सोचें, दूसरों के साथ बातचीत करें, गणितीय अवधारणाओं के बारे में पढ़ें और प्राप्त जानकारी पर मनन करें, तो वे लगने वाली अवधारणाओं और समस्याओं को भी हल करने में सक्षम हो सकते हैं।

इस इकाई में गतिविधियाँ इन पाँच लचीले कौशल को विकसित करने पर काम करेंगी।

3 गणितीय भाषा विकसित करना

गणितीय रूप से लचीला बनने के लिए छात्र–छात्राओं द्वारा जो उन्हें कठिन लग रहा है उस पर ध्यान देने और अपने सवाल, विचार और कल्पनाओं को अभिव्यक्त करने की आवश्यकता है। ऐसा करने में सक्षम होने के लिए, छात्र–छात्राओं को गणितीय शब्दावली पढ़ने, उसकी व्याख्या करने और उसे लागू करने के अवसर की आवश्यकता है। किसी भी भाषा को सीखने के समान ही, इसमें शब्दों और अभिव्यक्तियों को पहचानना, उन्हें अलग–अलग संदर्भों और वाक्यांशों में उपयोग करना, और शब्द तथा अभिव्यक्तियों को अर्थ देना शामिल है। प्रभावी रूप से किसी भाषा को सीखने के लिए आपको नियमित रूप से उसे सुनने, देखने, पढ़ने, लिखने और बोलने का अभ्यास करने की आवश्यकता है।

गतिविधि 1 खोज करता है कि गणितीय शब्दावली के साथ किस प्रकार व्यवहार करें। इसमें छात्र–छात्राओं को स्वयं अपने गणितीय शब्दकोष पर चिंतन करने, ऐसे गणितीय शब्दों और कथनों को पहचानने की ज़रूरत है जिनके लिए स्पष्टीकरण की आवश्यकता हो, स्वयं अपने स्पष्टीकरण लिखने और किसी अन्य छात्र–छात्रा के साथ इन पर बात करने की आवश्यकता है। ऐसा करने में वे स्वयं सीखते हैं कि गणित की भाषा का कैसे अर्थ लगाया जा सकता है, जो उन्हें गणित सीखते समय 'मुक्त' होने में मदद कर सकता है।

इस इकाई में सभी गतिविधियों का गणितीय संदर्भ त्रिभुज हैं, और विशेष रूप से, त्रिभुजों में समानता और सर्वांगसमता। लेकिन, गतिविधियों में अपनाया गया दृष्टिकोण छात्र–अध्ययन के सभी विषयों पर लागू किया जा सकता है।

गतिविधि 1 के भाग 3 में, छात्र–छात्राओं को भाग 1 और 2 में उनके सीखने–सिखाने पर भी विचार करने के लिए कहा गया है। यह इस इकाई की अधिकांश गतिविधियों में दोहराया गया है। इस का उद्देश्य छात्र–छात्राओं को सीखते समय इस बात के बारे में अधिक जागरूक रहना है कि उनके लिए क्या कारगर होता है, और इसके परिणामस्वरूप अपने सीखने–सिखाने में अधिक सक्रिय बनना है।

इस इकाई में अपने छात्र–छात्राओं के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने के पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह (या आंशिक रूप से) स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा यदि आप इसका प्रयास अपने किसी सहयोगी के साथ करें, क्योंकि जब आप अनुभव पर विचार करेंगे तो आपको मदद मिलेगी। स्वयं प्रयास करने से आपको छात्र–छात्राओं के अनुभवों के भीतर झांकने का मौका मिलेगा, जो परोक्ष रूप से आपके सीखने–सिखाने की प्रक्रिया और एक शिक्षक के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित करेगा। जब आप तैयार हों, तो अपने छात्र–छात्राओं के साथ गतिविधियों का उपयोग करें। पाठ के बाद, सोचें कि गतिविधि किस तरह हुई और उससे क्या सीख मिली। इससे आपको अधिक छात्र को केंद्र में रखने वाला शैक्षिक वातावरण बनाने में मदद मिलेगी।

गतिविधि 1: अपने खुद का गणितीय शब्दकोष बनाना

इस गतिविधि में छात्र–छात्राओं को अन्य छात्र–छात्राओं के साथ अपने विचारों का आदान–प्रदान करने की आवश्यकता है – वे और अधिक विचारों और प्रतिक्रियाओं को प्रेरित करने के लिए जोड़े या छोटे समूहों में काम कर सकते हैं। गतिविधि के लिए समय पर विचार करें, ताकि वह समाप्त न हो जाए और सभी भागों पर ध्यान दिया जाए; उदाहरण के लिए, मान लें 'मैं चाहती हूँ कि अगले दस मिनट में आप ज़्यादा से ज्यादा... ढूँढ़ें'

आपको छात्र के शब्दकोष में कुछ प्रविष्टियों के उदाहरण मिल सकते हैं। संसाधन 2.

