



प्रारंभिक गणित

संख्या खेलों का उपयोग: संख्या समझ विकसित करना



भारत में विद्यालय समर्थित
शिक्षक शिक्षा

www.TESS-India.edu.in



<http://creativecommons.org/licenses/>



एस.आर.मोहन्ती
अपर मुख्य सचिव



अ.शा.पत्र क्र R.S.K./10.....

दूरभाष कार्यालय - 0755-4251330

मध्यप्रदेश शासन

स्कूल शिक्षा विभाग

मंत्रालय, वल्लभ भवन, भोपाल-462 004

भोपाल, दिनांक 20-1-2016...

संदेश

प्रिय शिक्षक साथियों,

बच्चों की शिक्षा को गुणवत्तापूर्ण और रोचक बनाने के लिए स्कूल शिक्षा विभाग निरन्तर प्रयासरत है। आप सभी के प्रयासों से शिक्षकों के शिक्षण कौशल में भी निखार आया है और शालाओं में कक्षा शिक्षण भी आनंददायी तथा बेहतर हुआ है।

इसी दिशा में शिक्षकों को बाल केन्द्रित शिक्षण की ओर उन्मुख करने और शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्देश्यों को लेकर, TESS India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) का विकास किया गया है। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता व सुगमतापूर्वक किया जा सकता है। आशा है कि ये संसाधन, शिक्षकों एवं शिक्षक प्रशिक्षकों के व्यावसायिक उन्नयन और क्षमतावर्द्धन में लाभकारी और उपयोगी सिद्ध होंगे।

राज्य शिक्षा केन्द्र के संयुक्त तत्वाधान में TESS India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार किये गये मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) को www.educationportal.mp.gov.in पर भी उपलब्ध कराया गया है। आशा है इन संसाधनों के उपयोग से प्रदेश के शिक्षक और शिक्षक प्रशिक्षक लाभान्वित होंगे और कक्षाओं में पठन पाठन को रुचिकर और गुणवत्तायुक्त बनाने में मदद मिलेगी।
शुभकामनाओं सहित,


(एस.आर.मोहन्ती)

दीप्ति गौड मुकर्जी

आयुक्त

राज्य शिक्षा केन्द्र एवं

सचिव

मध्यप्रदेश शासन

स्कूल शिक्षा विभाग



अर्द्ध शा. पत्र क्र. : 8

दिनांक : 12-1-16

पुस्तक भवन, वी-विंग

अरेरा हिल्स, भोपाल-462011

फोन : (का.) 2768392

फैक्स : (0755) 2552363

वेबसाइट : www.educationportal.mp.gov.in

ई-मेल : rskcommmp@nic.in

संदेश

प्रिय शिक्षक साथियों,

सभी बच्चों को रुचिकर और बाल केन्द्रित शिक्षा उपलब्ध हो इसके लिए आवश्यक है कि हमारे शिक्षकों को शिक्षण की नवीनतम तकनीकों और शिक्षण विधियों से परिचित कराया जाए साथ ही इन तकनीकों के उपयोग के लिए उन्हें प्रोत्साहित भी किया जाए। TESS India द्वारा तैयार किये गये मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) के उपयोग से शिक्षक शिक्षण प्रविधि के व्यावहारिक उपयोग को सीख सकते हैं। इनकी सहायता से शिक्षक न केवल विषय वस्तु को सुगमता पूर्वक पढ़ा सकते हैं बल्कि पठन पाठन की इस प्रक्रिया में बच्चों की अधिक से अधिक सहभागिता भी सुनिश्चित कर सकते हैं।

राज्य शिक्षा केन्द्र स्कूल शिक्षा विभाग ने स्थानीय भाषा में तैयार किये गये इन मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) को अपने पोर्टल www.educationportal.mp.gov.in पर भी उपलब्ध कराया है।

आशा है, कि आप इन संसाधनों का कक्षा शिक्षण के दौरान नियमित रूप से उपयोग करेंगे और अपने शिक्षण कौशल में वृद्धि करते हुए बच्चों की पढ़ाई को आनंददायक बनाने का प्रयास करेंगे।
शुभकामनाओं सहित,

(दीप्ति गौड मुकर्जी)



