

गणित में भौतिकीय प्रस्तुति: आँकड़ा प्रबंधन



भारत में विद्यालय आधारित
समर्थन के माध्यम से शिक्षक
शिक्षा

www.TESS-India.edu.in



<http://creativecommons.org/licenses/>



संदेश



शिक्षकों को बाल केंद्रित कक्षा अभ्यास की ओर उन्मुख करने तथा शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्देश्यों को सम्मुख रखते हुए TESS-India राष्ट्रीय स्तर पर कार्यरत है। इस दिशा में TESS-India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) का विकास किया गया है। ये संसाधन शिक्षकों तथा शिक्षक-प्रशिक्षकों के वृत्ति विकास (Professional development) में लाभकारी एवं उपयोगी सिद्ध होंगे। राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के नेतृत्व में इन संसाधनों का स्थानीयकृत किया गया है, जिसके अन्तर्गत इनके उद्देश्य के मूल को बरकरार रखते हुए इनमें स्थानीय, भाषा, बोली, प्रथाओं, संस्कृतियों तथा नियमों को सम्मिलित किया गया है। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता एवं सुगमता पूर्वक किया जा सकता है।

राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के मार्गदर्शन में TESS-India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) नेट पर आप सभी के लिए सुलभ उपलब्ध है।

शुभकामनाओं सहित।

(डॉ० मुरली मनोहर सिंह)

निदेशक

एस०सी०ई०आर०टी०, बिहार

समीक्षा एवं दिशाबोध
डॉ. मुरली मनोहर सिंह, निदेशक राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. सैयद अब्दुल मोईन, विभागाध्यक्ष, अध्यापक शिक्षा विभाग, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. कासिम खुशीद, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्
डॉ. इम्तियाज आलम, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. स्नेहाशीष दास राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. अर्चना, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. रीता राय, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
श्री तेज नारायण प्रसाद, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार

स्थानीयकरण
भाषा और शिक्षा
डॉ. ज्ञानदेव मणि त्रिपाठी, प्राचार्य, मैत्रेय कॉलेज ऑफ एडुकेशन एण्ड मैनेजमेंट, हाजीपुर, वैशाली
श्री सुमन सिंह, प्रखंड साधनसेवी, भगवानपुर हाट, सिवान
श्री कात्यायान कुमार त्रिपाठी, प्राथमिक विद्यालय चैलीटाल, पटना
श्री कृत प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, हिलसा, नालंदा
प्राथमिक अंग्रेजी
श्री अरशद रजा, सहायक शिक्षक, प्राथमिक विद्यालय, पचासा रहुई, नालंदा
श्री संतोष सुमन, सहायक शिक्षक, बालिका उच्च विद्यालय, महुआबाग
श्री शशि भूषण पाण्डेय, सहायक शिक्षक, उत्कर्मित मध्य विद्यालय, मुकुन्दपुर, नालंदा
श्रीमती रचना त्रिवेदी, शिक्षिका, नोट्रेडेम अकादमी, पटना
माध्यमिक अंग्रेजी
श्री मणिशंकर, प्रधानाध्यापक, तारामणी भगवानसाव उच्च माध्यमिक विद्यालय, कोइलवर, भोजपुर
डॉ. ब्रजेश कुमार, शिक्षक, पी. एन. एंग्लो संस्कृत माध्यमिक विद्यालय, नया टोला, पटना
प्राथमिक गणित
श्री कृष्ण कान्त ठाकुर
श्री दिलीप कुमार, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, बुलनी हैदरपुर, नालंदा
श्री गोविन्द प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, चनपटिया, पश्चिमी चम्पारण
माध्यमिक गणित
डॉ. राकेश कुमार, भागलपुर डायट
श्री रिजवान रिजवी, उत्कर्मित मध्य विद्यालय, सिलौटा चाँद, कैमूर
श्री इन्द्रभूषण कुमार, शिक्षक, सहयोगी माध्यमिक विद्यालय, हाजीपुर, वैशाली
प्राथमिक विज्ञान
श्री मनोज त्रिपाठी, प्रखंड साधनसेवी, बरहारा, भोजपुर
श्री शशिकान्त शर्मा, प्रखंड साधनसेवी, आरा, भोजपुर
श्री रणबीर सिंह, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, आदर्श आवासीय मध्य विद्यालय शिक्षक संघ, सहरसा
माध्यमिक विज्ञान
श्री जी.वी.एस.आर प्रसाद
श्री मुकुल कुमार, शिक्षक, सहायक शिक्षक, गोरखनाथ सूर्यदेव माध्यमिक विद्यालय, राजापाकर वैशाली


TESS-India (Teacher Education Through School Based Support) का लक्ष्य है भारत में मुक्त शैक्षिक संसाधनों के द्वारा प्राथमिक और माध्यमिक स्तरों पर शिक्षकों के कक्षा अभ्यासों को बेहतर करना। ये संसाधन शिक्षकों के छात्र-केन्द्रित, भागीदारी दृष्टिकोण को विकसित करने में सहायता करेंगे।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन (**Open Education Resources – OERs**) शिक्षकों को स्कूल की पाठ्यपुस्तक के लिए सहायक पुस्तिका उपलब्ध करते हैं। ये संसाधन शिक्षकों के लिए गतिविधियाँ उपलब्ध करते हैं जो वे कक्षा में अपने छात्रों के साथ कर सकते हैं। साथ ही इनमें केस स्टडी भी हैं जो ये दर्शाते हैं कि किस प्रकार दूसरे शिक्षकों ने उस विषय को सीखने के लिए छात्र-छात्राओं को प्रेरित किया है। संबंधित संसाधन शिक्षकों को पाठ योजना बनाने में और विषय पर ज्ञान वर्धन करने में उनकी सहायता करते हैं।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल हैं। ये भारतीय तथा अंतर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार किये गये हैं और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट उपयोग के लिए उपलब्ध है (<http://www.tess-india.edu.in>)। मुक्त शैक्षिक संसाधन अनेकों संस्करणों में उपलब्ध हैं जो प्रत्येक राज्य के लिए उपयुक्त है जहाँ TESS India कार्यरत है। उपयोगकर्ता इन संसाधनों को अनुकूल और स्थानीयकृत करने के लिए स्वतंत्र हैं ताकि ये स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को पूरा कर सकें।

TESS-India मुक्त विश्वविद्यालय, ब्रिटेन के नेतृत्व में तथा ब्रिटेन की सरकार द्वारा वित्त-पोषित है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई की कुछ गतिविधियों के साथ प्रतीक  का उपयोग किया गया है: . इससे संकेत मिलता है कि निर्दिष्ट अध्यापन संबंधी थीम के लिए TESS-India वीडियो संसाधनों को देखना आपके लिए उपयोगी होगा।

TESS-India वीडियो संसाधन भारत में अनेक प्रकार की कक्षाओं के संदर्भ में मुख्य अध्यापन तकनीकों का वर्णन करते हैं। हमें आशा है कि वे आपको इसी प्रकार के अभ्यासों के साथ प्रयोग करने के लिए प्रेरित करेंगे। उनका उद्देश्य पाठ (टेक्स्ट) पर आधारित इकाइयों के माध्यम से काम करने के आपके अनुभव का पूरक होना और उसे बढ़ाना है।

TESS-India वीडियो संसाधनों को ऑनलाइन देखा या TESS-India की वेबसाइट, [http://www.tess-india.edu.in/](http://www.tess-india.edu.in) से डाउनलोड किया जा सकता है। वैकल्पिक रूप से, आप ये वीडियो सीडी या मेमोरी कार्ड के माध्यम से भी देख सकते हैं।

संस्करण 2.0 EM11v1
Bihar

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>

TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है

इस इकाई में आप आँकड़ों का प्रस्तुतिकरण और आरेखीय रूप से सार प्रस्तुत किए जा सकने वाले तरीकों के बारे में अपने छात्र-छात्राओं की समझ विकसित करने के बारे में जानेंगे। इन छात्र-छात्राओं के कौशल महत्वपूर्ण हैं क्योंकि व्यवसाय, राजनीति, विपणन और विज्ञान के साथ ही व्यापक रूप से मीडिया रिपोर्टिंग में डेटा के निरूपण के लिए डायग्राम का अत्यधिक उपयोग होता है।