भाग 1: शब्दकोष बनाना

अपने छात्र–छात्राओं को निम्न बताएँ:
त्रिभुज के बारे में अपनी पाठ्यपुस्तक में अध्यायों को देखें।

- उपयोग किए जाने वाले ज्यामितीय शब्दों की एक सूची लिखें।
- आपकी सूची में, क्या रोज़मर्रा की ज़िंदगी में उपयोग किए जाने वाले कोई शब्द हैं? ज्यामितीय अर्थ और हर रोज़ के अर्थ के बीच क्या समानता है और क्या अलग है?
- ज्यामितीय शब्दों के लिए स्वयं अपनी व्याख्या लिखें। कोई स्केच या ड्राइंग जोड़ना भी सहायक हो सकता है।

भाग 2: गणितीय कथनों को अर्थ देना

अपने छात्र–छात्राओं को निम्न बताएँ:
फिर, समूहों या जोड़ों में, त्रिभुजों के बारे में अपनी पाठ्यपुस्तक के अध्यायों को देखें।

- कोई ऐसे गणितीय कथनों को लिख लें जिनसे आपका सामना हो, जिन्हें समझने में छात्र–छात्राओं को परेशानी हो सकती है। उदाहरण के लिए: 'दो त्रिभुज सर्वांगसम हैं यदि उसकी दो भुजाएँ और उसके सम्मिलित कोण दूसरे त्रिभुज के दो भुजाओं और सम्मिलित कोण के बराबर है (SAS सर्वांगसम नियम)'।
- कथन के संदर्भ में आपको समझ में न आने वाले शब्दों को पहचानें। उपर्युक्त उदाहरण में, यह के लिए 'सम्मिलित' शब्द हो सकता है, जिसे आप रोज़मर्रा की भाषा में समझ गए होंगे, लेकिन जिसे गणितीय कथन में समझाना मुश्किल लग सकता है।
- इन शब्दों के अर्थ पर चर्चा करें और उन्हें लिख लें। यथासंभव स्पष्ट और सटीक रहने का प्रयास करें।

गतिविधि के इस भाग के लिए छात्र–छात्राओं को ढूँढ़ने के लिए कहने के बजाय कुछ उदाहरण तैयार रखना उपयोगी हो सकता है। आप उस पाठ से उन्हें निकाल सकते हैं, जिसे वे पढ़ रहे हैं। इससे समय की बचत होगी, क्योंकि उन्हें उदाहरण खोजने की ज़रूरत नहीं होगी।

भाग 3: अपने सीखने–सिखाने की प्रक्रिया पर विचार करना

अपने छात्र–छात्राओं को निम्न बताएँ:

गतिविधि का यह भाग चाहता है कि आप अपने सीखने–सिखाने के बारे में सोचे, ताकि आप गणित सीखने में बेहतर बन सकें और अधिक सहज महसूस कर सकें।

- इस गतिविधि के भाग 1 के बारे में आपको क्या आसान या मुश्किल लगा?
- इस गतिविधि के बारे में आपको क्या पसंद आया?
- इस गतिविधि से आपने क्या गणित सीखा?
- आपने क्या सीखा कि गणित को आपने कैसे सीखा (सीख सकते हैं)?

	गतिविधि 1 का उपयोग कक्षा IX के BTBC book में पाठ 7: त्रिभुज में पहले किया जा सकता है (पृष्ठ 132)।

वीडियो: स्थानीय संसाधनों का उपयोग

वीडियो: समूहकार्य का उपयोग करना

आप मुख्य संसाधन 'स्थानीय संसाधनों का उपयोग' और 'सामूहिक कार्य का उपयोग' भी देखना चाह सकते हैं।

केस स्टडी 1: श्री कृष्णकान्त गतिविधि 1 के उपयोग का अनुभव बताते हैं

यह एक शिक्षक की कहानी है, जिसने अपने माध्यमिक कक्षा के छात्र–छात्राओं के साथ गतिविधि 1 का प्रयास किया। वे एक अंग्रेज़ी माध्यम के विद्यालय में पढ़ाते हैं।

छात्र–छात्रा इस गतिविधि को शुरू करते हुए बेहद खुश थे; उन्होंने अपनी पुस्तकें खोलीं और उन्होंने ऐसे शब्दों को ढूँढ़ना शुरू किया, जो उन्हें लगा कि उनके लिए नए हैं या ज्यामिति के लिए विशिष्ट हैं।

जब मैं कक्षा में चारों ओर चहलक़दमी कर रहा था, तो मैंने पाया कि उन्होंने कुछ शब्दों के अर्थ एक दूसरे से पूछ कर या पाठ्यपुस्तक में व्याख्या पढ़ कर जान लिया, और उनके आगे ख़ाली जगह छोड़ दी, जिन्हें वे नहीं जानते थे। शब्दों के अर्थ एक दूसरे से पूछते समय दरअसल छात्र–छात्रा बहुत शोर मचा रहे थे। शायद अगली बार मैं कहूँगा कि उन्हें केवल अपने बग़ल में बैठे छात्र–छात्रा से पूछने की अनुमति है, आगे या पीछे वालों से नहीं। दूसरी बात यह कि शोर गणितीय चर्चा थी और अधिक लोगों से पूछने पर वे अधिक जानकारी पाने में सक्षम हुए।

