

गणित में रचनात्मक विचार: आनुपातिक तर्क



भारत में विद्यालय आधारित
समर्थन के माध्यम से शिक्षक
शिक्षा

www.TESS-India.edu.in



<http://creativecommons.org/licenses/>



संदेश



शिक्षकों को बाल केंद्रित कक्षा अभ्यास की ओर उन्मुख करने तथा शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्देश्यों को सम्मुख रखते हुए TESS-India राष्ट्रीय स्तर पर कार्यरत है। इस दिशा में TESS-India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) का विकास किया गया है। ये संसाधन शिक्षकों तथा शिक्षक-प्रशिक्षकों के वृत्ति विकास (Professional development) में लाभकारी एवं उपयोगी सिद्ध होंगे। राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के नेतृत्व में इन संसाधनों का स्थानीयकृत किया गया है, जिसके अन्तर्गत इनके उद्देश्य के मूल को बरकरार रखते हुए इनमें स्थानीय, भाषा, बोली, प्रथाओं, संस्कृतियों तथा नियमों को सम्मिलित किया गया है। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता एवं सुगमता पूर्वक किया जा सकता है।

राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के मार्गदर्शन में TESS-India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) नेट पर आप सभी के लिए सुलभ उपलब्ध है।

शुभकामनाओं सहित।

(डॉ० मुरली मनोहर सिंह)

निदेशक

एस०सी०ई०आर०टी०, बिहार

समीक्षा एवं दिशाबोध
डॉ. मुरली मनोहर सिंह, निदेशक राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. सैयद अब्दुल मोईन, विभागाध्यक्ष, अध्यापक शिक्षा विभाग, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. कासिम खुशीद, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्
डॉ. इम्तियाज आलम, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. स्नेहाशीष दास राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. अर्चना, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. रीता राय, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
श्री तेज नारायण प्रसाद, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार

स्थानीयकरण
भाषा और शिक्षा
डॉ. ज्ञानदेव मणि त्रिपाठी, प्राचार्य, मैत्रेय कॉलेज ऑफ एडुकेशन एण्ड मैनेजमेंट, हाजीपुर, वैशाली
श्री सुमन सिंह, प्रखंड साधनसेवी, भगवानपुर हाट, सिवान
श्री कात्यायान कुमार त्रिपाठी, प्राथमिक विद्यालय चैलीटाल, पटना
श्री कृत प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, हिलसा, नालंदा
प्राथमिक अंग्रेजी
श्री अरशद रजा, सहायक शिक्षक, प्राथमिक विद्यालय, पचासा रहुई, नालंदा
श्री संतोष सुमन, सहायक शिक्षक, बालिका उच्च विद्यालय, महुआबाग
श्री शशि भूषण पाण्डेय, सहायक शिक्षक, उत्कर्मित मध्य विद्यालय, मुकुन्दपुर, नालंदा
श्रीमती रचना त्रिवेदी, शिक्षिका, नोट्रेडेम अकादमी, पटना
माध्यमिक अंग्रेजी
श्री मणिशंकर, प्रधानाध्यापक, तारामणी भगवानसाव उच्च माध्यमिक विद्यालय, कोइलवर, भोजपुर
डॉ. ब्रजेश कुमार, शिक्षक, पी. एन. एंग्लो संस्कृत माध्यमिक विद्यालय, नया टोला, पटना
प्राथमिक गणित
श्री कृष्ण कान्त ठाकुर
श्री दिलीप कुमार, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, बुलनी हैदरपुर, नालंदा
श्री गोविन्द प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, चनपटिया, पश्चिमी चम्पारण
माध्यमिक गणित
डॉ. राकेश कुमार, भागलपुर डायट
श्री रिजवान रिजवी, उत्कर्मित मध्य विद्यालय, सिलौटा चाँद, कैमूर
श्री इन्द्रभूषण कुमार, शिक्षक, सहयोगी माध्यमिक विद्यालय, हाजीपुर, वैशाली
प्राथमिक विज्ञान
श्री मनोज त्रिपाठी, प्रखंड साधनसेवी, बरहारा, भोजपुर
श्री शशिकान्त शर्मा, प्रखंड साधनसेवी, आरा, भोजपुर
श्री रणबीर सिंह, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, आदर्श आवासीय मध्य विद्यालय शिक्षक संघ, सहरसा
माध्यमिक विज्ञान
श्री जी.वी.एस.आर प्रसाद
श्री मुकुल कुमार, शिक्षक, सहायक शिक्षक, गोरखनाथ सूर्यदेव माध्यमिक विद्यालय, राजापाकर वैशाली


TESS-India (Teacher Education Through School Based Support) का लक्ष्य है भारत में मुक्त शैक्षिक संसाधनों के द्वारा प्राथमिक और माध्यमिक स्तरों पर शिक्षकों के कक्षा अभ्यासों को बेहतर करना। ये संसाधन शिक्षकों के छात्र-केंद्रित, भागीदारी दृष्टिकोण को विकसित करने में सहायता करेंगे।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन (**Open Education Resources – OERs**) शिक्षकों को स्कूल की पाठ्यपुस्तक के लिए सहायक पुस्तिका प्रदान करते हैं। ये संसाधन शिक्षकों के लिए गतिविधियाँ प्रदान करते हैं जो वे कक्षा में अपने छात्रों के साथ कर सकते हैं। साथ ही इनमें केस स्टडी भी हैं जो ये दर्शाते हैं कि किस प्रकार दूसरे शिक्षकों ने उस विषय को सिखाया है। संबंधित संसाधन शिक्षकों को पाठ योजना बनाने में और विषय पर ज्ञान वर्धन करने में उनकी सहायता करते हैं।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल हैं। ये भारतीय तथा अंतर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार किये गये हैं और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट उपयोग के लिए उपलब्ध है (<http://www.tess-india.edu.in>)। मुक्त शैक्षिक संसाधन अनेकों संस्करणों में उपलब्ध हैं जो प्रत्येक राज्य के लिए उपयुक्त है जहाँ TESS India कार्यरत है। उपयोगकर्ता इन संसाधनों को अनुकूल और स्थानीयकृत करने के लिए स्वतंत्र हैं ताकि ये स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को पूरा कर सकें।

TESS-India मुक्त विश्वविद्यालय, ब्रिटेन के नेतृत्व में तथा ब्रिटेन की सरकार द्वारा वित्त-पोषित है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई की कुछ गतिविधियों के साथ निम्न प्रतीक का उपयोग किया गया है:  . इससे संकेत मिलता है कि निर्दिष्ट अध्यापन संबंधी थीम के लिए TESS-India वीडियो संसाधनों को देखना आपके लिए उपयोगी होगा।