डेटा दिखाने के लिए डायग्राम बनाने की बेहतर समझ का होना एक महत्वपूर्ण जीवन कौशल है। तथ्यों को समर्थन देने के लिए समाचारपत्र एवं टीवी कार्यक्रम डायग्राम का उपयोग करते हैं। डायग्राम को समझने एवं विश्लेषित करने में समर्थ होना एक ऐसा तरीका है जिसमें गणित आपके छात्र-छात्राओं को वास्तविक दुनिया में बुद्धिमानीपूर्वक कार्य करने में सशक्त बना सकता है।

इस इकाई में गतिविधियों के माध्यम से कार्य करके आप गणित को समझने के लिए संसाधनों के रूप में भौतिक रूप से अपने स्वयं के शरीर और अपने जीवन के पहलुओं का प्रयोग करने हेतु अपने छात्र-छात्राओं को सक्षम बनाने के लिए विकासात्मक तरीकों के बारे में भी सोच पाएँगे। इस प्रक्रिया को 'मूर्त रूप' की तरह जाना जाता है। मूर्त रूप के अनुसार छात्र-छात्राओं से यह अपेक्षा होती है कि वे सीखे जा रहे गणित में पूरी तरह से खुद को शामिल कर लें और विषय के बारे में सोचें और प्रश्न पूछें।

आप इस इकाई में सीख सकते हैं

- डेटा की चित्रमय प्रस्तुति कैसे करें, उदाहरण के लिए बार चार्ट, हिस्टोग्राम, लाइन ग्राफ़ और पाइ चार्ट का उपयोग करते हुए।
- सांख्यिकीय विचारों को प्रस्तुत करने के लिए भौतिकीय प्रस्तुतिकरणों के रूप में छात्र-छात्राओं के उपयोग के लिए कुछ विचार।
- छात्र-छात्राओं के शिक्षण को स्वयं उन्हीं के सन्दर्भ में किस प्रकार आधार बनाएँ।

इस इकाई का संबंध NCF (2005) और NCFTE (2009) की शिक्षण आवश्यकताओं से है, जिसे संसाधन 1 में दर्शाया गया है।

1 डेटा के साथ कार्य करना



ज़रा सोचिए

- डेटा के निरूपण के लिए डायग्रामों का उपयोग करने के कई तरीकों के बारे में विचार करें। उन कुछ तरीकों को सूचीबद्ध करें जिन्हें आपने हाल ही में देखा है। कुछ समाचार पत्रों में देखें या इंटरनेट का इस्तेमाल कर कुछ ऑनलाइन समाचार रिपोर्ट में देखें। आप किस तरह के डायग्राम ढूँढ सकते हैं?
- इन डायग्रामों को ध्यान से देखें। आपको देने के लिए उन्होंने कौन सी जानकारी का दावा किया है? क्या वास्तव में वे वही दिखाते हैं जिन्हें दिखाने का वे दावा करते हैं या कुछ सूक्ष्म तरीके (या कोई भी सूक्ष्म तरीका नहीं) दिए गए हैं जिसके आधार पर डायग्रामों के संदेश परिवर्द्धित करने के लिए उनमें हेरफेर किया गया है।

इन डायग्रामों को रखें - उनका उपयोग बाद में गतिविधि के लिए किया जा सकता है।

डेटा का उपयोग न केवल पूरे भारत में बल्कि दुनिया के बाकी देशों में भी बढ़ता जा रहा है। ऐसा डेटा के एकत्रण, व्यवस्थापन और संग्रहण के लिए कंप्यूटर और इलेक्ट्रॉनिक माध्यमों की बढ़ती उपलब्धता की वजह से है। डेटा द्वारा जानकारी सूचित की

जाती है जो कि संख्यात्मक (मात्रात्मक) या वर्णनात्मक (गुणात्मक) हो सकती है। चूंकि यह इकाई गणित के बारे में है, अतः यहाँ निरूपित किया जाने वाला अधिकांश डेटा संख्यात्मक होगा।

स्कूलों में व्यापक रूप से संख्यात्मक डेटा एकत्रित किया जा सकता है: प्रत्येक दिन उपस्थित होने वाले छात्र-छात्राओं की संख्या, कक्षाओं की संख्या, कक्षाओं के कक्षों की संख्या या शिक्षकों की संख्या। आप शायद अधिक के बारे में सोच सकते हैं। यदि ये संख्याएँ केवल पुस्तक में दी भर गई हैं और उन्हें किसी भी तरह से क्रमित या निरूपित नहीं किया गया है तो ऐसा कोई भी संदेश खो जाएगा जो प्रदान किए जाने के लिए सक्षम हो सकता है।

इसलिए, डेटा को इस तरीके से निरूपित किया जाता है जिससे वह व्यक्ति को दुनिया और उसके काम करने के बारे में समझने हेतु जानकारी प्राप्त करने के लिए सक्षम बनाए। यदि किसी देश की जनसंख्या में लगातार वृद्धि हो रही है, लेकिन उत्पादित होने वाले भोजन की मात्रा स्थिर बनी हुई है तो अधिक भोजन आयात करने की आवश्यकता होगी। एक चित्रमय निरूपण से स्पष्टतया यह बिंदु प्राप्त हो सकता है।

डेटा को कई तरीकों से सुव्यवस्थित एवं निरूपित किया जाता है, उदाहरण के लिए निम्न का उपयोग करते हुए:

- सारणी
- चित्तालेख
- दंड आलेख
- आयतचित्त
- पाइ चार्ट
- लाइन ग्राफ।

प्रत्येक प्रकार के डायग्राम के अपने नियम और परंपराएँ हैं। गणित में, इसके उदाहरण निम्नलिखित हैं:

- पाँच मिलान चिह्नों के बंडल
- स्वतंत्र चर क्षैतिज, x -अक्ष के साथ चलता है
- आश्रित चर ऊर्ध्वाधर को y -अक्ष का उपयोग कर दिखाया गया है
- प्रत्येक अक्ष पर चिह्नों के बीच का स्थान बराबर होना चाहिए।

इनमें कुछ नियम और परंपराएँ दूसरों की तुलना में अधिक महत्वपूर्ण हैं।

गतिविधि 1 में छात्र-छात्राओं को स्वयं से बार चार्ट बनाना शामिल है ताकि वे यह सोचना आरंभ करें कि बार चार्ट द्वारा निरूपित डेटा का वास्तव में क्या अर्थ है।

इस अंक में अपने छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने से पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह या आंशिक रूप से स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा यदि आप इसे अपने किसी सहकर्मी के साथ आजमाएँगे, क्योंकि जब आप उस अनुभव पर विचार करेंगे तो इससे आपको मदद मिलेगी। स्वयं प्रयास करने से आपको शिक्षार्थी के अनुभवों के भीतर झांकने का मौका मिलेगा, यह आपके शिक्षण और एक शिक्षक के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित करेगा।

गतिविधि 1: अपने खुद के डेटा का निरूपण

भाग 1: दण्ड चार्ट बनाना

तैयारी

आपके छात्र-छात्राओं को इस गतिविधि के लिए काफी स्थान की आवश्यकता होगी, अतः बाहर जाना या सभा कक्ष में जाना

एक अच्छा विचार होगा (चित्र 1)।



चित्र 1 कक्षा से बाहर गणित को मूर्त रूप देती हुई एक कक्षा।

स्कूल के मैदान में काम करने के लिए छात्र-छात्राओं से कहते समय आपको हमेशा यह सुनिश्चित करना चाहिए कि आपके छात्र आती-जाती हुई गाड़ियों या निर्माण कार्य जैसे सामना किए जा सकने वाले सुरक्षा खतरों के प्रति जागरूक हैं और वे मौसम में होने वाले बदलावों के लिए भी तैयार हैं।

आपको अक्षों के चित्रण के लिए प्रयुक्त किए जा सकने वाली कुछ सतह ढूँढने की आवश्यकता होगी। एक भवन का कोना इसके लिए उपयुक्त है, खास तौर पर यदि आप अक्ष पर निशान दिखाने के लिए दीवारों पर चॉक का उपयोग कर सकते हैं। यदि आप फर्शी पत्थर वाले स्थान तक पहुँच सकते हैं, तो यह उपयोगी होगा, लेकिन यह अनिवार्य नहीं है।