थोड़ी देर के बाद, मैंने उन्हें याद दिलाया कि उन्हें गतिविधि के अन्य प्रश्नों को भी हल करना है, जो कि उन्हें अपने शब्दों में लिखने का प्रयास करना, चित्र बनाना और फिर यह सोचना और लिखना था कि क्या उन्होंने उस शब्द को गणित के अलावा किसी और संदर्भ में देखा था, और उस संदर्भ में उसका क्या मतलब होगा। छात्र–छात्राओं को अर्थ के बारे में अंतिम प्रश्न कठिन लगा: उनके द्वारा अंग्रेज़ी भाषा का प्रयोग व्यापक नहीं है और मैंने शब्दकोष में अर्थ ढूँढ़ने

के लिए उन्हें प्रोत्साहित किया, ताकि वे देख सकें कि रोज़मर्रा के शब्द, गणितीय शब्द के कितने निकट का संबध रखते हैं, या नहीं रखते हैं। कुछ छात्र–छात्राओं के लिए मुझे शब्दों का हिन्दी में अनुवाद करना पड़ा।

यह छात्र–छात्राओं और मेरे लिए अत्यंत उत्पादक अभ्यास थाः छात्र–छात्राओं को लिखने, पढ़ने और अभिव्यक्त करने से संबंधित गणित के भाषा पहलू पर वास्तव में काम करने का मौक़ा मिला। मुझे, उसने एहसास कराया कि गणित में प्रयुक्त भाषा किस हद तक छात्र–छात्राओं के लिए अपरिचित है और गणितीय अवधारणाओं को सीखने में उनके लिए बाधक है। मैं वाक़ई भविष्य में गणित के भाषा शिक्षण पर अधिक समय और ध्यान खर्च करना चाहता हूँ – यदि शब्दों का उनके लिए कोई अर्थ नहीं है, तो वे उनके बारे में कैसे सीख सकते हैं? उदाहरण के लिए, मैंने एक गणितीय अंग्रेज़ी–हिन्दी शब्दकोष संकलित करना शुरू कर दिया है, जो हमें कक्षा में उपलब्ध रहेगा।

अपने सीखने–सिखाने की प्रक्रिया को अभ्यास में दिखाना

जब आप अपनी कक्षा के साथ ऐसी कोई गतिविधि करें, तो बाद में सोचे कि क्या ठीक रहा और कहाँ गड़बड़ हुई। ऐसे प्रश्नों की ओर ध्यान दें जिनमें छात्र–छात्राओं ने दिलचस्पी दिखाई और जिन्हें वे समझने में समर्थ थे, और जिनके लिए आपको स्पष्टीकरण देने की आवश्यकता हुई। ऐसी बातें ऐसी 'स्क्रिप्ट' पता करने में सहायक होती हैं, जिससे आप छात्र–छात्राओं में गणित के प्रति रुचि जगा सकें और उसे मनोरंजक बना सकें। यदि वे कुछ भी समझ नहीं पाते हैं तथा कुछ भी नहीं कर पाते हैं, तो वे शामिल होने में कम रुचि लेंगे। जब भी आप गतिविधियां करें, इस चिंतनीय अभ्यास का उपयोग करें, इस बात पर ध्यान देते हुए, जैसे श्री कृष्णकान्त ने किया था, कि कुछ छोटी–छोटी चीज़ों से काफी फर्क पड़ा।

ज़रा सोचिए

ऐसे चिंतन को गति देने वाले अच्छे सवाल हैं:

- आपकी कक्षा कैसी रही?
- छात्र–छात्राओं से किस प्रकार की प्रतिक्रिया अपेक्षित थी? क्यों?
- अपने छात्र–छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपको लगा कि आपको किसी समय हस्तक्षेप करना होगा?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- क्या आपने किसी भी रूप में काम को संशोधित किया? यदि ऐसा है, तो आपने ऐसा किस कारण से किया?