TESS-India वीडियो संसाधन भारत में अनेक प्रकार की कक्षाओं के संदर्भ में मुख्य अध्यापन तकनीकों का वर्णन करते हैं। हमें आशा है कि वे आपको इसी प्रकार के अभ्यासों के साथ प्रयोग करने के लिए प्रेरित करेंगे। उनका उद्देश्य पाठ (टेक्स्ट) पर आधारित इकाइयों के माध्यम से काम करने के आपके अनुभव का पूरक होना और उसे बढ़ाना है।

TESS-India वीडियो संसाधनों को ऑनलाइन देखा या TESS-India की वेबसाइट, <http://www.tess-india.edu.in/> से डाउनलोड किया जा सकता है। वैकल्पिक रूप से, आप ये वीडियो सीडी या मेमोरी कार्ड के माध्यम से भी देख सकते हैं।

संस्करण 2.0 EM15v1

Bihar

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है। <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>

TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है

अनुपात की समझ के बिना जीवन की कल्पना करना मुश्किल है - यह वृद्धि और कमी (या बढ़ाने और घटाने) सभी कार्यों में मौजूद है। इसे छः लोगों की बजाय दस लोगों के लिए खाना बनाने हेतु सामग्रियों के बारे में सोचते समय घर में इस्तेमाल किया जाता है। इसे निर्माण योजनाओं के बारे में सोचते समय शहरी नियोजन के लिए इस्तेमाल किया जाता है। इसे कराधान के मुद्दों पर विचार करते समय नीति निर्माताओं द्वारा इस्तेमाल किया जाता है। यहाँ तक कि इसे कई लोगों को कितनी मिठाइयाँ मिलेंगी या मित्रों के बीच कंचे कैसे बांटे जाएँ, आदि अनुमानपरक या उलझनपूर्ण सवालों को हल करने के लिए छोटे बच्चों द्वारा इस्तेमाल किया जाता है।

इस तरह से, छात्र-छात्राएँ कुछ सहज ज्ञान युक्त समझ और आनुपातिक तर्क के ज्ञान के साथ स्कूल आते हैं, लेकिन वे गलतफहमी और समझ के विभिन्न स्तरों के साथ भी आते हैं।

इस इकाई में मनोरंजक और रचनात्मक तरीके से प्रतिलोम और सीधे अनुपात सहित आनुपातिक तर्क को सिखानेवाली विधियों को देखा जाएगा।

आप इस इकाई में सीख सकते हैं

- अपने छात्र-छात्राओं को यह समझने में किस प्रकार मदद करें कि आनुपातिक तर्क मात्राओं के बीच गुणक संबंध बताता है।
- अपने छात्र-छात्राओं को गणित के बारे में अपनी सोच को अधिक रचनात्मक बनाने में सहायता करने के लिए कुछ विचार।
- कुछ सुझावों की गतिविधि का प्रारूप कैसे तैयार करें, कि सोचने की संभावना बन सके।

इस इकाई का संबंध NCF (2005) और NCFTE (2009) की शिक्षण आवश्यकताओं से है जिसे संसाधन 1 में दर्शाया गया है।

1 आनुपातिक तर्क से संबंधित सामान्य गलतफ़हमियाँ



ज़रा सोचिए

- रोजमर्रा की जिंदगी में आनुपातिक तर्क की उपस्थिति के बारे में सोचना शुरू करने के लिए, आप पूरे दिन में आनुपातिक तर्क के उपयोग वाली सभी स्थितियों का एक नोट बनाएँ। उदाहरण के लिए: 'मैंने कुछ चपातियाँ बनाई - सामान्य की तुलना में लगभग आधा। इसके लिए मैंने सामान्य रूप से लिए जाने वाले आटे को आधा करने के लिए अपेक्षित राशि का समायोजन किया।'।
- आप अपने छात्र-छात्राओं से ऐसा ही करने और अगले पाठ में अपना उदाहरण प्रस्तुत करने के लिए कह सकते हैं।

आनुपातिक तर्क का मूल विचार है कि यह मात्राओं की तुलना करने और इन मात्राओं के परस्पर संबंध को वर्णित करने के लिए गुणा और भाग का इस्तेमाल करता है। इस तरह एक पत्ती की चौड़ाई दूसरी पत्ती की तुलना में चार गुणा तक बड़ी हो सकती है। एक चित्र की ऊँचाई दूसरे चित्र की एक तिहाई हो सकती है। एक बच्चे की उम्र दूसरे बच्चे की उम्र की तुलना में डेढ़ गुनी हो सकती है आदि।

शोधकर्ताओं का निष्कर्ष है कि आनुपातिक तर्क के साथ सीखने में मुख्य समस्या यह है कि छात्र-छात्राओं के गुणा की समझ अक्सर पूर्णांकों के बार-बार (repeated) जोड़ पर आधारित होती है जो आनुपातिक तर्क में संलग्नता हेतु सिखाते समय उन्हें सीमित बनाता है (वॉटसन एवं अन्यए 2013)। छात्र जब तुलना करते हैं, उदाहरण के लिए, एक गुणन विधि में संबंध (अर्थात् एक बच्चे की तुलना में दूसरा बच्चा 1.5 गुणा बड़ा है) को वर्णित करने की अपेक्षा उम्र में

अंतर (चार वर्ष) का उपयोग, कर आठ वर्ष की उम्र वाले बच्चे की 12 वर्ष की उम्र वाले बच्चे से तुलना करना उनके लिए आसान हो सकता है।

इस तरह शिक्षण की चुनौती है, छात्र-छात्राओं को गुणक तर्क की ऐसी समझ प्रदान करना जो बार-बार (repeated) जोड़ का इस्तेमाल नहीं करता।

2 गणित सीखने में रचनात्मकता

सीखने में रचनात्मकता आंशिक रूप से छात्र-छात्राओं को सीखना अधिक मनोरंजनक बनाने और स्वयं से सोचने के लिए प्रेरित करती है। गणित में रचनात्मक चिंतन छात्र-छात्राओं को भविष्य की उनकी नौकरी के लिए भी महत्वपूर्ण ढंग से तैयार करता है। भविष्य में नौकरियाँ यंत्रवत रूप से कार्यों को करने पर कम से कम निर्भर होंगी, क्योंकि इसे कंप्यूटर पर और समस्या समाधान के माध्यम से एवं रचनात्मक समाधानों द्वारा किया जा सकता है।

हमेशा यह देखना आसान नहीं हो सकता है कि स्कूली गणित एवं पाठ्यपुस्तक अभ्यास को किस तरह रचनात्मक शिक्षण दृष्टिकोणों में बदला जा सकता है।

इस इकाई का उद्देश्य रचनात्मक दृष्टिकोणों के लिए कुछ विचार प्रस्तुत करना है। यह 'संभवता चिंतन' के रूप में रचनात्मकता के परिप्रेक्ष्य पर निर्मित होता है। जब आप और आपके छात्र-छात्रा संभावनाओं पर या 'क्या होगा यदि' जैसे परिदृश्यों पर सोच सकते हैं तो यह प्रक्रिया आपको आपके चिंतन में रचनात्मकता लाने के लिए प्रेरित करेगी (अरिस्टेडो, 2011)।