गतिविधि

- छात्र-छात्राओं से कहें कि वे अपनी कक्षा में उपस्थित सभी छात्र-छात्राओं की बहनों की संख्या प्रदर्शित करने वाला एक बार चार्ट बनाने वाले हैं।
- छात्र-छात्राओं से पूछें कि प्रत्येक की कितनी बहनें हैं।
- उन सभी छात्र-छात्राओं से पूछें जिनकी कोई बहन नहीं है ताकि उनके लिए आप शून्य के निर्धारण वाले स्थान से एक सीधी पंक्ति बना सकें।
- फिर उन छात्र-छात्राओं से पूछें जिनकी केवल एक बहन है ताकि शून्य पंक्ति से आगे एक पंक्ति बना सकें किंतु जो उसको स्पर्श न करती हो। सुनिश्चित करें बिना बहनों वाली बनाई गई पंक्ति से वे समान दूरी पर अपनी पंक्ति में स्थित हैं। छात्र-छात्राओं से पूछें कि उन्हें ऐसा क्यों करना चाहिए।
- फिर दो बहनों, तीन बहनों और उससे अधिक बहनों वालों के साथ जारी रखें। वहां जगह छोड़ दें जहां बहनों की संख्या में अंतराल है। उनमें से कुछ ऐसे हो सकते हैं जिनकी चार बहनें हैं किंतु पाँच नहीं और कुछ ऐसे हो सकते हैं जिनकी संभवतः छः बहनें हों।
- या तो छात्र-छात्राओं से पूछें कि उन्होंने किस तरह का चार्ट बनाया है, या फिर आप उन्हें बताएँ कि उन्होंने एक दण्ड चार्ट बनाया है।
- अब उनसे कुछ प्रश्न पूछें, जैसे कि: कितने छात्र-छात्राओं की तीन बहनें हैं? कितने छात्र-छात्राओं की कोई बहन नहीं है? बहनों की सर्वाधिक सामान्य संख्या क्या है (बहुलक)? पूरी कक्षा की कितनी बहनें हैं, यह जानने का प्रभावी तरीका क्या होगा?
- कक्षा को लगभग 10 छात्र-छात्राओं के अलग-अलग समूह बनायें। उनसे अपना खुद का बार चार्ट बनाने के लिए कहें। वे अपनी रुचि का या प्रदत्त सूची से कोई एक विषय चुन सकते हैं। विषय कुछ इस तरह के हो सकते हैं: वैसे

लोगों की संख्या जिन्हें कुछ बॉलीवुड सितारे पसंद हैं या उन्हें लन्च में क्या खाना पसंद है या एक दिन में उनके पास कितनी ड्रिंक हैं। जब वे अपने बार चार्ट बना लें तो आप उनसे कहें कि वे इसे देखने के लिए आपको बुलाएँ और फिर उपरोक्त के समान उनसे सवाल पूछें।

- कार्य को समाप्त करने के लिए, प्रत्येक समूह से पूरी कक्षा के समक्ष अपने दण्ड चार्ट दिखाने के लिए कहें। छात्र-छात्राओं को अपने चार्ट के बारे में समूह से प्रश्न पूछने के लिए प्रोत्साहित करें।



इस गतिविधि को कक्षा VI में उप इकाई 9.4 तथा कक्षा VII में इकाई 4.8 से जोड़ा जा सकता है। दिए गए आँकड़े से दंडा लेख बनाने में इससे पुरुआत की जा सकती है।

भाग 2: पाइ चार्ट बनाना

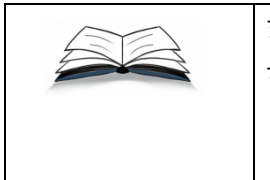
तैयारी

पाइ चार्ट का निर्माण समान तरीके से ही किया जा सकता है लेकिन उनके लिए थोड़े अधिक व्यवस्था करने की आवश्यकता होती है। आपको कागज़ के टुकड़ों, एक लंबे तार या रस्सी और एक जोड़ी कैंची की आवश्यकता होगी।

इसे आरंभ करने के लिए लगभग 20 छात्र-छात्राओं को शामिल करें।

गतिविधि

- प्रत्येक छात्र से एक प्रदत्त श्रेणी से अपना पसंदीदा विकल्प उठाने के लिए कहें, नाश्ते के पकवान के प्रकार (जैसे, सैंडविच, इडली, पोहा, पराठा या उपमा) या फल के प्रकार। एक पाइ चार्ट के लिए चार या पाँच श्रेणियाँ उपयुक्त हैं।
- छात्र-छात्राओं को कागज़ के अपने टुकड़े पर अपना विकल्प चित्रित करने या लिखने का निर्देश दें।
- उन सभी छात्र-छात्राओं को एक शृंखला में हाथ पकड़कर खड़े होने के लिए कहें जिन्होंने समान विकल्प बनाए हैं, फिर सभी छात्र-छात्राओं को एक दूसरे का हाथ पकड़कर एक वृत्त बनाने के लिए कहें।
- श्रेणियों के बीच में विभाजन को चिह्नित करने के लिए वृत्त के केंद्र से जाने के लिए एक तार का प्रयोग करें ताकि पाइ चार्ट बनाया जा सके।
- अब उनसे यह निर्णय लेने के लिए कहें कि कौन सी सर्वाधिक लोकप्रिय श्रेणी है। अर्थात्, वृत्त के किस क्षेत्र में सर्वाधिक छात्र हैं? उन्हें बताएँ कि इसे 'बहुलक' (mode) कहा जाता है।
- और अधिक प्रश्न पूछें, जैसे कि आप कैसे बता पाएँगे कि दो एक जैसे क्षेत्रों में कौन सबसे बड़ा था यदि आप केवल पाइ चार्ट को देख सकते हैं, छात्र-छात्राओं को नहीं।



इस गतिविधि को कक्षा VIII की इकाई आँकड़ों का प्रबंधन अन्तर्गत उप इकाई 4.4 वृत्त आलेख को प्रारम्भ करने के पूर्व किया जा सकता है।

वीडियो: सभी को शामिल करना



केस स्टडी 1: गतिविधि 1 के उपयोग का अनुभव श्रीमती निभा बताती हैं

यह एक शिक्षिका की कहानी है जिसने अपने प्रारंभिक कक्षा के छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधि 1 का प्रयास किया।

मैंने पहली गतिविधि छठी कक्षा के साथ की थी। उन्हें बार चार्ट बनाने का यह विचार बहुत पसंद आया। हमारी कक्षा में, किसी भी छात्र की चार बहनें नहीं थीं और केवल एक ही ऐसा छात्र था जिसकी पाँच बहनें थीं। एक बहन वाले छात्र-छात्राओं की संख्या सबसे अधिक थी और केवल थोड़े ही छात्र-छात्रा थे जिनकी तीन बहनें थीं।

वे सभी अपने को आसानी से रखते हुए प्रश्नों के उत्तर दे पा रहे थे। इसलिए, जब अगला भाग संपन्न किया जा रहा था तो उनके द्वारा बनाए जा सकने वाले अलग-अलग बार चार्टों के बारे में विभिन्न समूहों द्वारा कई सारे सुझाव प्रस्तुत हुए। एक समूह ने कहा कि वे प्रत्येक छात्र-छात्रा के भाइयों एवं बहनों की संख्या गिन सकते हैं और उसका एक ग्राफ़ बना सकते हैं। एक अन्य समूह ने कहा कि वे प्रत्येक छात्र से पूछ सकते हैं कि उनमें से प्रत्येक के परिवार में कितने स्नातक सदस्य हैं।

वहीं एक दूसरे समूह ने कहा कि वे यह पता लगा सकते हैं कि प्रत्येक छात्र ने दिन भर में कितने गिलास पानी पीया। मोना ने यह कहते हुए आपत्ति की कि वह हमेशा पीने के लिए गिलास का प्रयोग नहीं करती लेकिन तभी ग्रुप लीडर दिनेश ने यह कहते हुए प्रतिवाद किया कि 'हम उनसे पानी के गिलास के संबंध में अनुमान की दृष्टि से पूछने वाले हैं।'

मैंने आठवीं कक्षा के साथ पाइ चार्ट गतिविधि की। मैंने उनसे पूछा कि यदि उन्हें निम्न पांच विकल्पों में से अपना पसंदीदा नाश्ता पकवान चुनने का विकल्प दिया जाए तो वे उनमें से क्या चुनेंगे: सैंडविच, इडली, पोहा, पराठा या उपमा? मैंने ममता और नेहा से आगे आकर स्तंभों में मिलान चिह्नों को रखने के लिए कहा, जिसे मैंने उनमें से प्रत्येक के लिए बनाया था और जब वे ऐसा कर रहे थे तो बाकी सभी छात्र-छात्रा अपने विकल्प चुन रहे थे। मीता ने भी सभी को खड़े होने के लिए कहा और समान पसंद वालों के साथ एक समूह का निर्माण किया। इस तरह से वे नेहा द्वारा मिलान चिह्नों में रखी गई संख्याओं को सत्यापित कर सके।