4 ग़लतफ़हमियों और ग़लतियों के साथ व्यवहार

जब आप साइकिल की सवारी करना सीखते हैं तो आपको संतुलन हासिल करना भी सीखना पड़ता है। यह स्वीकार किया जाता है कि साइकिल चलाना सीखने की प्रक्रिया में आप एक–दो बार गिरेंगे, ग़लत दिशा में मुडेंगे, तेज़ी से हैंडलबार को खींचेंगे, भूल जाएँगे कि ब्रेक्स कहाँ हैं, या गियर किस प्रकार काम करते हैं इस बारे में ग़लत विचार रखेंगे। केवल इस प्रकार की ग़लतियाँ करके ही आप साइकिल चलाने के कौशल को विकसित करेंगे और उसमें सुधार करेंगे। ग़लतियाँ करना और अपनी ग़लत धारणाओं के साथ सामना होने पर आप भविष्य में बेहतर जान सकते हैं।

गणित सीखना किसी बाइक या अन्य किसी वाहन की सवारी सीखने से अलग नहीं है। ग़लतियाँ करना उस प्रक्रिया का हिस्सा है, और वास्तव में एक अच्छी बात है, क्योंकि यह आपके नियमित सोच के पैटर्न के साथ हस्तक्षेप करता है और आप जो कर रहे हैं, उस पर आपको सोचने पर मजबूर करता है। यदि कोई कक्षा लोकाचार हो कि ग़लतियाँ करके सीखा जा सकता है, और इसलिए ग़लतियाँ करना प्रभावी सीखने–सिखाने का एक हिस्सा है, तो फिर छात्र–छात्राएँ भी अधिक इच्छुक हो जाएँगे और प्रयोग करने में अधिक समर्थ तथा ग़लतियाँ करने से कम डरते हुए नई अवधारणाओं को

आज़माने का प्रयास करेंगे, और परिणामस्वरूप गणित को जानने–बूझने तथा उसका मज़ा लेने के लिए बेहतर रूप से सुसज्जित हो जाएँगे।

इस प्रकार के कक्षा लोकाचार की स्थापना करना, जहाँ छात्र–छात्राएँ अपनी ग़लतियों और ग़लत धारणाओं को साझा करने के लिए तैयार हो जाएँ, रातों–रात नहीं हो जाता – इसके लिए पोषण और सावधानी से सिखाने की ज़रूरत होती है। लेकिन, इस लोकाचार को बढ़ावा देने के लिए ऐसे तरीक़े हैं, जिनका आप उपयोग कर सकते हैं:

- संभाव्य ग़लतफ़हमियों को उजागर करने के लिए फ़र्जी छात्र–छात्राओं के काम का उपयोग करें। क्योंकि यह उनके स्वयं का काम नहीं है, जिसकी छानबीन की जा रही है, कोई भावनात्मक प्रतिक्रियाएँ और/या शर्मिंदगी की भावनाएँ नहीं होंगी।
- किसी उत्तर को सिर्फ़ 'ग़लत' के रूप में खारिज करने के बजाय ग़लतियों और ग़लत धारणाओं पर विचार करने के लिए प्रोत्साहित करें – यह सीखने के लिए एक उपयोगी तरीक़ा प्रदान करता है।
- विचारों के आदान–प्रदान को बढ़ावा दें, भले ही वे आधे–अधूरे या 'ग़लत' क्यों न हों।

दूसरी गतिविधि अभिकल्पित की गई है, जिसमें बहुत संभावना है कि छात्र ग़लतियाँ करें। इन पर स्पष्ट रूप से चर्चा करने से ग़लत धारणाओं को प्रकाश में लाने और इन्हें गणित सीखने के अवसरों में परिवर्तित करने में मदद मिलेगी।

गतिविधि 2: त्रिभुजों की चुनौती – ग़लत धारणाओं और ग़लतियों से सीखना

भाग 1: त्रिभुज चुनौती के साथ खेलना

अपने वर्गकक्ष को तीन–तीन छात्र–छात्राओं के समूहों में विभाजित करें।

अपने छात्र–छात्राओं को निम्न स्पष्ट करें:

- प्रत्येक समूह में एक छात्र, लीडर, अन्य दो छात्र–छात्राओं को त्रिभुज दिखाए बिना, एक त्रिभुज बनाना होगा। एक समय में एक तथ्य के साथ, लीडर अपने त्रिभुज का वर्णन करेंगे। अन्य दो छात्र–छात्राओं में से प्रत्येक को लीडर द्वारा दिए गए तथ्यों से वही त्रिभुज बनाना होगा। उन्हें सही माप और आकार पाने पर ध्यान केंद्रित करना होगा।
- यदि दो छात्र उनके साथ साझा किए गए तथ्यों का उपयोग करते हुए अपने त्रिभुज नहीं बना पा रहे हों, तो उन्हें 'हमें और जानकारी दें' कहना होगा। उसके बाद लीडर अपने त्रिभुज के बारे में एक और तथ्य बताएगा। दोनों छात्र–छात्राओं द्वारा अपने त्रिभुज तैयार करने के बाद, लीडर उन्हें एक अंक देंगे, यदि उनका त्रिभुज एक जैसा हो; अन्यथा उन्हें कोई अंक नहीं मिलेगा। मूल त्रिभुज और अंक पाने वाले त्रिभुजों को कक्षा में त्रिभुजों के एक ढेर में रखा जाएगा। अन्य खारिज कर दिए जाएँगे।
- समूह इस गतिविधि को और दो बार दोहराता है, जहाँ अन्य छात्र–छात्रा बारी–बारी से लीडर बनेंगे।

जब वे उपर्युक्त गतिविधि संपन्न कर लें, तब छात्र–छात्राओं से निम्नलिखित प्रश्न पूछें:

- कौन–सा त्रिभुज बनाने में आसान था? क्यों?
- आप में से कुछ सर्वांगसम त्रिभुज क्यों नहीं बना पाए जब कि दूसरे ऐसा कर सके? क्या ग़लतियाँ हुई और क्यों?