शोधकर्ताओं ने उन शिक्षण एवं अधिगम विशेषताओं की एक सूची पता लगाई है जो वर्गकक्ष में संभाव्यता चिंतन को शामिल करती है (ग्रेंगर एवं अन्य, 2007; क्राफ्ट एवं अन्य, 2012)। इन विशेषताओं को गतिविधियों की अभिकल्पना के माध्यम से और अप्रतिबंधित प्रश्न पूछकर प्रभावी ढंग से संबोधित किया जा सकता है और इनमें शामिल हैं:

- प्रश्न पूछना और उनके उत्तर देना
- कल्पनाशील बनना
- खेल/मनोरंजक ढंग से
- जोखिम उठाने की प्रवृत्ति।

इस इकाई में काम उन अधिगम गतिविधियों के विकास पर कार्य करना है जो इन विशेषताओं का इस्तेमाल करते हैं।

इस अंक में अपने छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने से पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह या आंशिक रूप से स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा, अगर आप अपने किसी सहकर्मी के साथ मिलकर इसे करने का प्रयास करें क्योंकि स्वयं के अनुभव के आधार पर सिखाना आसान होगा। स्वयं प्रयास करने से आपको शिक्षार्थी के उन अनुभवों के भीतर झांकने का मौका मिलेगा जो आपके शिक्षण और एक शिक्षक के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित कर सकते हैं। जब आप तैयार हों, तब गतिविधियों का अपने छात्र-छात्राओं के साथ उपयोग करें और फिर से इस बात पर विचार करें कि गतिविधि कैसी हुई और क्या सीख मिली। इससे आपको सीखने वाले छात्र-छात्राओं पर ध्यान केंद्रित रखने वाला अधिक शैक्षिक वातावरण बनाने में मदद मिलेगी।

गतिविधि 1: गुणन के भौतिक प्रभावों के बारे में विचार करना

तैयारी

इस गतिविधि को आयोजित करने की योजना से पहले वाले दिन, अपने छात्र-छात्राओं से कहें कि वे अगले पाठ के लिए किसी भी लंबाई की एक पतली सूखी छड़ी लेकर आएँ। यह महत्वपूर्ण है कि वे आसानी से छड़ी तोड़ सकें।

अलग अलग लंबाई की छड़ियाँ होने पर यह गतिविधि बेहतर ढंग से काम करती है। यदि आपको लगता है कि अधिकांश छात्र-छात्राओं के पास लगभग समान लंबाई की छड़ियाँ हैं तो उनसे लंबाई कम करने के लिए अपनी-अपनी छड़ियों का कुछ

हिस्सा काटने को कहें। वे टुकड़े उन छात्र-छात्राओं को दिए जा सकते हैं जो छड़ी लेकर नहीं आए हैं।

पाठ के आरंभ में, प्रत्येक छात्र-छात्राओं से अपने हाथ में ली हुई छड़ी को पकड़े रहने और अपना हाथ उठाने के लिए कहें। यदि कुछ छात्र-छात्राएँ छड़ी लाना भूल गए हैं तो अन्य छात्र-छात्राओं से कहें कि वे उदारता दिखाते हुए अपनी छड़ी का कुछ हिस्सा उन छात्र-छात्राओं को बाँटे।



चित्र 1: नारियल की झाड़ू (स्रोत: फोटोकैनन)

गतिविधि

छात्र-छात्राओं को जोड़े या छोटे समूह में व्यवस्थित करें।

छात्र-छात्राओं से निम्न प्रश्नों के उत्तर अपने समूहों या जोड़ों में देने के लिए कहें:

- किसके पास छोटी छड़ी है?
- छोटी और लंबी छड़ी की लंबाई के बीच क्या अंतर है?
- छोटी छड़ी को लंबी छड़ी में कितनी बार फिट किया जा सकता है?
- पिछले प्रश्नों में आपने दो तरीकों से छोटी और लंबी छड़ियों की लंबाई की तुलना की। तुलना के इन तरीकों के बीच क्या अंतर है?

गुणन के भौतिक प्रभावों का पता लगाने में छात्र-छात्राओं को मार्गदर्शित करते हुए, अब चर्चा शुरू करने के लिए कुछ समूहों को अपने निष्कर्ष कक्षा के समक्ष प्रस्तुत करने दें।

केस स्टडी 1: गतिविधि 1 के उपयोग का अनुभव श्रीमती कंचन बताती हैं

यह एक शिक्षिका की कहानी है जिसने अपने प्रारंभिक कक्षा के छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधि 1 का प्रयास किया।

छात्र-छात्राओं को पतली छड़ियाँ लेकर आने का विचार पसंद आया और उनमें से अधिकांश लेकर भी आए, लेकिन जैसा कि होता है उनमें से कुछ फिर भी छड़ी लाना भूल गए। उन्हें छड़ी न लाना बुरा लगा किंतु उन्होंने अपने सहपाठियों से छड़ियाँ प्राप्त कर सकने के सुझाव का स्वागत किया। मैंने छात्र-छात्राओं को चार के समूहों में रखा। मैं प्रत्येक समूह में दो छात्र-छात्राओं को मुड़ने और दो अन्य के सम्मुख अपना चेहरा करने के द्वारा, इसे आसानी से व्यवस्थित कर सकती थी।

एक बार सबके पास छड़ी हो जाने और अपने समूह में बैठ जाने पर, उन्होंने गतिविधि में सुझाए गए दोनों तरीकों से तुलना किया। मैंने उन्हें अपने अवलोकनों का नोट बनाने के लिए भी कहा ताकि वे बाद में होने वाली चर्चा में अपना योगदान दे सकें।

कुछ को समस्या थी, उनका कहना था कि वे आसानी से अंतर बता सकते हैं लेकिन उतनी आसानी से गुणन के बारे में नहीं बता सकते। लेकिन सभी ने कोशिश की और कुल मिलाकर चर्चा दिलचस्प रही। उनमें से कुछ बेहद शांत थे और उन्हें अपना निष्कर्ष बताने के लिए राजी करना था। उनमें से अधिकांश सामान्यतः इस बात को लेकर चिंतित थे कि उन्होंने जो कहा शायद वो निरर्थक हो और बाकी छात्र-छात्राएँ कहीं उन पर हंसने न लगे। इसलिए, मैंने उन्हें इस बात के लिए राजी किया कि गलत उत्तर या निष्कर्ष देने में भी कोई समस्या नहीं क्योंकि कोई भी हर चीज़ में विशेषज्ञ नहीं होता है और गलतियाँ करने से उन्हें अपने अधिगम में मदद ही मिलेगी। मुझे यह महसूस नहीं हुआ कि छात्र-छात्राओं के लिए उत्तर देने में आश्वस्त महसूस करना और जोखिम उठाना कितना कठिन है क्योंकि हो सकता है उनके उत्तर गलत साबित हो जाएँ।