फिर उन्होंने भी शेष समूहों द्वारा बनाए गए वृत्तों के अनुसार बनाया। और उनमें से कुछ यह अनुमान लगा सके कि कौन सा अनुभाग (sections) सबसे बड़ा होने जा रहा है।

फिर हमारे बीच इस बात को लेकर व्यापक चर्चा हुई कि संपूर्ण वृत्त का वृत्त खंड कैसा था, जैसे कि परिधि के लिए उस भाग का चाप था, इसके अलावा इस बात पर भी चर्चा हुई कि संपूर्ण केंद्रीय कोण के लिए त्रिज्यखंडों (sectors) का केंद्रीय कोण कैसा था। कुछ छात्र-छात्रा उससे पूरी तरह सहमत नहीं थे, अतः हमने कागज़ पर उसका निरूपण करने और यह देखने की कोशिश की कि वस्तुस्थिति क्या है। लेकिन मैं इस चर्चा से खुश थी। मुझे यकीन है कि हमारे द्वारा चर्चा की गई बातों में से कुछ अंश अवश्य ही अधिकांश छात्र-छात्राओं के मानस पटल पर स्थायी शिक्षण के रूप में अंकित हो जाएगा।



इस केस स्टडी के पहले हिस्से को कक्षा VI की इकाई आँकड़ों का प्रयोग में दंड आलेख खींचने तथा कक्षा VII की इकाई आँकड़ों का प्रबंधन अन्तर्गत दंड आलेख समझाने के समय कर सकते हैं। केस स्टडी के पाई चार्ट वाले हिस्से को कक्षा VIII की इकाई 4 आँकड़ों का प्रबंधन पाठ के उप इकाई वृत्त आलेख के साथ किया जा सकता है।

आपके शिक्षण अभ्यास के बारे में सोचना

अपनी कक्षा के साथ ऐसा कोई अभ्यास करने के बाद यह सोचें कि क्या ठीक रहा और कहाँ गड़बड़ी हुई। ऐसे प्रश्न सोचें जिनसे छात्र-छात्राओं में रुचि पैदा हो तथा उनके बारे में उन्हें समझाएँ ताकि वे उन्हें हल करके आगे बढ़ सकें। ऐसे चिंतन से वह 'शैली' (script) मिल जाती है, जिसकी मदद से आप छात्र-छात्राओं के मन में गणित के प्रति रुचि जगा सकते हैं और उसे मनोरंजक बना सकते हैं। अगर छात्र-छात्राओं को समझ नहीं आ रहा है और वे कुछ नहीं कर पा रहे हैं, तो इसका मतलब है कि उनकी इसमें सम्मिलित होने की रुचि नहीं है। जब भी आप गतिविधियाँ करें, इस विचार करने वाले अभ्यास का उपयोग करें। जैसे श्रीमती निभा ने कुछ छोटी-छोटी चीजें कीं, जिनसे काफी फर्क पड़ा।



ज़रा सोचिए

ऐसे चिंतन को गति देने वाले अच्छे प्रश्न निम्नलिखित हैं:

- आपकी कक्षा में इसका प्रदर्शन कैसा रहा?
- छात्र-छात्राओं से कैसी प्रतिक्रियाएँ अनपेक्षित थीं? यह आपको उनकी इस समझ के बारे में बताता है कि कैसे बार चार्ट और पाइ चार्ट बनाए जाते हैं और वे किसे प्रस्तुत करते हैं?
- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे आपका क्या कारण था?

2 भौतिक निरूपण से आँकड़ा अभिलेखन की ओर बढ़ना

डेटा के निरूपण की व्याख्या करते समय एक चीज जो अक्सर भूल जाती है, वह यह है कि दण्ड (bar) चार्ट के बार या पाइ चार्ट के सेक्शन उन लोगों (सामान्यतः लोग लेकिन यह अन्य श्रेणियाँ भी हो सकती हैं) की संख्या को प्रस्तुत करते हैं जिनकी अपनी एक विशिष्टता होती है। इसलिए, गतिविधि 1 में बहनों की संख्या की गणना में, '6' के लेबल वाली बार की ऊँचाई कक्षा के उन छात्र-छात्राओं को दर्शाती है जिनकी छह बहनें हैं।

कुछ छात्र-छात्रा बार द्वारा प्रदर्शित लोगों की संख्या और, इस मामले में, बहनों की संख्या के बीच अत्यधिक भ्रमित हो सकते हैं। इस तरह की गतिविधियों का पता लगाने से उन्हें समस्याओं का कारण जानने में मदद मिलेगी, जैसे कि इस चार्ट या उस सारणी द्वारा कुल मिलाकर कितनी बहनें दर्शाई गई हैं।

अपने शरीर का इस्तेमाल कर बनाए गए बार चार्ट और पाइ चार्ट के होने से, यह समूहों को चुनौती देने में उपयोगी साबित होगा कि वे कागज़ पर अपने चार्ट को निर्मित कर सकें। इससे उन्हें बाद में अपनी गतिविधि और पाठ्यपुस्तक के अभ्यास के बीच संबंध स्थापित करने में मदद मिलेगी। यदि आपकी कक्षा में कंप्यूटर और डेटा प्रबंधन सॉफ्टवेयर है तो यह भी सभी या कुछ छात्र-छात्राओं के लिए कंप्यूटर पर अपने चार्ट बनाने के लिए उपयोगी होगा। कंप्यूटर सॉफ्टवेयर द्वारा तुरंत सटीक एवं रंगीन चित्रमय निरूपणों के माध्यम से डेटा को संसाधित (process) किया जा सकता है। यह बहुत उपयोगी हो सकता है, लेकिन यह इस तरह भी लिया जा सकता है कि छात्र-छात्रा ध्यानपूर्वक क्या सोचते हैं कि एक चार्ट किस चीज़ को वास्तव में निरूपित करता है। उनकी भौतिक गतिविधि के साथ लिंक करने से उन चार्टों का व्यापक अर्थ प्रस्तुत होगा जिन्हें छात्र कंप्यूटर पर निर्मित करते हैं।

उनके द्वारा स्वयं से निर्मित किए गए बार या पाइ चार्टों से एक पुस्तक में बार या पाइ चार्ट का निरीक्षण और व्याख्या करने के लिए आगे बढ़ने से या बार या पाइ चार्ट का लिखित वर्णन बनाने से छात्र-छात्राओं की स्मृति दीर्घकालिक बनेगी। उदाहरण के लिए, वे सभी कैसे पंक्तिबद्ध हुए, वे कैसे सुनिश्चित हुए कि उनके बीच का अंतराल बराबर है, इस तरह यह बताना आसान था कि कौन सा बार या सेक्टर सबसे बड़ा था, आदि।

जिस तरह इस इकाई के आरंभ में चर्चा की गई है, बार चार्ट और डेटा के अन्य निरूपणों का समाचार पत्रों और पत्रिकाओं, टेलीविज़न कार्यक्रमों में और इंटरनेट पर व्यापक रूप से इस्तेमाल किया जाता है। अगली गतिविधि आपकी कक्षा के छात्र-छात्राओं को यह जानने में मदद करेगी कि यह प्रकरण (case) है। लेकिन यह डेटा के साथ व्यवहार करते समय नियमों और सिद्धांतों की आवश्यकता को भी समझने में उनको मदद प्रदान करेगी। गतिविधि का लक्ष्य छात्र-छात्राओं को यह सोचने के लिए प्रेरित करना भी है कि प्रस्तुतियाँ उतनी प्रभावकारी हैं या नहीं जितनी वे डेटा को दर्शाने में हो सकती हैं या प्रस्तुतियाँ इस प्रकार निर्मित की गई हैं कि जो कुछ छिपाती हैं या किसी बात को अनुचित रूप से चिह्नित करती हैं।

गतिविधि 2: वास्तविक विश्व में बार चार्ट और डेटा की ग्राफिकल प्रस्तुतियाँ

तैयारी

इस अध्याय से कुछ दिन पहले छात्र-छात्राओं से उनके घर में उपलब्ध अखबारों और पत्रिकाओं में या इंटरनेट पर खोज करके बार चार्ट और डेटा की अन्य ग्राफिकल प्रस्तुतियाँ ढूँढने को कहें। उन्हें प्राप्त कोई भी उदाहरण उन्हें साथ लाने को कहें।