भाग 2: चुनौती जारी रखना

अपने छात्र–छात्राओं को समझाएँ कि भाग 1 में तैयार किए गए त्रिभुजों के वर्ग ढेर पर अब ध्यान केंद्रित करना होगा। तीन छात्र–छात्राओं का प्रत्येक समूह ढेर से एक त्रिभुज एकत्रित करेगा। एक वालंटियर छात्र ढेर से यादृच्छिक रूप से बाक़ी त्रिभुजों में से एक उठाएगा और फिर कक्षा को एक–एक करके उसके तथ्यों का वर्णन करेगा। छात्रछात्रा यह निर्धारित करने के लिए अपने समूहों में अपने त्रिभुजों की जाँच करेंगे कि उनके पास 'सटीक रूप से मेल खाने वाला' है

या 'उससे मेल खाने वाला' है। फिर, सटीक रूप से मेल खाने वाले को एक अंक दिया जाएगा।

शेष सभी त्रिभुजों का उपयोग संपन्न होने तक इस अभ्यास को दोहराएँ।

प्रत्येक दौर के बाद, निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर दें:

- कितने तथ्यों के बाद मेल खाने वाला मिला?
- क्या आपको कम तथ्यों के साथ मेल खाने वाला मिल सकता था?
- आपको 'सटीक' रूप से मेल खाने वाला मिला या 'उसके समान' मेल खाने वाला मिला?
- आपके विचार में ऐसा क्यों है?

भाग 3: अपने सीखने–सिखाने की प्रक्रिया पर विचार करना

गतिविधि के इस भाग में छात्र–छात्राओं को अपनी सीख पर विचार करने को कहा जाएगा, ताकि वे बेहतर बन सकें और गणित सीखने के प्रति सहज महसूस कर सकें। अपने छात्र–छात्राओं से निम्नलिखित प्रश्न पूछें:

- इस गतिविधि के भाग 1 के बारे में आपको क्या आसान या मुश्किल लगा?
- इस गतिविधि के बारे में आपको क्या पसंद आया?
- इससे आपने क्या गणित सीखा?
- आपने क्या सीखा कि गणित को आपने कैसे सीखा (सीख सकते हैं)?

गतिविधि 2 का उपयोग कक्षा IX के BTBC book में पाठ 7: त्रिभुज में पहले किया जा सकता है (पृष्ठ 132)।

केस स्टडी 2: श्रीमती विनीता गतिविधि 2 के उपयोग का अनुभव बताती हैं

मैंने अपने उत्तर लिखने के लिए समूहों को काग़ज़ के टुकड़े वितरित किए। उसके बाद मैंने उन्हें गतिविधि के बारे में विस्तार से समझाया। मैंने उनसे त्रिभुज बनाने के लिए लीडर द्वारा प्रयुक्त तथ्यों को भी लिख लेने के लिए कहते हुए गतिविधि में थोड़ा संशोधन किया और उनसे कहा कि इससे उन्हें यह जानने में मदद मिलेगी कि वे क्यों त्रिभुज बना पाए और ठीक कितने चरणों में।

छात्र–छात्रा इस गतिविधि को करने में बेहद उत्साहित थे। लग रहा था कि उन्हें प्रतिस्पर्धा की भावना पसंद आई और उन्हें भी लीडर बनने का एक मौक़ा मिला। कुछ शिकायतें भी थीं कि किस प्रकार एक छात्र ने नक़ल की थी और उसे एक अतिरिक्त अंक दिया गया। मैंने उनसे कहा कि यदि उन्होंने नक़ल की, तो यह उनके लिए बदनामी की बात है और उन्हें स्पष्ट करना होगा कि वे वहाँ तक कैसे पहुँचे, जहाँ अब पहुँचे हैं।