एक छात्रा मोना ने टिप्पणी की कि वह आकलन कर रही थी। उसके पास इस्तेमाल के लिए कोई मानकीकृत मापन उपकरण यथा- रूलर या टेप नहीं था जिसका अर्थ था कि माप किसी भी तरीके से सटीक नहीं थे, इसलिए वह बस अनुमान लगा रही थी। ऐसा महसूस हुआ कि छात्र-छात्राएँ अपनी कल्पना का इस्तेमाल करने को लेकर अधिक इच्छुक और आश्वस्त थे और अपने विचार और उत्तर देने के लिए तत्पर थे। इन बातों ने मुझे सोचने पर मजबूर किया कि यदि मैं अपने छात्र-छात्राओं को गणित के उनके अधिगम में अधिक जोखिम उठाने के लिए प्रवृत्त करना चाहती हूँ, तो मुझे उन्हें ऐसी और भी गतिविधियाँ देनी चाहिए जहाँ कोई गलत उत्तर न हो, बल्कि कई सारे सही उत्तर हों।



ज़रा सोचिए

- श्रीमती कंचन ने बताया कि कैसे उन्होंने अपने छात्र-छात्राओं को राजी करने के लिए कड़ी मेहनत की कि कोई भी उत्तर न देने से एक गलत उत्तर देना ज्यादा अच्छा है, क्योंकि गलतियाँ करने से उन्हें अपने अधिगम में मदद मिलेगी। इस दृष्टिकोण के बारे में आप कैसा अनुभव करते हैं? श्रीमती कंचन को अपनी कक्षा में ऐसा वातावरण तैयार करने के लिए कौन सी दीर्घकालीन रणनीतियाँ अपनानी चाहिए जिसमें सभी छात्र अपने अधिगम में मदद के लिए जोखिम उठाने में सहजता महसूस कर सकें?

आपके शिक्षण-अभ्यास के बारे में सोचना

अपनी कक्षा के साथ ऐसा कोई अभ्यास करने के बाद यह सोचें कि क्या ठीक रहा और कहाँ गड़बड़ी हुई। ऐसे प्रश्न सोचें जिनसे छात्र-छात्राओं में रुचि पैदा हो तथा उनके बारे में उन्हें समझाएँ ताकि वे उन्हें हल करके आगे बढ़ सकें। ऐसे चिंतन से वह शैली (script) मिल जाती है, जिसकी मदद से आप छात्र-छात्राओं के मन में गणित के प्रति रुचि जगा सकते हैं और उसे मनोरंजक बना सकते हैं। अगर छात्र-छात्राओं को समझ नहीं आ रहा है और वे कुछ नहीं कर पा रहे हैं, तो इसका मतलब है

कि उनकी इसमें सम्मिलित होने की रुचि नहीं है। जब भी आप गतिविधियां करवाएं तो इस विचारात्मक अभ्यास का उपयोग करें, यह ध्यान रखें कि श्रीमती कंचन ने कुछ छोटे परिवर्तन किए जो काफी महत्वपूर्ण रहे।



ज़रा सोचिए

ऐसे चिंतन को गति देने वाले अच्छे प्रश्न निम्नलिखित हैं:

- आपकी कक्षा में इसका प्रदर्शन कैसा रहा?
- छात्र-छात्राओं से कैसी प्रतिक्रियाएँ अनपेक्षित थीं? क्यों?
- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या किसी भी समय आपको ऐसा लगा कि हस्तक्षेप करना चाहिए?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे आपका क्या कारण था?

3 गणित में रचनात्मकता के समर्थन में मनोरंजक तरीकों की भूमिका

रचनात्मकता के समर्थन में मनोरंजक तरीकों को महत्वपूर्ण माना जाता है क्योंकि खेल-खेल में आप सहज ढंग से कई संभावित समाधानों को तलाश लेते हैं। मनोरंजक शब्द अक्सर छोटे बच्चों से संबद्ध होता है लेकिन यह उन्हीं तक सीमित नहीं होना चाहिए। खेल का दायरा अन्वेषण और प्रयोग तक फैला हुआ है जिसे कोई भी व्यक्ति किसी भी उम्र में कर सकता है और उसे करना भी चाहिए। बच्चों के खेल देखते भर रहना बच्चों की रचनात्मकता का एक अच्छा रिमाइंडर है।

अन्वेषण और प्रयोग की प्रक्रिया में, यह महत्वपूर्ण है कि छात्र-छात्राओं के पास विकल्प मौजूद हो – यानी अलग अलग तरीकों से किसी समस्या को देखने का विकल्प, गलतियाँ करने का विकल्प, अपने स्वयं के अनुमान लगाने का विकल्प और यह जांचने का विकल्प कि वे सही हैं या नहीं। गणितीय पाठों में मनोरंजक चिंतन विधि अपनाने के लिए छात्र-छात्राओं को प्रोत्साहित करने के लिए, यह आसान और मजेदार उदाहरणों का इस्तेमाल करने में मदद करता है।

अगली गतिविधि छात्र-छात्राओं के समक्ष एक अत्यधिक बड़े जूते का चित्र प्रस्तुत करती है और उन्हें यह कल्पना करने के लिए कहती है कि यह जूता उन्हें फिट आने के लिए कितना बड़ा होना चाहिए। संभावनाओं की तलाश द्वारा, गणित के सवालों के लिए उन्हें अपना विकल्प प्रस्तुत करने की अनुमति देने और इस दौरान उत्तर गलत होने पर भी परेशान न होने के लिए कहने से, छात्र-छात्रा अपने आनुपातिक तर्क कौशलों को विकसित कर सकेंगे।

गतिविधि 2: इसे बड़ा बनाएँ

तैयारी

यह कार्य जोड़ों में काम करने वाले छात्र-छात्राओं के लिए उपयुक्त है। हालांकि, सुनिश्चित करें कि उनके पास जोड़ों के माध्यम से काम करने और स्वयं द्वारा विचार करने का अवसर उपलब्ध है। आप इस गतिविधि के लिए उन्हें तैयार करने में मदद के लिए प्रमुख संसाधन 'सभी को शामिल करना' पर नज़र डाल सकते हैं।

गतिविधि

अपने छात्र-छात्राओं से कहें कि चित्र 2 दुनिया में जूतों की सबसे बड़ी जोड़ी को दर्शाता है। यह जूता 5.29 मीटर (17.4 फुट) लंबा और 2.37 मीटर (7 फुट 9 इंच) चौड़ा है। ऐसा माना जाता है कि यह 753 साइज़ वाले फ्रांसीसी जूतों के बराबर है। 34 साइज़ के फ्रांसीसी जूते 6 साइज़ के भारतीय जूतों के बराबर होते हैं।