यह गतिविधि चार छात्र-छात्राओं के समूह में करने पर कारगर होती है, क्योंकि उस स्थिति में उनके पास जाँच करने के लिए अधिक उदाहरण उपलब्ध होते हैं।

गतिविधि

छात्र-छात्राओं को निम्नलिखित चरणों के आधार पर निर्देश दें:

- आपसे आपको दिखने वाले बार और पाई चार्ट के उदाहरण साथ लाने को कहा गया था। अपने समूह के साथ साझा करने के लिए इसे एक डेस्क पर लगा दें।
- चार्ट को तेज़ी से छाँटें और तय करें कि कौन-कौन से चार्ट हैं जिन्हें समझने के लिए आपको ज्यादा समय जाँच में नहीं गँवाना होगा ('आसान' ढेर) और कौन-कौन से चार्ट हैं जिन्हें समझने के लिए आपको जाँच में अधिक समय ('कठिन' ढेर) देना होगा।
- अब कठिन वाले संचयन को जाँचें और अपने समूह में इस बात पर चर्चा करें कि इन ग्राफ़ में ऐसा क्या है जो उन्हें समझने में कठिन बना देता है। इसके बारे में अपने विचार लिख डालें।
- अब सरल वाले संचयन की जाँच करें और अपने समूह में चर्चा करें कि इन ग्राफ़ के बारे में ऐसा क्या है जो उन्हें समझने में इतना आसान बना देता है। इसके बारे में अपने विचार लिख डालें।
- इन दो सूचियों की तुलना करें। इन सूचियों में क्या समानताएँ हैं और क्या अलग हैं?
- अपने उत्तरों का उपयोग करके 'बार चार्ट बनाते समय की जाने वाली अच्छी चीज़ों' या 'पाई चार्ट बनाते समय की जाने वाली अच्छी चीज़ों' की एक सूची बनाएँ।



इस गतिविधि का उपयोग कक्षा VI, VII एवं VIII में आँकड़ों का प्रबंधन पाठ में मूल्यांकन से संबंधित गतिविधि के साथ किया जा सकता है।

केस स्टडी 2: श्री राकेश गतिविधि 2 के उपयोग के बारे में बताते हैं

इस गतिविधि की शुरुआत अच्छी नहीं रही: मैंने छात्र-छात्राओं से बार चार्ट के उदाहरण लाने को कहा था – और वे लाए ... कुछ भी नहीं। शायद उनके पास कोशिश करने के लिए पर्याप्त प्रेरणा नहीं थी या शायद उन्हें पता नहीं था कि चार्ट

ढूँढने के लिए कहाँ ढूँढना चाहिए। उन्हें प्रेरित करने के लिए मैंने उन्हें अब तक इस इकाई में जो पढ़ा था बता दिया और उन्हें ऐसे उदाहरणों के बारे में सोचने के लिए कहा जहाँ वास्तविक जीवन में चार्ट का उपयोग किया जाता है।

उदाहरण के लिए मैंने उन्हें वो पत्रिकाएँ और अख़बार दिखाए जिनमें चार्ट के उदाहरण दिए हुए थे, ताकि वो देख सकें कि उन्हें वो कहाँ मिल सकते हैं। अगली कक्षा तक अधिकतर छात्र-छात्रा कई उदाहरण ले आए थे – कुछ ने तो इंटरनेट से कुछ चार्ट भी डाउनलोड कर लिए थे।

छात्र-छात्रा चार के समूह में काम कर रहे थे। जो चार्ट वे अक्सर टीवी पर देखते थे, वे उन्हें आसान लगे, खास कर गेम और विज्ञापन से संबंधित चार्ट और उन्होंने तय किया कि ऐसा इसलिए था कि उसके द्वारा दर्शाई जानकारी सरल थी। हालाँकि उन्होंने ये ज़रूर देखा कि इन 'आसान' चार्ट में से कुछ में उपयोग किए गए पैमाने स्पष्ट नहीं थे और अक्षों पर लगे लेबल भी हमेशा सही नहीं थे। मेडिकल और आर्थिक जानकारी दर्शाने वाले चार्ट के साथ उन्हें ज्यादा कठिनाइयाँ महसूस हुईं। हर अक्ष पर क्या दर्शाया गया था यह पहचानना और हर चार्ट में सटीक रूप से क्या दिखाया गया था यह वर्णन करना उन्हें काफी कठिन प्रतीत हुआ।

मैंने बाद में अभ्यास समस्याओं में उपयोग के लिए चार्ट एकत्रित किए और छात्र-छात्राओं से कहा कि वे हो सके तो और लाएँ ताकि हमारे पास आने वाले कई सालों के लिए चार्ट की एक समूची लाइब्रेरी तैयार हो जाए।



ज़रा सोचिए

- श्री राकेश के छात्र-छात्राओं द्वारा बार चार्ट का कोई उदाहरण न लाने पर श्री राकेश की प्रतिक्रिया के बारे में आप क्या सोचते हैं? इस अध्याय की तैयारी के दौरान ऐसी संभावित स्थिति का उन्होंने कैसे अनुमान लगाया होगा? आपके अनुसार बच्चों से इस तरह के संसाधन मंगवाने के क्या फ़ायदे हैं और जिस तरह के उदाहरण वे लाते हैं, उससे क्या आपको लगता है कि कोई कठिनाई पैदा हो सकती है?

3 असतत और सतत डेटा

आंकिक डेटा दो प्रकार का हो सकता है: 'असतत' और 'सतत'। असतत डेटा गिना जाता है, जबकि सतत डेटा मापा जाता है।

- असतत डेटा केवल निश्चित मान ले सकता है। उदाहरण के लिए, किसी कक्षा में छात्र-छात्राओं की संख्या असतत है क्योंकि आपके पास आधा छात्र नहीं हो सकता। इसलिए बार चार्ट, जैसे कि गतिविधि 1 में उदाहरण 'बहनें', असतत डेटा दिखाते हैं।
- सतत डेटा किसी सीमा के भीतर कोई भी मान ले सकता है। उदाहरण के लिए, एक व्यक्ति की लंबाई इंसानी लंबाई की सीमा में कोई भी मान हो सकता है, लोगों की लंबाई किसी निश्चित मान तक नहीं बढ़ती। समय एक और अच्छा उदाहरण है क्योंकि आप 100 मीटर दौड़ने में लगे समय को सेकंड के एक हिस्से तक माप सकते हैं। सतत डेटा दर्शाने के लिए अधिक सावधानी की आवश्यकता होती है क्योंकि आपको यह तय करना होता है कि हरेक माप ग्राफ़ के किस हिस्से में फिट होता है और कभी-कभी ये एक बेहद सूक्ष्म फैसला होता है। अगली गतिविधि में छात्र-छात्राओं को इसके बारे में सोचने के लिए कहा जाता है।

गतिविधि 3: 'व्यक्ति गणित' और हिस्टोग्राम

तैयारी

एक बार फिर, जगह के कारणों से यह गतिविधि कक्षा के बाहर सर्वश्रेष्ठ तरीके से की जाती है। आपको लंबाई मापने के तरीके की आवश्यकता पड़ेगी, उदाहरण के लिए सेंटीमीटर से चिह्नित की गई 2 मीटर लंबी एक छड़ी।

यह गतिविधि आपके अपने छात्र-छात्राओं की सोच को बढ़ावा देने के लिए प्रश्न पूछने की तरकीब का उपयोग करने के अच्छे अवसर प्रदान करेगी। आपके योजना के एक हिस्से के रूप में, आप गतिविधि के दौरान प्रश्न पूछने की विधि का कैसे उपयोग करेंगे इसके बारे में सोचने के लिए संसाधन 2 का उपयोग कर सकते हैं।

लगभग 20 छात्र-छात्राओं के समूह का उपयोग करें ताकि श्रेणियों में विभाजित करने के लिए पर्याप्त छात्र हों लेकिन इतने भी न हों कि आप जो चित्रित करना चाहते हैं वही धुंधला हो जाए।