शिक्षा का अधिकार

**सर्व शिक्षा अभियान
सब पढ़ें सब बढ़ें**

टेस-इण्डिया स्थानीयकृत ओईआर निर्माण में सहयोग

मार्गदर्शन एवं समीक्षा :
श्रीमती स्वाति मीणा नायक, अपर मिशन संचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एच. के. सेनापति, प्राचार्य, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. ओ.पी.शर्मा, अपर संचालक, मध्यप्रदेश एससीईआरटी
डॉ. अशोक कुमार पारीक उपसंचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री आर. पी. त्रिपाठी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
प्रो.जयदीप मंडल, विभागाध्यक्ष विज्ञान एवं गणित शिक्षा संकाय, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. आर. रायजादा, सहप्राध्यापक एवं विभागाध्यक्ष विस्तार शिक्षा, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. वी.जी. जाधव, से.नि. प्राध्यापक भौतिक, एनसीईआरटी
डॉ. के. बी. सुब्रमण्यम से.नि. प्राध्यापक गणित, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. आई. पी. अग्रवाल से.नि. प्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. अश्विनी गर्ग सहा. प्राध्यापक गणित संकाय, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. एल. के. तिवारी, सहप्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
श्री एल.एस.चौहान, सहा. प्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. श्रुति त्रिपाठी, सहा. प्राध्यापक अंग्रेजी, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. रजनी थपलियाल, व्याख्याता अंग्रेजी, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. मधु जैन, व्याख्याता शास. उच्च शिक्षा उत्कृष्टता संस्थान, भोपाल
डॉ. सुशोबन बनिक, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. सौरभ कुमार मिश्रा, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
श्री. अजी थॉमस, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. राजीव कुमार जैन, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
स्थानीयकरण :
भाषा एवं साक्षरता
डॉ. लोकेश खरे, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एम.एल. उपाध्याय से.नि. व्याख्याता शास. उत्कृष्ट उ.मा.विद्यालय मुरैना
श्री रामगोपाल रायकवार ,कनि. व्याख्याता, डाइट कुण्डेश्वर, टीकमगढ़
डॉ. दीपक जैन अध्यापक, शास. उत्कृष्ट उ.मा.विद्यालय क 1 टीकमगढ़
अंग्रेजी
श्री राजेन्द्र कुमार पाण्डेय, प्राचार्य, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्रीमती कमलेश शर्मा. डायरेक्टर , ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री हेमंत शर्मा, प्राचार्य, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री मनोज कुमार गुहा वरि. व्याख्याता, एससीईआरटी. मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एफ.एस.खान, वरि.व्याख्याता, प्रगत शैक्षिक अध्ययन संस्थान (आईएएसई) भोपाल
श्री सुदीप दास, प्राचार्य, शास.उ.मा.विद्यालय दालौदा, मन्दसौर
श्रीमती संगीता सक्सेना, व्याख्याता, शास.कस्तूरबा कन्या उ.मा.विद्यालय भोपाल
गणित
श्री बी.बी. पी. गुप्ता, समन्वयक गणित, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री ए. एच. खान प्राचार्य शास.उ.मा.विद्यालय रामाकोना, छिंदवाड़ा
डॉ. राजेन्द्र प्रसाद गुप्त , प्राचार्य शास. जीवाजी ऑब्जर्वेटरी उज्जैन
डॉ.आर.सी. उपाध्याय, वरि. व्याख्याता, डाइट, सतना
डॉ. सीमा जैन, व्याख्याता, शास. कन्या उ.मा.विद्यालय गोविन्दपुरा, भोपाल
श्री सुशील कुमार शर्मा, शिक्षक, शास. लक्ष्मी मंडी उ.मा.विद्यालय, अशोका गार्डन, भोपाल
विज्ञान
डॉ. अशोक कुमार पारीक उपसंचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
डॉ. सुसम्मा जॉनसन, व्याख्याता एस.आई.एस.ई. जबलपुर मध्यप्रदेश
डॉ.सुबोध सक्सेना, समन्वयक एससीईआरटी मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
श्री आर. पी. त्रिपाठी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री अरुण भार्गव, वरि. व्याख्याता, एससीईआरटी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
श्रीमती सुषमा भट्ट, वरि.व्याख्याता, एससीईआरटी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री ब्रजेश सक्सेना, प्राचार्य, एससीईआरटी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. रेहाना सिद्दकी से.नि. व्याख्याता सेन्ट फ्रांसिस हा. से. स्कूल भोपाल