यदि आपके छात्र-छात्रा इंटरनेट का उपयोग करते हैं, तो वे जूते की इस जोड़ी के बारे में और अधिक तस्वीरें और जानकारी खोजने के लिए किसी सर्च इंजन का उपयोग कर सकते हैं। यह आगे और भी उनकी उत्सुकता जगाने वाला हो सकता है, यदि आप प्रिंटर का उपयोग करते हैं, तो आप कक्षा के साथ बांटने के लिए कुछ बड़ी तस्वीरों का प्रिंट ले सकते हैं या गतिविधि के बाद छात्र-छात्राओं के कार्यों का एक रोमांचक दीवार प्रदर्शन बनाने में मदद कर सकते हैं।



चित्र 2: दुनिया के सबसे बड़े जूतों की जोड़ी में से एक को मैरिकिना में प्रदर्शित है, जिसे 'फ़िलीपींस की जूता राजधानी' भी कहा जाता है, जैसा कि 2002 के गिनीज़ बुक ऑफ़ वर्ल्ड रिकॉर्ड द्वारा प्रमाणित किया गया है। (स्रोत: रैमोन एफ़. वेलास्क्वीज़)

यदि यह आपका जूता होता तो आप कितने लंबे होते? अपने छात्र-छात्राओं से बताने के लिए कहें कि वे इस समस्या को कैसे हल करेंगे। कुछ मिनट के बाद, पूरी कक्षा को विचार के बारे में बताएं और बताएं कि कौन से विचार को आगे वर्णित किया जाना चाहिए।

क्या आपके सभी छात्र-छात्राओं ने भाग लिया? यदि नहीं तो आप अगली बार अधिक सहभागिता के लिए उन्हें कैसे प्रोत्साहित कर सकते हैं?

वीडियो: सभी को शामिल करना



केस स्टडी 2: गतिविधि 2 के उपयोग का अनुभव श्रीमती कंचन बताती हैं

मैंने इस गतिविधि को अपनी आठवीं कक्षा के छात्र-छात्राओं के साथ किया। मैंने सोचा कि पूरी कक्षा के साथ एक खुली चर्चा आरंभ करना अच्छा रहेगा, अतः मैंने उन्हें तस्वीरें दिखाने और पूरी कक्षा में पास करने का निश्चय किया ताकि सभी

छात्र-छात्राएँ नजदीक से उसे देख सकें। जब सबने जूते को देखा, तो हंसने लगे और मैंने महसूस किया कि वे इस बात को लेकर उत्सुक हैं कि उनकी गणित की कक्षा में जूते का क्या काम!

मैंने ब्लैकबोर्ड पर जूते की माप लिखा और उनसे यह प्रश्न पूछा: 'यदि यह आपका जूता होता तो आपकी ऊँचाई क्या होती?' फिर, रानू अपनी भीतरी भावना के वशीभूत होकर चिल्लाया (मेरी कक्षा के दौरान चिल्लाने की आम तौर पर अनुमति नहीं है लेकिन मैंने इस बार उसे यून ही छोड़ दिया): 'इस धरती पर कोई भी व्यक्ति यह कैसे जान पाएगा कि उसकी ऊँचाई क्या होगी?' मनीषा ने अपना हाथ उठाया और फिर कहा कि वह अपने जूते की साइज़ और ऊँचाई की तुलना करने की कोशिश कर सकती है।

भरत ने सोचा कि यह हमेशा सही हो सकता है क्योंकि उसका कहना था कि कभी कभी समान ऊँचाई के लोगों के जूते की साइज़ अलग अलग होती है।

तो उसने प्रत्येक छात्र-छात्रा से यह पूछना चाहा कि उनके जूते की साइज़ और उनकी ऊँचाई क्या है। मुझे लगा कि यह एक अच्छा विचार है लेकिन फिर यह सोचा कि मेरी कक्षा के 86 छात्र-छात्राओं द्वारा अपनी ऊँचाई और पैर की लंबाई को मापना और फिर पूरी कक्षा से वह डेटा साझा करने में काफी उथल-पुथल होगा।

मैंने अपनी यह आशंका छात्र-छात्राओं से बताई, तब उन्होंने यह सुझाव प्रकट किया कि लंच टाइम में वे छड़ी और रूलर की मदद से अपनी माप निकाल कर रखेंगे और उसे ब्लैकबोर्ड पर लिख देंगे। दो छात्र-छात्राओं ने स्वैच्छिक रूप से इस घटना का अच्छे तरीके से निरीक्षण किया।

हमने लंच के बाद इस गतिविधि को करना जारी रखा। मैंने पहले उनसे चार के समूह में काम करने के लिए कहा ताकि यह ज्ञात हो सके कि समान फुट लंबाई से ऊँचाई हमेशा मेल खा रही है या नहीं। फिर, व्यक्तिगत रूप से उनकी ऊँचाई और पैर की लंबाई के बीच के आनुपातिक संबंध पर काम हुआ और उनसे यह भी कहा गया कि वे एक दूसरे को देखें कि उनकी गणनाएँ सही से हो रही हैं या नहीं। इस तरीके से वे अनुपातों के साथ काम करने में पर्याप्त अनुभव हासिल करेंगे और वे अलग अलग तरीकों से काम करने के बारे में भी जानेंगे।

फिर, मैंने पूरी कक्षा से बड़े जूते के बारे में पूछा और प्रश्न किया कि 'यदि यह आपका जूता होता तो आपकी ऊँचाई क्या होती?' इसके लिए कई सुझाव आए जैसे कि:

- बड़े जूते से अपने जूते की साइज़ की तुलना करना और फिर अपनी ऊँचाई को गुणा करने के लिए उस अनुपात का इस्तेमाल करना
- उनकी ऊँचाई से पैर की लंबाई की पहले की गई तुलना के अनुपात का इस्तेमाल करके और इसे बड़े जूते की लंबाई से गुणा करके।

मैंने उनसे कहा कि वे किसी भी सुझाई गई विधि का इस्तेमाल कर सकते हैं और यह देखना दिलचस्प होगा कि क्या अलग अलग विधियों के अलग अलग परिणाम हैं – ऐसी स्थिति में मैंने उन्हें यह सोचने के लिए कहा कि ऐसा कैसे हुआ और उनसे अपने समूह में एक दूसरे के साथ चर्चा करने के लिए कहा। इसके बारे में कई सारे छात्र-छात्राओं ने अंत में नहीं सोचा, लेकिन तब भी मैं प्रश्न पूछकर खुश थी क्योंकि इससे उनके मस्तिष्क में सोचने के लिए अवश्य ही छोटी सी भी प्रेरणा मिली होगी। हमने जिंदगी की उन विभिन्न चीजों पर चर्चा के साथ पाठ का समापन किया जिन्हें आप प्रकृति में देख सकते हैं और जो अनुपात वाली हैं और जो अनुपात में नहीं हैं।



ज़रा सोचिए

- आपके पाठ में छात्र-छात्राओं से किस प्रकार की प्रतिक्रिया अनपेक्षित थी? क्यों?
- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?

- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे आपका क्या कारण था?

गतिविधि 2 में छात्र-छात्राओं को खेलने के लिए, जूते की साइज़ और पैर की लंबाई और छात्र-छात्राओं की लंबाई के बीच के आनुपातिक संबंध का पता लगाने और जाँच-पड़ताल करने के लिए प्रेरित करने वाले 'यदि ऐसा है...' से शुरू होने वाले प्रश्नों का इस्तेमाल किया गया।

इसे कैसे करें का विकल्प होने के साथ - अपने आप से विधि का इस्तेमाल कर और गलतियाँ कर - बड़े जूते के मजेदार उदाहरण ने छात्र-छात्राओं में उत्साह पैदा किया और उन्हें इस कार्य के साथ संलग्न होने के लिए प्रोत्साहित किया।

4 क्या होता है यदि...?

मनोरंजक विधियों में स्थितियों में बदलाव के बारे में विचार करना शामिल है - इसे कभी कभार 'क्या होता है यदि ...?' चिंतन से संदर्भित किया जाता है। यह गणित में चरों के बारे में विचार करने के साथ बेहतरीन ढंग से काम करता है: 'क्या होगा यदि मैं इस चर को बदल दूँ? तो फिर अन्य चरों का क्या होगा?' संभावनाओं की इस चिंतन प्रक्रिया में, चरों एवं अचरों की भूमिका और उनके बीच के आनुपातिक संबंध का भी पता लगाया जा सकता है।

अगली गतिविधि छात्र-छात्राओं से 'क्या होगा यदि मैं ... को बदल दूँ?' के बारे में विचार करने के लिए कहती है। उनके अंदर स्वामित्व की भावना में वृद्धि हो सकती है और वे अपने अनुमानपरक निष्कर्षों के आधार पर अपनी चिंतन शक्तियों के लिए स्वयं को महत्वपूर्ण महसूस करेंगे। स्वामित्व की भावना में आगे वृद्धि के लिए, छात्र-छात्राओं से उन्हें अपनी खुद की मिठाई की दुकान खोलने के भाग के रूप में गणितीय क्रियाओं की कल्पना के लिए कहा जाता है।

गतिविधि 3: गुलाब जामुन और सीधे एवं प्रतिलोम चर

भाग 1: अपनी मिठाई की दुकान में संग्रह की योजना बनाना

अपनी कक्षा को निम्न परिदृश्य से परिचित कराएँ।

संत मिष्ठान्न भंडार गुलाब जामुन बनाता है जो 1.5 इंच के व्यास में गोलाकार होता है। प्रत्येक गुलाब जामुन की कीमत रु 12 है। हर 1 किग्रा के बॉक्स में, संत मिष्ठान्न भंडार 24 गुलाब जामुन पैक कर सकता है।

- क्या आपको लगता है कि गुलाब जामुन बनाने वाली बिहार की सभी मिठाई की दुकानें 1.5 इंच के व्यास वाली ही गुलाब जामुन बनाती हैं?
- क्या आपको लगता है कि बिहार में सभी मिष्ठान्न भंडार अपना गुलाब जामुन रु. 12 में बेचते हैं?

अब, कल्पना करें कि आप एक मिष्ठान्न भंडार खोल रहे हैं और आप गुलाब जामुन बेचने के बारे में सोच रहे हैं (चित्र 3), लेकिन आप अपना गुलाब जामुन संत मिष्ठान्न भंडार से थोड़ा अलग आकार का बनाना चाहते हैं।

- यदि आप गुलाब जामुन का व्यास बढ़ा देते हैं तो आप अपने गुलाब जामुन की कीमत बढ़ाने की उम्मीद करते हैं या घटाने की?
- यदि आप गुलाब जामुन का व्यास बढ़ा देते हैं तो बताएँ कि एक बॉक्स में पैक किए जा सकने वाले गुलाब जामुनों की संख्या बढ़ेगी या घटेगी?
- कारोबार में, इस बात को हमेशा ध्यान में रखना महत्वपूर्ण है कि यदि आप कुछ बदलते हैं तो क्या होगा। अब तक की आपकी प्रतिक्रिया के आधार पर, नीचे सारणी 1 की कॉपी भरें। सारणी में, जोड़ (+) कीमत में वृद्धि को इंगित करता है और घटाव (-) कीमत में कमी को इंगित करता है। प्रत्येक पंक्ति के लिए, आपको एक चर दिया गया है। आपको दो अन्य

चर पता लगाने हैं।



चित्र 3 गुलाब जामुन बनाना।

गतिविधि का यह भाग एक वार्तालाप गतिविधि में विकसित किए जाने के लिए उपयुक्त है। उदाहरण के लिए, आप अपनी कक्षा को समूहों में व्यवस्थित करना चाह सकते हैं, जिसमें प्रत्येक समूह अपनी मिठाई की दुकान के लिए एक नाम तय करता है और समूह-सदस्यों को भूमिकाएँ निर्दिष्ट करता है। यदि आप इस दृष्टिकोण का इस्तेमाल करना तय करते हैं तो प्रमुख संसाधन 'कहानी कहना, गाना, रोल प्ले और नाटक' से आपको मदद मिलेगी।

तालिका 1 अपनी मिठाई की दुकान सज्जित करने की योजना बनाना।

गुलाब जामुन का आकार	गुलाब जामुन की कीमत	1 किग्रा के बॉक्स में गुलाब जामुनों की संख्या
	+	
		+
+		
-		
	-	
		-

भाग 2: सीधी या प्रतिलोम परिवर्तन का पता लगाना

- प्रत्येक छात्र-छात्राओं से व्यक्तिगत रूप से या जोड़ी में अपनी मिठाई की दुकान के बारे में सोचने के लिए कहें और उनसे मात्राओं की उन कई जोड़ियों को लिखने के लिए कहें जिनकी कीमत के बारे में वे सोच सकते हैं कि एक दूसरे से संबंधित हैं।
- छात्र-छात्राओं से मात्राओं की प्रत्येक जोड़ी को निम्नानुसार वर्गीकृत करने के लिए कहें:
 - सीधी प्रतिवर्तन - यदि एक मात्रा बढ़ती है तो दूसरी भी बढ़ेगी।
 - प्रतिलोम प्रतिवर्तन - यदि एक मात्रा बढ़ती है तो दूसरी कम होगी।
 - कोई प्रतिवर्तन नहीं - किसी एक मात्रा में बदलाव का यह अर्थ नहीं है कि दूसरी मात्रा में भी बदलाव हो।

भाग 3: पाठ की समाप्ति

नीचे केस स्टडी 3 में, श्रीमती कंचन प्रत्यक्ष, अप्रत्यक्ष और कोई अनुपात नहीं, के वर्णन के साथ उनके उदाहरण देकर इस गतिविधि को समाप्त करती हैं। आप अपने पाठ को कैसे समाप्त करेंगे और शिक्षण का सारांश प्रस्तुत करेंगे?