चित्र 2 कक्षा के बाहर 'व्यक्ति गणित'।

गतिविधि

- छात्र-छात्राओं से उनकी लंबाई के क्रम में खड़े होने को कहें।
- छात्र-छात्राओं की एक जोड़ी को माध्य लंबाई पता करने के लिए कहें।
- एक छात्र से सबसे छोटे और सबसे लंबे व्यक्ति की लंबाई माप कर इस समूह की परिसर (**range**) जानने के लिए कहें। चर्चा करें कि क्या यह सारी कक्षा की परिसर (**range**) के समान है। क्यों या क्यों नहीं?
- छात्र-छात्राओं से निम्नलिखित प्रश्न पूछें: 'यदि कोई एक 11 वर्ष के बच्चे की 'औसत' लंबाई (या आपकी कक्षा के छात्र-छात्राओं की 'औसत' आयु) जानना चाहता हो, तो क्या निकाला गया माध्य एक अच्छी प्रस्तुति होगी? क्यों या क्यों नहीं?'
- अब निम्नलिखित प्रश्न पूछें: 'मैं चाहता हूँ कि आप अपनी लंबाइयों के लिए एक हिस्टोग्राम बनाएँ। या फिर ये एक बार चार्ट होना चाहिए?'
- छात्र-छात्राओं से पूछें कि चार्ट बनाने के लिए छात्र-छात्राओं की लंबाई को विभाजित करने का एक व्यावहारिक तरीका क्या होगा; यह परिसर पर निर्भर होगा। पाँच 'दण्ड' का लक्ष्य बनाएँ। दण्ड बनाने के लिए छात्र-छात्राओं को वहाँ ले जाएँ।

अब वापस कक्षा में जाएँ।

- एक छात्र को सारे 20 छात्र-छात्राओं की लंबाई माप कर ब्लैकबोर्ड पर लिखने के लिए कहें।
- छात्र-छात्राओं से एक टैली चार्ट बनाने को कहें और फिर इस डेटा के लिए हिस्टोग्राम बनाने के लिए कहें।
- पूछें कि हिस्टोग्राम के दण्ड क्यों छूते हैं जबकि दण्ड चार्ट के दण्ड नहीं छूते।



इस गतिविधि का उपयोग कक्षा VI, VII एवं VIII के पाठ आँकड़ों का प्रबंधन पाठ अन्तर्गत जोड़ा जा सकता है तथा मूल्यांकन में इसका उपयोग किया जा सकेगा।



वीडियो: सोच को बढ़ावा देने के लिए प्रश्न पूछना

केस स्टडी 3: गतिविधि 3 के उपयोग का अनुभव श्रीमती कंचन बताती हैं

मेरी कक्षा में 63 छात्र-छात्राएँ थे, इसलिए मैंने उनमें से 26 से आगे आने को कहा, ये ध्यान रखते हुए कि कई अलग-अलग लंबाइयों वाले छात्र-छात्रा उनमें शामिल थे। बाकी को पीछे रहने को और अवलोकन करके चर्चा को नोट करने में मदद करने के लिए कहा गया।

उन्हें दण्ड आरेख के रूप में दर्शाया क्यों नहीं जा सका, इस विषय पर चर्चा बहुत गर्म रही और उनमें से सभी ने बढ़ चढ़ कर हिस्सा लिया। मोहित ने कहा जब एक छात्र ने कहा कि यदि मापन एकदम सटीकता से किया जाए तो उनमें से हरेक को हिस्टोग्राम के एक बार के रूप में दर्शाया जा सकता है, तो ऐसा लगा कि हमें 26 बार बनाने पड़ेंगे।

फिर एक चर्चा हुई कि हम कितने समूह बना सकते हैं? क्या ऐसा कोई प्रतिबंध या नियम था जिसके आधार पर हम तय कर सकते थे? तब हमने बात की कि कैसे यह सीमा हमें इस पर निर्णय लेने में मदद कर सकती थी। कुछ ने कक्षा अंतर आकार को 3 सेमी रखना चाहा, तो कुछ उसे 5 सेमी रखने के पक्ष में थे। आखिर में मैंने कहा कि वे जो सही समझते थे और समूह बनाएँ और देखें कि कागज़ पर बताने पर वे कैसे काम करते थे। तो हमने एक पंक्ति बनाई और सभी 26 छात्र-छात्राओं की लंबाई मापी।

मैंने उन्हें मिलान चिह्नों का उपयोग करके और फिर हिस्टोग्राम बना कर डेटा को उचित फॉर्म पर रखने के लिए चार-चार के समूह बनाने को कहा। इस बिंदु पर मुझे भी इस बारे में बात करना समझदारी लगी कि दण्ड आरेख में दण्ड के बीच अंतर क्यों होता है जबकि हिस्टोग्राम में ऐसा नहीं होता। यह चर्चा भी बेहद दिलचस्प रही और काफी लोगों ने इसमें भाग लिया। अंत होने तक मुझे लगा कि उन्होंने ऐसा होने के कारणों से एक दूसरे को संतुष्ट कर दिया था।



इस केस स्टडी का अनुप्रयोग कक्षा VI, VII में आँकड़ों का प्रस्तुतीकरण करने के दौरान कर सकते हैं।



ज़रा सोचिए

श्रीमती कंचन ने इस गतिविधि के दौरान पूरी कक्षा के साथ खूब चर्चा की। क्या आप ऐसी नीतियों के बारे में सोच सकते हैं जिनका उपयोग उन्होंने गतिविधि के मुख्य भाग के दौरान जोड़ी या छोटे समूहों में चर्चा शामिल करने के लिए किया हो?

अब सोचें कि आपकी कक्षा के साथ गतिविधि कैसी रही और निम्न सवालों पर विचार करें:

- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- आपके छात्र-छात्राओं के जवाबों ने असतत और सतत डेटा के बीच अंतर की आपकी समझ के बारे में आपसे क्या कहा?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- क्या आपने ऐसे छात्र-छात्राओं को पहचाना जिन्हें इन उपायों के साथ और अधिक अभ्यास की आवश्यकता है?

4 सारांश

इस इकाई का अध्ययन करने में आपने सोचा कि डेटा दिखाने वाले चार्ट क्या दर्शाते हैं इसके बारे में एक स्पष्ट विचार विकसित करने के लिए छात्र-छात्राओं को कैसे सक्षम किया जा सकता है। आपने इस बात पर ध्यान दिया कि छात्र-छात्राओं को बार चार्ट, पाई चार्ट और हिस्टोग्राम बनाने में कैसे मदद प्रदान की जाए और आपने परिसर, बहुलक, माध्यक और माध्य की भूमिका के बारे में भी विचार किया है।

इस इकाई की एक प्रमुख विषयवस्तु यह है कि जब छात्र गणितीय डेटा और अवधारणाओं को दर्शाने के लिए खुद का उपयोग करते हैं, तो वे उन उपायों को बेहतर याद रखेंगे क्योंकि वे खुद उसमें शामिल हैं और प्रश्न पूछ सकते हैं।

आपने यह भी देखा होगा कि अपने छात्र-छात्राओं को सीखने में बेहतर सहायता करने में आपके शिक्षण को प्रतिबिंबित करना कितना महत्वपूर्ण है।



ज़रा सोचिए

- ऐसी तीन तकनीकों या रणनीतियों की पहचान करें जो आपने इस इकाई में सीखी हैं जिन्हें आप अपनी कक्षा में अन्य विषयों में उपयोग कर सकते हैं।

संसाधन

संसाधन 1: एनसीएफ/एनसीएफटीई की आवश्यकताएँ

यह इकाई एनसीएफ (2005) और एनसीएफटीई (2009) की निम्नलिखित शिक्षण आवश्यकताओं के साथ संबंध स्थापित करती है तथा उन आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगी:

- शिक्षार्थियों को उनके शिक्षण में सक्रिय प्रतिभागी के रूप में देखें न कि सिर्फ ज्ञान प्राप्त करने वाले के रूप में; ज्ञान निर्माण के लिए उनकी क्षमताओं को कैसे प्रोत्साहित करें; रटने वाली पद्धतियों से शिक्षण को दूर कैसे ले जाएँ।
- छात्र-छात्राओं को गणित को किसी ऐसी चीज़ के रूप में लेने दें जिसके बारे में वे बात करें, जिसके द्वारा संवाद करें, जिसकी आपस में चर्चा करें, जिस पर साथ मिलकर कार्य करें।
- चलिए छात्र-छात्राओं को गणित का महत्व समझने दें और सूत्रों तथा यांत्रिक प्रक्रियाओं से आगे बढ़कर गणित को जानने का प्रयास करने दें।

संसाधन 2: सोच को बढ़ावा देने के लिए प्रश्न पूछना

शिक्षक अपने छात्र-छात्राओं से हर समय प्रश्न पूछते हैं; प्रश्नों का तात्पर्य होता है कि शिक्षक सीखने, और अधिक सीखने में अपने छात्र-छात्राओं की मदद कर सकें। एक अध्ययन (हैस्टिंग्स, 2003) के अनुसार, शिक्षक औसत रूप से अपना एक तिहाई समय छात्र-छात्राओं से प्रश्न पूछने में बिताते हैं। पूछे गए प्रश्नों में से, 60 प्रतिशत ने तथ्यों का स्मरण दिलवाया और

20 प्रतिशत प्रक्रियागत थे (हैटी, 2012)। इन प्रश्नों के अधिकांश उत्तर या तो सही थे या गलत। लेकिन क्या ऐसे प्रश्न पूछने भर से, जो या तो सही हैं या गलत, सीखने को बढ़ावा मिलता है?