ग़लतियों से सीखने की चर्चा दिलचस्प रही। मैंने उम्मीद की थी कि छात्र–छात्रा अपनी ग़लतियों के बारे में बात करने के लिए इच्छुक नहीं होंगे, लेकिन मैं ग़लत थी – उन्होंने उसके बारे में बड़े उत्साह से बात की! शायद इसलिए कि वे उनके बारे में पहले अपने समूह में बात कर सके, जो शायद कम शर्मिंदगी वाला था। फिर मैंने छात्र–छात्राओं से अपनी ग़लतियों को पूरी कक्षा के साथ साझा करने के लिए कहा, और उन्हें ब्लैकबोर्ड पर लिखा। हमने इन पर निम्न संदर्भ में चर्चा की: यह दिलचस्प है। यह ग़लती क्यों हुई होगी? वे क्या सोच रहे थे?' कक्षा में सभी छात्र–छात्राओं ने इन ग़लत धारणाओं से बहुत कुछ सीखा। हमने इस पर भी चर्चा की कि क्या हमने इन ग़लतियों को करने और इस पर चर्चा करने से कुछ सीखा – और हम सब इस बात से सहमत थे। कुछ छात्र–छात्राओं ने उल्लेख किया कि अब अंततः उन्हें पता चला कि उन्हें ग़लत धारणा थी। जिन्होंने शुरुआत से ही 'सही' किया था, उन्होंने कहा कि दूसरों को

यह कहते हुए सुनना और यह जानना उन्हें अच्छा लगा कि वे क्यों सही ढंग से सोच रहे थे, क्योंकि अक्सर वे गतिविधियाँ और प्रश्न बिना सोच कर ही हल कर रहे थे।

ज़रा सोचिए

- छात्र–छात्राओं से किस प्रकार की प्रतिक्रिया अनपेक्षित थी? क्यों?
- अपने छात्र–छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपने किसी भी रूप में काम को संशोधित किया? यदि ऐसा है, तो आपने ऐसा किस कारण से किया?

5 सारांश

इस इकाई में त्रिभुजों में समानरूपता और सर्वांगसमता, और गणित की दिशा में एक सकारात्मक रुख़ का विकास करने वाले गणितीय रूप से ऐसे लचीले छात्र–छात्राओं के विकास पर ध्यान केंद्रित किया गया और जो जानते हैं कि वे विषय को सीखने में आने वाली परेशानियों को दूर कर सकते हैं। इस इकाई को पढ़ते समय आप इस बारे में विचार करेंगे कि कैसे अपने छात्र–छात्राओं को उनकी शब्दावली विकसित करने में सक्षम करें ताकि वे अपने विचारों के बारे में बात कर सकें और वयस्कों की भाँति अन्य छात्र–छात्राओं को अपने विचार और अवधारणाएँ (और उनकी ग़लतफ़हमियाँ) समझा सकें। आपने इस पर भी विचार किया होगा कि किस प्रकार छात्र–छात्राओं को यह समझने में मदद किया जाए कि ग़लतियाँ करना शिक्षा का महत्वपूर्ण हिस्सा है, और यदि उन्हें गणित के सफल शिक्षार्थी बनना है तो खोज और अध्यवसाय महत्वपूर्ण कौशल है, जिन्हें हासिल करना होगा।

आपने यह भी देखा होगा कि कैसे सामान्य रूप से सीखने में बेहतर बनने के लिए शिक्षण प्रक्रिया पर विचार करना महत्वपूर्ण है। गणितीय रूप से लचीले छात्र–छात्राओं के परीक्षा में सफल होने की अधिक संभावना है, क्योंकि वे कठिनाइयों से हतोत्साहित नहीं होते हैं, बल्कि उन पर क़ाबू पाने के तरीक़ों की तलाश में रहते हैं, और वे विद्यालय से परे अपने जीवन में गणितीय अवधारणाओं का प्रयोग जारी रखने के लिए आवश्यक साधन साथ रखते हैं।

ज़रा सोचिए

इस इकाई में आपके द्वारा उपयोग किए गए तीन विचार पहचानें जो अन्य विषयों को पढ़ाने में भी काम करेंगे। उन दो विषयों पर अब एक नोट तैयार करें, जिन्हें आप जल्द ही पढ़ाने वाले हैं, जहाँ थोड़े–बहुत समायोजन के साथ उन अवधारणाओं का उपयोग किया जा सकता है।

संसाधन

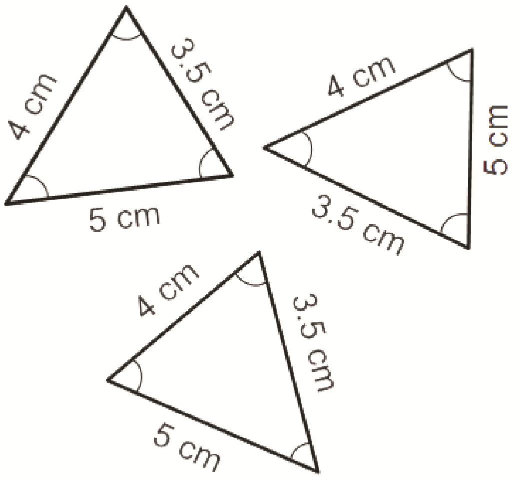
संसाधन 1: NCF/NCFTE सीखने–सिखाने की प्रक्रिया की आवश्यकताएं