वीडियो: कहानी सुनाना, गीत, रोल प्ले और नाटक

केस स्टडी 3: गतिविधि 3 के उपयोग का अनुभव श्रीमती कंचन बताती हैं

मुझे लगता है कि इस गतिविधि ने समूह में अच्छा काम किया हो सकता है, जिससे प्रत्येक छात्र-छात्रा की बेहतर भागीदारी हो सके। उन्होंने गतिविधि के अलग-अलग भागों में चर्चा करने में अच्छा समय व्यतीत किया। मैंने प्रत्येक समूह से अपनी चर्चाओं का एक लिखित नोट बनाकर भी रखने को कहा। शोर अपनी चरम स्थिति में थी लेकिन बातचीत मुख्यतः गणितीय शब्दावलियों के उपयोग पर थे, जैसे कि: 'यदि कीमत में सामग्री की लागत शामिल होगी, तो निस्संदेह मैं कीमत बढ़ाऊंगा यदि इसकी त्रिज्या बढ़ती है'; 'देखें यदि बॉक्स समान साइज़ का है। हम उस बॉक्स में अधिक कैसे रख सकते हैं?' निश्चय ही संख्या भी कम होगी।'

सारणी में उनके द्वारा भरे जाने पर, मैंने सबसे आश्वस्त समूह से ब्लैकबोर्ड पर अपनी सारणी लिखने को कहा और फिर मैंने दूसरों से पूछा कि वे इससे सहमत हैं या नहीं; यदि नहीं, तो मैंने उनसे उस कथन पर अपनी राय देने के लिए कहा। मैंने इसे बेहद अच्छी तरह संपन्न किया और शीघ्र ही मैंने यह देखा कि छात्र-छात्राएँ यह कहने में आश्वस्त थे कि क्यों उन्होंने मात्राओं में प्रत्यक्षतः बदलाव महसूस किया और क्यों उन्होंने प्रतिलोम ढंग से बदलाव महसूस किया। सर्वाधिक महत्वपूर्ण रूप से, वे यह बताने में सक्षम थे कि प्रत्यक्ष या प्रतिलोम परिवर्तन से वे क्या समझते हैं। मैंने गृहकार्य के रूप में गतिविधि का अगला भाग उन्हें दिया ताकि वे अगले दिन चर्चा कर सकें।

अगले दिन, मैंने ब्लैकबोर्ड पर प्रत्यक्ष, प्रतिलोम और गैर-आनुपातिक परिवर्तन के वर्णन लिखे और छात्र-छात्राओं से अपने सहपाठियों के साथ 'उनकी' दुकान में उपलब्ध वस्तुओं की मात्राओं की उन जोड़ियों पर अपने विचार रखने के लिए कहा जिन्हें वे एक दूसरे से संबंधित मानते हैं। मैंने उनसे इस बारे में विचार करने के लिए कहा: (a) क्या कोई संबंध था; और (b) किस तरह का यह संबंध था: प्रत्यक्ष, प्रतिलोम या कोई नहीं। एक समग्र कक्षा चर्चा में, फिर मैंने सबसे उन मात्राओं के उदाहरण पूछे जो प्रत्यक्ष अनुपात वाले थे, फिर प्रतिलोम अनुपात के उदाहरण पूछे, उसके बाद उन उदाहरणों के बारे में पूछा जहाँ कोई आनुपातिक संबंध नहीं था। कई सारे उदाहरण सामने आए और यद्यपि कई के वर्णन बार-बार के दोहराव वाले थे, तथापि मुझे यकीन है कि पाठ की समाप्ति पर छात्र-छात्राएँ अंतर जानने में सक्षम हो चुके थे।



ज़रा सोचिए

- छात्र-छात्राओं से कैसी प्रतिक्रियाएँ अनपेक्षित थीं? क्यों?
- प्रत्यक्ष और प्रतिलोम अनुपात भिन्नता की उनकी समझ के बारे में उनकी प्रतिक्रिया क्या थी?
- अपने अगले पाठ में इस मूल्यांकन का उपयोग आप कैसे करेंगे? क्या किसी भी समय आपको ऐसा लगा कि हस्तक्षेप करना चाहिए?

- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे आपका क्या कारण था?

5 संभवता चिंतन को दर्शाना

उन संभवता चिंतन की विशेषताओं के बारे में पुनः विचार करें, जिन्हें गतिविधियों की अभिकल्पना और खुले सवाल पूछने के माध्यम से कारगर ढंग से संबोधित किया जा सकता है। वे यहाँ सूचीबद्ध हैं:

- प्रश्न पूछना और उनके उत्तर देना
- कल्पनाशील बनना
- खेल और मनोरंजन
- जोखिम उठाने की प्रवृत्ति।



ज़रा सोचिए

- इस इकाई में गतिविधियों पर काम करते हुए आपके छात्र-छात्राओं ने इनमें से किसका प्रदर्शन किया?
- क्या आप उनके द्वारा की गई उन चीज़ों का उदाहरण दे सकते हैं जिन्होंने आपको यह सोचने पर बाध्य किया कि वे इन विशेषताओं को करने में संलग्न थे?
- इन गतिविधियों में ऐसा क्या था जिसने संभवता चिंतन को सक्षम किया?

6 सारांश

इस इकाई के अध्ययन में, आपने यह सोचा कि रचनात्मक संभवता चिंतन को प्रेरित करने के लिए गतिविधियों के उपयोग द्वारा आनुपातिक तर्क को विकसित करने के लिए आपने अपने छात्र-छात्राओं को कैसे सक्षम बनाया।

संभवता चिंतन छात्र-छात्राओं से रचनात्मक होने, कोशिश करने और अपना निर्णय खुद लेने और इसके चलते गलतियाँ करने के लिए कहता है। शिक्षक कभी कभार सोचते हैं कि अपने छात्र-छात्राओं को गलतियाँ करने से रोकना उनका कर्तव्य है; यह इकाई बताती है कि शिक्षकों का दायित्व छात्र-छात्राओं को गलतियाँ करने देना और उनसे सीखने देना है। छात्र-छात्राओं से 'विचारों के साथ खेलने' के लिए कहने का अर्थ है कि वे अपने रचनात्मक पक्ष को उभारें, कई सारे विचारों को आजमाएँ और विचारों को वास्तव में जानने और समझने के साथ समाप्त करें।