TESS-India (विद्यालय समर्थित शिक्षक शिक्षा) का उद्देश्य मुक्त शैक्षिक संसाधनों की सहायता से भारत में प्रारंभिक और सेकेण्डरी शिक्षकों के कक्षा शिक्षण व कक्षा निष्पादन को सुधारना है जिसमें वे इन संसाधनों की सहायता से बालकेंद्रित, सहभागी दृष्टिकोणों का विकास कर सकें। टेस इंडिया के मुक्त शैक्षिक संसाधन, शिक्षकों के लिए स्कूल पाठ्य पुस्तक के अतिरिक्त, सहयोगी पुस्तिका या संसाधन की तरह हैं। इसमें शिक्षकों के लिए कुछ गतिविधियां दी गई हैं जिन्हें वे कक्षाओं में बच्चों के साथ प्रयोग में ला सकते हैं, इसके साथ-साथ कुछ केस स्टडी भी दी गई हैं जो यह बताती हैं कि कैसे अन्य शिक्षकों ने विषयवस्तु को कक्षाओं में पढ़ाया। अपनी विषय संबंधी जानकारी को बढ़ाने तथा पाठ योजनाओं को तैयार करने में संसाधनों का उपयोग किया।

TESS-India OER भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल भारतीय तथा अंतर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार किये गये हैं और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट रूप में उपयोग के लिए उपलब्ध हैं (<http://www.tess-india.edu.in>) OER कार्यक्रम से जुड़े प्रत्येक भारतीय राज्य के शिक्षकों के उपयोग के लिए उपयुक्त तथा कई संस्करणों में उपलब्ध हैं तथा शिक्षक व उपयोगकर्ता इन्हें अपनी स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों के अनुरूप इनका स्थानीय करण करके उपयोग कर सकते हैं।

प्रस्तुत संस्करण मध्यप्रदेश की स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को ध्यान में रखकर तैयार किया गया है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई में कुछ गतिविधियों के साथ यह आइकॉन (संकेत) दिया गया है: . इसका अर्थ है कि आप उक्त विशिष्ट विषय वस्तु या शैक्षणिक प्रविधि को और अधिक समझने के लिए TESS-India के वीडियो संसाधनों की मदद ले सकते हैं।

TESS-India वीडियो संसाधन (Resources) भारतीय परिप्रेक्ष्य में कक्षाओं में उपयोग की जा सकने वाली सीखने-सिखाने की विविध तकनीकों को दर्शाते हैं। हमें यकीन है कि इनसे आपको इसी प्रकार की तकनीकें अपनी कक्षा में करने में मदद मिलेगी। यदि इन वीडियो संसाधनों तक आपकी पहुँच नहीं हो तो कोई बात नहीं। यह वीडियो पाठ्यपुस्तक का स्थान नहीं लेते, बल्कि उसको पढ़ाने में आपकी मदद करते हैं।

TESS-India के वीडियो संसाधनों को TESS-India की वेबसाइट <http://www.tess-india.edu.in/> पर ऑनलाइन देखा जा सकता है या डाउनलोड किया जा सकता है। इसके अतिरिक्त आप इन वीडियो को सीडी या मेमोरी कार्ड में लेकर भी देख सकते हैं।

संस्करण 2.0 EM01v2

Madhya Pradesh

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>

TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है?

‘संख्या समझ’ एक ऐसा शब्द है जिसका उपयोग अक्सर किया जाता है, लेकिन इसको परिभाषित करना बहुत कठिन है। आमतौर पर इसका मतलब बच्चों द्वारा संख्याओं का लचीले ढंग से और प्रवाहपूर्ण तरीके से उपयोग करने की योग्यता होता है। संख्या समझ अंतर्गत संख्याओं को बताया है — जिसका मतलब यह जानना है कि वे एक दूसरे के साथ किस प्रकार संबंधित हैं और उनके आपेक्षिक परिमाण क्या हैं, यह संख्याओं पर गणितीय संक्रियाओं के प्रभाव पर भी आधारित है, जैसे कि क्या किसी अन्य संख्या द्वारा दी गई संख्या का गुणन करने पर संख्या बड़ी या छोटी हो जाती है। संख्यात्मक पहलुओं को समझने के लिए संख्या समझ का होना बहुत महत्वपूर्ण है।