प्रश्न कई अलग-अलग प्रकार के होते हैं जो छात्र-छात्राओं से पूछे जा सकते हैं। शिक्षक जो उत्तर और परिणाम चाहते हैं, उसी के अनुसार तय होता है कि शिक्षक को किस प्रकार के प्रश्नों का उपयोग करना चाहिए। शिक्षक छात्र-छात्राओं से आमतौर पर इसलिए प्रश्न पूछते हैं ताकि:

- जब कोई नया विषय या सामग्री प्रस्तुत की जाती है, तब उसे समझने की दिशा में छात्र-छात्राओं का मार्गदर्शन कर सकें
- और अधिक चिंतन करने के लिए छात्र के ऊपर जोर डाल सकें
- गलती सुधार सकें
- छात्र-छात्राओं में कसावट ला सकें
- समझ की जांच-परख कर सकें।

प्रश्न पूछने का उपयोग आमतौर पर यह पता लगाने के लिए किया जाता है कि छात्र-छात्रा क्या जानते हैं, इसलिए उनकी प्रगति के आकलन के लिए यह महत्वपूर्ण है। प्रश्नों का उपयोग प्रेरित करने, छात्र-छात्राओं के विचार-कौशल को बढ़ाने और जिज्ञासु मस्तिष्क विकसित करने के लिए भी किया जा सकता है। इन्हें दो वृहद श्रेणियों में बांटा जा सकता है:

- **निचले दर्जे के प्रश्न**, जो तथ्यों और पहले से सीखे हुए ज्ञान का स्मरण करवाते हैं। ये प्रायः बंद प्रश्न होते हैं (उत्तर हां या ना में)।
- **उच्चतर दर्जे के प्रश्न**, जो अधिक चिंतन की मांग करते हैं। ये छात्र-छात्राओं को एक उत्तर तैयार करने के लिए या तार्किक ढंग से एक दलील का समर्थन करने के लिए पहले से सीखी गई जानकारी को एकत्रित करने के लिए करते हैं। उच्चतर दर्जे के प्रश्न प्रायः अधिक खुले होते हैं।

खुले प्रश्न छात्र-छात्राओं को पाठ्यपुस्तक-आधारित, शाब्दिक उत्तरों से आगे जाकर सोचने के लिए प्रोत्साहित करते हैं, इस तरह उत्तरों की एक शृंखला सामने लाते हैं। ये विषयवस्तु के बारे में छात्र-छात्राओं की समझ का आकलन करने में भी शिक्षक की मदद करते हैं।

छात्र-छात्राओं को उत्तर देने के लिए प्रोत्साहित करना

अनेक शिक्षक प्रश्न के उत्तर की मांग करने से पहले एक सेकंड से भी कम समय देते हैं और इसलिए अक्सर या तो स्वयं ही प्रश्न का उत्तर दे देते हैं या प्रश्न को दूसरे शब्दों में रख देते हैं (हैस्टिंग्स, 2003)। छात्र-छात्राओं के पास केवल प्रतिक्रिया करने का समय होता है - सोचने का समय नहीं होता! यदि आप उत्तर की अपेक्षा करने से पहले चंद सेकंड प्रतीक्षा कर लें, तो छात्र-छात्राओं को सोचने का समय मिल जाएगा। इसका छात्र-छात्राओं की उपलब्धि पर सकारात्मक प्रभाव पड़ता है। प्रश्न पूछने के बाद प्रतीक्षा करने से बढ़ती है:

- छात्र-छात्राओं के उत्तरों की लंबाई
- उत्तर देने वाले छात्र-छात्राओं की संख्या
- छात्र-छात्राओं का बारंबार प्रश्न पूछना
- कम समर्थ छात्र-छात्राओं के उत्तरों की संख्या
- छात्र-छात्राओं के बीच आपस में सकारात्मक संवाद

आपकी प्रतिक्रिया का महत्व है

आप दिए जाने वाले उत्तरों को जितने अधिक सकारात्मक ढंग से ग्रहण करेंगे, छात्र-छात्रा उतना ही अधिक सोचने का प्रयास जारी रखेंगे। गलत उत्तरों और गलत धारणाओं में सुधार सुनिश्चित करने के कई तरीके हैं, और यदि एक छात्र के मन में त्रुटिपूर्ण विचार है, तो आप यकीन कर सकते हैं कि कई और के मन में भी होगा। आप नीचे लिखे प्रयास कर सकते हैं:

- उत्तरों के उन अंशों को चुनकर निकालिए जो सही हैं, और मददगार ढंग से उस छात्र को अपने उत्तर के बारे थोड़ा और सोचने के लिए कहें। यह ज्यादा सक्रिय भागीदारी को प्रोत्साहित करता है और अपनी गलतियों से सीखने में आपके छात्र-छात्राओं की मदद करता है। नीचे लिखी टिप्पणी दर्शाती है कि एक गलत उत्तर पर आप मददगार ढंग से प्रतिक्रिया किस प्रकार दे सकते हैं: 'भाप से बादल बनते हैं यह तो तुमने सही कहा, लेकिन बारिश के बारे में तुमने जो कहा उसके बारे में मुझे लगता है हमें कुछ और खोजबीन की जरूरत है। क्या कोई और कुछ विचार दे सकता है?'
- छात्र-छात्राओं द्वारा दिए गए सभी उत्तरों को ब्लैकबोर्ड पर लिखें, और फिर छात्र-छात्राओं से उन सबके बारे में सोचने के लिए कहें। आपकी राय में कौन से उत्तर सही हैं? कौन से उत्तरों में से दिए जा रहे दूसरे उत्तर निकले सकते हैं? इससे आपको यह समझने का मौका मिलता है कि आपके छात्र किस ढंग से सोच रहे हैं और आपके छात्र-छात्राओं को अपनी गलत धारणाओं को, जो उनके मन में हो सकती हैं, भयभीत हुए बगैर सुधारने का मौका मिलता है।

सभी उत्तरों को ध्यानपूर्वक सुनकर और छात्र-छात्राओं को और अधिक समझाने के लिए कहकर सम्मान दें। यदि आप सभी उत्तरों को, चाहे वे सही हों या गलत, और अधिक समझाने के लिए कहेंगे, तो कोई गलती होने पर छात्र स्वयं ही उसे सुधार लेंगे। इस तरह आप एक सोचने वाली कक्षा का विकास करेंगे और आप वास्तव में जान सकेंगे कि आपके छात्र-छात्राओं ने क्या सीखा है और इससे आगे कैसे बढ़ना है। यदि गलत उत्तरों के परिणामस्वरूप अपमान और दंड मिलता है, तो आपके छात्र-छात्रा और भी शर्मिंदगी तथा उपहास का पात्र बनने के भय से कोशिश करना बंद कर देंगे।

उत्तरों की गुणवत्ता को बेहतर बनाना

यह महत्वपूर्ण है कि आप प्रश्न पूछने के ऐसे अनुक्रम का पालन करने का प्रयत्न करें, जो सही उत्तरों के साथ समाप्त न होता हो। सही उत्तरों का पुरस्कार ऐसे फॉलो-अप प्रश्नों के रूप में देना चाहिए जो ज्ञान को बढ़ाएं और छात्र-छात्राओं को शिक्षक के साथ जुड़ने का अवसर प्रदान करें। आप ऐसा यह पूछकर कर सकते हैं:

- एक *कैसे* या एक *क्यों*
- उत्तर देने का कोई और तरीका
- एक बेहतर शब्द
- उत्तर की पुष्टि करने के लिए प्रमाण
- एक संबंधित कौशल से जोड़ना
- एक नए विन्यास में समान कौशल या तर्क को लागू करना।

अपने उत्तर के बारे में और अधिक गहराई तक जाकर सोचने में छात्र-छात्राओं की मदद करना (और इस तरह उत्तरों की गुणवत्ता को बेहतर बनाना) आपकी भूमिका का महत्वपूर्ण हिस्सा है। नीचे लिखे कौशल छात्र-छात्राओं की और अधिक उपलब्धि प्राप्त करने में मदद करेंगे:

- **अनुबोधन** में संकेत देने की आवश्यकता होती है - ऐसे संकेत जो छात्र-छात्राओं को उनके उत्तरों को विकसित करने और बेहतर बनाने में मदद करें। आप पहले यह बताना चुन सकते हैं कि उत्तर में क्या सही है और फिर जानकारी, आगे के प्रश्न और अन्य संकेत दे सकते हैं। ('तो अगर तुम कागज के अपने हवाई जहाज के आखिर में वजन रखो तो क्या होगा?')