आपके छात्र-छात्राओं को रचनात्मक और मनोरंजक होने और अपने से विकल्प चुनने के लिए कहने का यह भी अर्थ है कि जब उनसे किसी अपरिचित प्रसंग में किसी चीज़ के बारे में पूछा जाए जो वे बेहतर ढंग से उसका जवाब देने में समर्थ हों, जैसा कि अक्सर परीक्षाओं में होता है। वे जानते हैं कि यदि वे किसी विचार का मनन करते हैं और उन्हें प्रयोग रूप में आजमाते हैं, तो वे वैसी समस्याओं को हल कर सकते हैं जो शुरू में कठिन दिखती है, जैसा कि उन्होंने पहले किया हुआ होता है।



ज़रा सोचिए

- उन तीन तकनीकों या रणनीतियों की पहचान करें, जिन्हें आपने इस अंक में सीखा है और जिनका उपयोग आप कक्षा में करेंगे, साथ ही कोई दो ऐसे विचार बताएँ जिनके बारे में आप आगे जानना चाहते हैं।

संसाधन

संसाधन 1: एनसीएफ/एनसीएफटीई की शिक्षण आवश्यकताएँ

यह इकाई एनसीएफ (2005) और एनसीएफटीई (2009) की निम्नलिखित शिक्षण आवश्यकताओं के साथ संबंध स्थापित करती है तथा उन आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगी:

- शिक्षार्थियों को उनके शिक्षण में सक्रिय प्रतिभागी के रूप में देखें, न कि सिर्फ ज्ञान प्राप्त करने वाले के रूप में; ज्ञान निर्माण के लिए उनकी क्षमताओं को कैसे प्रोत्साहित करें; रटने वाली पद्धतियों से शिक्षण को दूर कैसे ले जाएँ।
- शिक्षण को व्यक्तिगत अनुभवों से प्राप्त खोज के रूप में देखना होता है और ज्ञान का सृजन चिंतनशील शिक्षण का एक सतत विकसित होने वाली प्रक्रिया होता है।
- छात्र-छात्राओं को गणित से डरने की बजाय उन्हें मज़ेदार रूप में सीखने में सहायता करें।

अतिरिक्त संसाधन

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: <http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics>
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: <https://www.ncetm.org.uk/>
- National STEM Centre: <http://www.nationalstemcentre.org.uk/>
- National Numeracy: <http://www.nationalnumeracy.org.uk/home/index.html>
- BBC Bitesize: <http://www.bbc.co.uk/bitesize/>
- Khan Academy's math section: <https://www.khanacademy.org/math>
- NRICH: <http://nrich.maths.org/frontpage>
- Art of Problem Solving's resources page: <http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php>
- Teachnology: <http://www.teach-nology.com/worksheets/math/>
- Math Playground's logic games: <http://www.mathplayground.com/logicgames.html>
- Maths is Fun: <http://www.mathsisfun.com/>
- Coolmath4kids.com: <http://www.coolmath4kids.com/>
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: <http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm>
- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 1 ('Aspects of Teaching Mathematics'), Block 2 ('Numbers (I)'), Block 3 ('Numbers (II)'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html>
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 4 ('On Spatial Learning'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html>
- *Manual of Mathematics Teaching Aids for Primary Schools*, published by NCERT: <http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/pks-primarymanual.pdf>
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremjifoundation.org/Foundation_Publications
- Textbooks developed by the Eklavya Foundation with activity-based teaching mathematics at the primary level: http://www.eklavya.in/pdfs/Catalouge/Eklavya_Catalogue_2012.pdf

- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including *List of Hands-on Activities in Mathematics for Classes III to VIII*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': <http://cbse.nic.in/welcome.htm>

संदर्भ/संदर्भग्रंथ सूची

- Aristeidou, V. (2011) 'Exploring the characteristics of students' possibility thinking and teacher pedagogy in the drama game method in Cypriot primary education', paper presented at ICSEI 2011 conference (online). Available from: <http://www.icsei.net/icsei2011/Full%20Papers/0174.pdf> (accessed 25 July 2014).
- Bell, A. (1987) 'Diagnostic teaching 3: provoking discussion', *Mathematics Teaching*, vol. 118, pp. 21–3.
- Bouvier, A. (1987) 'The right to make mistakes', *For the Learning of Mathematics*, vol. 7, no. 3, pp. 17–25.
- Craft, A., Cremin, T., Burnard, P., Dragovic, T. and Chappell, K. (2012) 'Possibility thinking: culminative [sic] studies of an evidence-based concept driving creativity?', *Education, 3–13: International Journal of Primary, Elementary and Early Years Education*, pp. 1–19.
- Grainger, T., Craft, A. and Burnard, P. (2007) 'Examining possibility thinking in action in early years settings', In: *Imaginative Education Research Symposium, 12–15 July 2006, Vancouver, BC, Canada*.
- National Council for Teacher Education (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education* (online). New Delhi: NCTE. Available from: http://www.ncte-india.org/publicnotice/NCFTE_2010.pdf (accessed 24 March 2014).
- National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*. New Delhi: NCERT.
- National Council of Educational Research and Training (2012a) *Mathematics Textbook for Class IX*. New Delhi: NCERT.
- National Council of Educational Research and Training (2012b) *Mathematics Textbook for Class X*. New Delhi: NCERT.
- Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

अभिस्वीकृतियाँ

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>)। नीचे दी गई सामग्री मालिकाना हक की है तथा लाइसेंस के अंतर्गत ही इस प्रोजेक्ट में उपयोग की गई है, तथा इसका Creative Commons Licence से कोई वास्ता नहीं है। इसका अर्थ यह है कि यह सामग्री अपरिवर्तित रूप से केवल TESS-India प्रोजेक्ट में ही उपयोग की जा सकती है और यह किसी अनुवर्ती OER संस्करणों में उपयोग नहीं की जा सकती। इसमें TESS-India, OU और UKAID लोगो का उपयोग भी शामिल है।

इस इकाई में सामग्री को पुनः प्रस्तुत करने की अनुमति के लिए निम्न स्रोतों का कृतज्ञतारूपी आभार किया जाता है:

चित्र 1: (c) फोटोकैनन http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Coconut_stick_broom_d.jpg के तहत <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.en> उपलब्ध कराया गया (Figure 1: (c) Fotokannan,, http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Coconut_stick_broom_d.jpg made available under <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.en>.) ।

चित्र 2: © रैमोन एफ. वेलास्क्वीज http://commons.wikimedia.org/wiki/File:MarikinaRiverBankShoesjf9425_34.JPG के तहत <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.en> उपलब्ध कराया गया (Figure 2: © Ramon FVelasquez, http://commons.wikimedia.org/wiki/File:MarikinaRiverBankShoesjf9425_34.JPG made available under <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.en>) ।

चित्र 3 : http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Gulab_Jamun.jpg, के तहत <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.en> उपलब्ध कराया गया (Figure 3: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Gulab_Jamun.jpg, made available under <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.en>) ।

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएं करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत भर के उन शिक्षक प्रशिक्षकों, प्रधानाध्यापकों, शिक्षकों और छात्र-छात्राओं के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन यूनिवर्सिटी के साथ काम किया है।