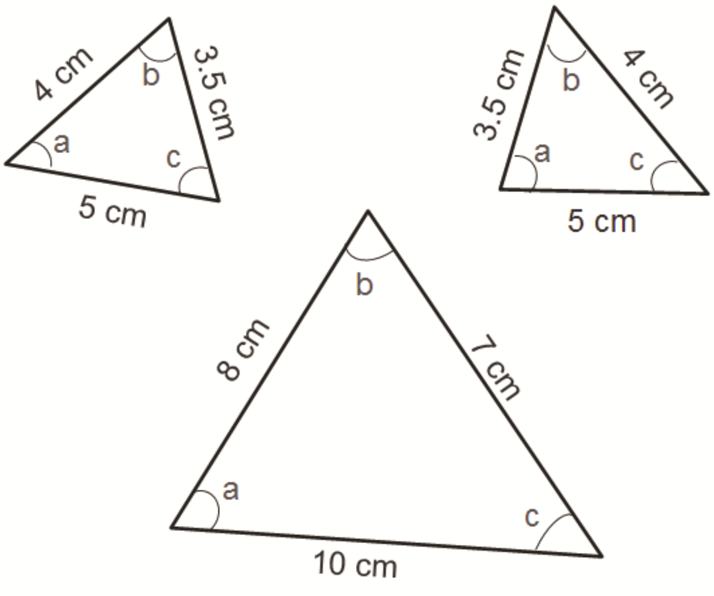
यह इकाई NCF (2005) तथा NCFTE (2009) की निम्न सीखने–सिखाने की आवश्यकताओं से जोड़ता है तथा उन आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगा:

- छात्र–छात्राओं को उनके सीखने–सिखाने में सक्रिय प्रतिभागी के रूप में देखें न कि सिर्फ़ ज्ञान प्राप्त करने वाले के रूप में; ज्ञान निर्माण के लिए उनकी क्षमताओं को कैसे प्रोत्साहित करें; रोट पद्धतियों (रटना) से सीखने–सिखाने को दूर कैसे ले जाएँ।
- छात्र–छात्राओं को गणित को किसी ऐसी चीज़ के रूप में लेने दें, जिसके बारे में वे बात करें, जिसके द्वारा संवाद करें, जिसकी आपस में चर्चा करें, जिसपर साथ मिलकर कार्य करें।
- पाठ्यचर्या, पाठ्यक्रम और पाठ्यपुस्तकों का गंभीर रूप से परीक्षण करते हुए उनसे जुड़ें, न कि बिना कोई सवाल किए प्रस्तुत किए गए रूप में उन्हें स्वीकार करें।

- छात्र–छात्राओं को महत्वपूर्ण गणित सीखने दें और देखें कि गणित, सूत्रों और यांत्रिक प्रक्रियाओं से कहीं ज्यादा है।

संसाधन 2: छात्रों के गणितीय शब्दकोष के प्रविष्टियों के उदाहरण

शब्द/अवधारणा	**त्रिभुजों में सर्वांगसमता**
कहाँ?	अध्याय 7, कक्षा IX
रोज़मर्रा की भाषा में कोई अर्थ?	शब्दकोष के अनुसार, 'के अनुकूल' का मतलब है 'उपयुक्त, सहमत', लेकिन मैंने कभी उसका प्रयोग नहीं किया या सुना (The Oxford Dictionary, 1997)।
पाठ्यपुस्तक/शिक्षक से गणितीय व्याख्या	'सभी प्रकार से बराबर' या 'आकृतियाँ [इस मामले में त्रिभुज] जिनके समान आकार और समान माप हैं' (NCERT पाठ्यपुस्तक, कक्षा IX, पृ. 109)।
मेरा स्पष्टीकरण	सर्वांगसम त्रिभुज वे त्रिभुज हैं, जिनका आकार और माप एकसमान है। मुझे वास्तव में इसे देखने कभी–कभी उन्हें चारों ओर पलटना या उलटना पड़ता है। इस प्रकार सर्वांगसम त्रिभुजों के लिए उनकी भुजाओं की लंबाई और कोण एकसमान होंगे। लेकिन इतना ही नहीं! उन एकसमान लंबाई वाली भुजाओं और कोणों को त्रिभुज में एक ही जगह पर होना चाहिए – जिसे वे 'समरूप' कहते हैं। जब आप त्रिभुजों को काटेंगे, तब उन्हें एक दूसरे पर रख सकेंगे और वे सही प्रतिलिपियाँ होंगी। सर्वांगसम त्रिभुज साथ ही समरूप त्रिभुज भी हैं, लेकिन समरूप त्रिभुज हमेशा सर्वांगसम नहीं हो सकते! इसके अलावा, 'समरूप त्रिभुजों' के लिए मेरी प्रविष्टि पर नज़र डालें ताकि देख सकें कि किस प्रकार ये अवधारणाएँ जुड़ी हुई हैं।
उदाहरण	ये त्रिभुज सर्वांगसम हैं: 