- **टटोलने** में और अधिक जानने का प्रयास किया जाता है, छात्र जो कहना चाह रहे हैं उसे स्पष्ट करने में उनकी मदद की जाती है, ताकि अव्यवस्थित उत्तर को या आंशिक रूप से सही उत्तर को सुधारा जा सके। ('तो यह आपस में कैसे जुड़ता है इसके बारे में तुम मुझे और क्या बता सकते हो?')
- **पुनर्संक्रेंद्रण** या फिर से ध्यान केंद्रित करने में सही उत्तरों को आगे बढ़ाया जाता है, ताकि छात्र-छात्राओं के ज्ञान को उनके द्वारा पूर्व में सीखे गए ज्ञान से जोड़ा जा सके। यह उनकी समझ को विकसित करता है। ('तुमने जो कहा सही है, लेकिन पिछले हफ्ते अपने स्थानीय पर्यावरण के विषय में हम जो देख रहे थे उससे यह कैसे जुड़ता है?')
- **अनुक्रमण** का अर्थ है प्रश्नों को एक ऐसे क्रम में पूछना, जो चिंतन को आगे बढ़ाने के लिए बनाया गया हो। प्रश्नों को इस तरह क्रमबद्ध होना चाहिए कि वे छात्र-छात्राओं को संक्षेपण करने, तुलना करने, व्याख्या करने या विश्लेषण करने की ओर ले जाएँ। प्रश्न ऐसे तैयार करें जिनसे छात्र-छात्राओं को मस्तिष्क पर जोर डालना पड़े, लेकिन उन्हें इस हद तक भी चुनौती न दें कि वे प्रश्नों का अर्थ ही गंवा बैठें। 'जरा बताओ तो तुम अपनी पहले वाली समस्या से कैसे उबरे। उससे क्या फर्क पड़ा? तुम्हें क्या लगता है कि अपनी अगली समस्या से निपटने के लिए तुम्हें क्या चाहिए?')
- **सुनना** यानी ध्यानपूर्वक सुनकर आप न सिर्फ उस उत्तर की तलाश कर पाते हैं जिसकी आप अपेक्षा कर रहे हैं, बल्कि असाधारण या अभिनव उत्तरों के प्रति भी सचेत होते हैं, जिनकी अपेक्षा आपने नहीं की हो सकती है। इससे यह भी प्रदर्शित होता है कि आप छात्र-छात्राओं की विचारशीलता को महत्व देते हैं और इससे उनके अधिक विचारपूर्ण उत्तर देने की संभावना बढ़ जाती है। इस प्रकार के उत्तर उन भ्रांतियों पर रोशनी डाल सकते हैं जिन्हें सुधारने की जरूरत होती है, अथवा वे एक नया तरीका दिखा सकते हैं जिस पर आपने विचार न किया हो। ('भिँने तो इस बारे में सोचा ही नहीं। मुझे और बताओ तुम इस ढंग से क्यों सोच रहे हो।')

शिक्षक/शिक्षिका के नाते, यदि आपको अपने छात्र-छात्राओं से रोचक और आविष्कारक उत्तर निकलवाने हैं, तो आपको प्रेरक और चुनौतीपूर्ण प्रश्न पूछने होंगे। आपको उन्हें सोचने के लिए समय देना होगा और आप आश्चर्य में पड़ जाएंगे कि आपके छात्र कितना अधिक जानते हैं और उनके सीखने को आगे बढ़ाने में आप कितनी भलीभाँति मदद कर सकते हैं।

याद रखिए, प्रश्न पूछने का संबंध उससे नहीं है जो शिक्षक जानता है, बल्कि उससे है जो छात्र-छात्रा जानते हैं। यह याद रखना महत्वपूर्ण है कि आपको कभी भी स्वयं अपने प्रश्नों का उत्तर नहीं देना चाहिए! आखिरकार, यदि छात्र जानते हैं कि कुछ सेकंड की खामोशी के बाद प्रश्नों का उत्तर आप उन्हें दे ही देंगे, तो उत्तर देने के लिए उनका प्रोत्साहन भला क्या है?

अतिरिक्त संसाधन

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: <http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics>
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: <https://www.ncetm.org.uk/>
- National STEM Centre: <http://www.nationalstemcentre.org.uk/>
- National Numeracy: <http://www.nationalnumeracy.org.uk/home/index.html>
- BBC Bitesize: <http://www.bbc.co.uk/bitesize/>
- Khan Academy's math section: <https://www.khanacademy.org/math>
- NRICH: <http://nrich.maths.org/frontpage>
- Art of Problem Solving's resources page: <http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php>
- Teachnology: <http://www.teach-nology.com/worksheets/math/>
- Math Playground's logic games: <http://www.mathplayground.com/logicgames.html>
- Maths is Fun: <http://www.mathsisfun.com/>

- Coolmath4kids.com: <http://www.coolmath4kids.com/>
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: <http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm>
- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 1 ('Aspects of Teaching Mathematics'), Block 2 ('Numbers (I)'), Block 3 ('Numbers (II)'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html>
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 3 ('Data and Chance'), Block 4 ('On Spatial Learning'), Block 5 ('Exploring Numbers'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html>
- *Manual of Mathematics Teaching Aids for Primary Schools*, published by NCERT: <http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/pks-primarymanual.pdf>
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremijifoundation.org/Foundation_Publications
- Textbooks developed by the Eklavya Foundation with activity-based teaching mathematics at the primary level: http://www.eklavya.in/pdfs/Catalouge/Eklavya_Catalogue_2012.pdf
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including *List of Hands-on Activities in Mathematics for Classes III to VIII*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': <http://cbse.nic.in/welcome.htm>

संदर्भ/संदर्भग्रंथ सूची

Bloomfield, A. and Vertes, B. (2005) *People Maths: Hidden Depths*. Derby: Association of Teachers of Mathematics.

Bloomfield, A. and Vertes, B. (2008) *More People More Maths*. Derby: Association of Teachers of Mathematics.

Hastings, S. (2003) 'Questioning', *TES Newspaper*, 4 July. Available from: <http://www.tes.co.uk/article.aspx?storycode=381755> (accessed 22 September 2014).

Hattie, J. (2012) *Visible Learning for Teachers: Maximising the Impact on Learning*. Abingdon: Routledge.

National Council for Teacher Education (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education* (online). New Delhi: NCTE. Available from: http://www.ncte-india.org/publicnotice/NCFTE_2010.pdf (accessed 14 February 2014).

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*. New Delhi: NCERT.

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

अभिस्वीकृतियाँ

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>)। नीचे दी गई सामग्री

मालिकाना हक की है तथा लाइसेंस के अंतर्गत ही इस प्रोजेक्ट में उपयोग की गई है, तथा इसका **Creative Commons Licence** से कोई वास्ता नहीं है। इसका अर्थ यह है कि यह सामग्री अपरिवर्तित रूप से केवल **TESS-India** प्रोजेक्ट में ही उपयोग की जा सकती है और यह किसी अनुवर्ती **OER** संस्करणों में उपयोग नहीं की जा सकती। इसमें **TESS-India**, **OU** और **UKAID** लोगो का उपयोग भी शामिल है।

इस इकाई में सामग्री को पुनः प्रस्तुत करने की अनुमति के लिए निम्न स्रोतों का कृतज्ञतारूपी आभार किया जाता है:

चित्र 1 और 2: मुक्त विश्वविद्यालय (Figures 1 and 2: The Open University)।

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएं करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत भर के उन शिक्षक प्रशिक्षकों, प्रधानाध्यापकों, शिक्षकों और छात्र-छात्राओं के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन यूनिवर्सिटी के साथ काम किया है।