शब्द / अवधारणा	**त्रिभुजों की समरूपता**
कहाँ?	अध्याय 6, कक्षा X
रोज़मर्रा की भाषा में कोई अर्थ?	कोई ऐसी चीज़ जो किसी और चीज़ के समान है। अक्सर यह स्पष्ट नहीं किया जाता कि वह क्या है, जो किसी चीज़ को किसी और चीज़ के समान बनाती है।
पाठ्यपुस्तक / शिक्षक से गणितीय व्याख्या	'दो त्रिभुज समरूप हैं, यदि (i) उनके संगत कोण बराबर हों और (ii) उनकी संगत भुजाएँ या एक ही अनुपात में (या समानुपाती) हों।' (NCERT पाठ्यपुस्तक, कक्षा X, पृ. 123)
मेरा स्पष्टीकरण	अपने लिए नोटः सर्वांगसम के साथ न उलझाएँ! समरूप त्रिभुजों का एकसमान आकार हो सकता है, लेकिन ज़रूरी नहीं कि उनका माप एकसमान हो। यदि उनका एकसमान आकार हो और एकसमान माप हो, तो वे समरूप और साथ ही सर्वांगसम हैं। इसलिए उनका आकार समरूप होना आवश्यक है, लेकिन माप एकसमान होना ज़रूरी नहीं। उन्हें समरूप बनाने वाली चीज़ है कि उनका आकार एक दूसरे की आनुपातिक वृद्धि या कमी हैं। इसका मतलब है कि संगत सभी भुजाओं का अनुपात एकसमान है (उदाहरण के लिए, दूसरे त्रिभुज की भुजाओं का माप पहले से दुगुना था)। और इसलिए त्रिभुजों की समरूपता के बारे में ये मापदंड मायने रखते हैं।
उदाहरण	ये त्रिभुज समरूपी हैं:, 

अतिरिक्त संसाधन

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics

- Class X maths study material: http://www.zietmysore.org/stud_mats/X/maths.pdf
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: https://www.ncetm.org.uk/
- National STEM Centre: http://www.nationalstemcentre.org.uk/
- OpenLearn: http://www.open.edu/openlearn/
- BBC Bitesize: http://www.bbc.co.uk/bitesize/
- Khan Academy's math section: https://www.khanacademy.org/math
- NRICH: http://nrich.maths.org/frontpage
- Mathcelebration: http://www.mathcelebration.com/
- Art of Problem Solving's resources page: http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php
- Teachnology: http://www.teach-nology.com/worksheets/math/
- Maths is Fun: http://www.mathsisfun.com/
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremjifoundation.org/Foundation_Publications
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including the *Teachers Manual for Formative Assessment – Mathematics (Class IX)*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': http://cbse.nic.in/welcome.htm

संदर्भ/संदर्भग्रंथ सूची

Bell, A. (1986) 'Diagnostic teaching 2: developing conflict: discussion lesson', *Mathematics Teaching*, no. 116, pp. 26–9.

Bell, A. (1987) 'Diagnostic teaching 3: provoking discussion', *Mathematics Teaching*, no. 118, pp. 21–3.

Bouvier, A. (1987) 'The right to make mistakes', *For the Learning of Mathematics*, vol. 7, no. 3, pp. 17–25.

Dweck, C. (2000) *Self Theories: Their Role in Motivation, Personality and Development*. Lillington, NC: Psychology Press, Taylor & Francis.

Lee, C. and Johnston-Wilder, S. (2013) 'Learning mathematics – letting the pupils have their say', *Educational Studies in Mathematics*, vol. 83, no. 2, pp. 163–80.

Mason, J. (1988) *Learning and Doing Mathematics*. London: Macmillan.

Mason, J., Burton, L. and Stacey, K. (2010) *Thinking Mathematically*, 2nd edn. Harlow: Pearson Education.

Nardi, E. and Steward, S. (2003) 'Is mathematics T.I.R.E.D.? A profile of quiet disaffection in the secondary mathematics classroom', *British Educational Research Journal*, vol. 29, no. 3, pp. 345–66.

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*. New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education (NCFTE)*. New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2012a) *Mathematics Textbook for Class IX*. New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2012b) *Mathematics Textbook for Class X*. New Delhi: NCERT.

Polya, G. (1962) *Mathematical Discovery: On Understanding, Learning and Teaching Problem Solving*, two volumes. New York, NY: John Wiley & Sons.

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

अभिस्वीकृतियाँ

यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन–शेयरएलाइक लाइसेंस (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/) के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है, जब तक कि अन्यथा निर्धारित न किया गया हो। यह लाइसेंस TESS-India, OU और UKAID लोगो के उपयोग को वर्जित करता है, जिनका उपयोग केवल TESS-India परियोजना के भीतर अपरिवर्तित रूप से किया जा सकता है।

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएं करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत भर के उन शिक्षक प्रशिक्षकों, प्रधानाध्यापकों, शिक्षकों और छात्र–छात्राओं के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन यूनिवर्सिटी के साथ काम किया है।