संख्या के गो में समझ बनाना और उसमें सुधार करना एक जीवन पर्यन्त चलने वाली गतिविधि है जिसका प्रारंभ बचपन से ही हो जाता है। विद्यालय में संख्याओं के बारे में और जानना और उनके साथ खेलना और संख्याओं के स्वरूप और उनके बीच के संबंधों के बारे में सोचने के लिए प्रोत्साहित किया जाना चाहिए। अक्सर विद्यालय में पढ़ाए जाने वाले गणित में संख्याओं के साथ खेलने और उनका आनंद लेने जैसी चीजें नहीं होती हैं। इस इकाई का उद्देश्य गतिविधियों के रूप में संख्या खेलों की पहचान और उनका उपयोग करने के लिए विचार प्रदान करना है, जो बच्चों में संख्याओं की समझ विकसित करने के लिए बेहतरीन शिक्षण पद्धति होगी।

इस इकाई से आप क्या सीख सकते हैं?

- संख्या के बारे में अपने बच्चों की समझ विकसित और मज़बूत करने के लिए कुछ विचार।
- जुड़ाव, सहभागिता और गणितीय तर्क को प्रोत्साहित करने के लिए किस प्रकार गणित के खेलों का शिक्षण रणनीति के रूप में शिक्षण रणनीति बच्चों की सहभागिता एवं गणितीय तर्क को प्रोत्साहित करने में संख्या खेलना के उपयोग के बारे में जागरूकता करें।

यह अंक NCF (राष्ट्रीय पाठ्य चर्चा की रूपरेखा 2005) और NCFTE (2009) की निम्नलिखित शिक्षण आवश्यकताओं से संबंधित है तथा संसाधन 1 में रेखांकित आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगा।

1 संख्याओं की समझ विकसित करने के लिए खेल का उपयोग करना



विचार कीजिए

- अपने बचपन के बारे में सोचें। क्या आपने संख्याओं के बारे में विद्यालय से बाहर कुछ भी सीखा था? उदाहरण के लिए, हो सकता है कि आपने विद्यालय जाने में गणना करना सीख लिया हो या आपको पैसे, आयु या चीजों को समान रूप से बाँटने की समझ जीवन आपने अपने विद्यालय से बाहर सीखा। आपने ये सब कैसे सीखा?

बच्चे बहुत कम उम्र से खेलना शुरू कर देते हैं। सामान्य रूप से यह माना जाता है कि खेलने से सामाजिक व्यवहार, तार्किक और योजनागत सोच, कभी-कभी प्रतिस्पर्धात्मकता या कभी टीमवर्क और एकजुटता जैसी चीजें विकसित होती हैं।

खेलना आपको रोमांच, हर्ष, निराशा और आनंद जैसे अनुभव प्रदान करता है। शोध बताते हैं कि गणित सिखाने में खेल का उपयोग करने से गणित के प्रति बेहतर सोच/दृष्टिकोण पैदा होता है, अच्छी प्रेरणा मिलती है और बच्चों की समस्या निवारण योग्यताओं के विकास में सहायता मिलती है (अर्नेस्ट, 1986; सुलिवान और अन्य, 2009; ब्रैग, 2012)। ऐसा तर्क दिया जाता है कि गणितीय खेल खेलते समय होने वाली गणितीय चर्चाएँ गणितीय समझ को विकसित करती हैं (स्केम्प, 1993)।

इस इकाई में बच्चों की संख्या समझ को विकसित करने के लिए कुछ पहले ही आजमाए जा चुके खेलों के उदाहरण दिए गए हैं। इस इकाई में बच्चों द्वारा अच्छे संख्या खेलों को खोजने और खेलों द्वारा प्रस्तावित शिक्षण अवसरों की पहचान करने पर भी चर्चा की गई है।

यहाँ पहली गतिविधि उस खेल का उदाहरण है, जो संख्या संबंधों की समझ विकसित करती है। इसमें ऐसे गणितीय साधन का उपयोग किया जाता है जिनके बारे में बच्चे पहले से अवगत हैं: ‘सौ वर्ग’। पुस्तकों में और इंटरनेट पर ऐसे कई खेल निःशुल्क उपलब्ध हैं। इस इकाई की गतिविधियाँ NRICH नामक एक निःशुल्क गणितीय संसाधन वेबसाइट से ली गई हैं, जो कि कैम्ब्रिज विश्वविद्यालय (यूके) की मिलेनियम गणितीय परियोजना का एक भाग है।

इस अंक में अपने बच्चों के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने से पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह या आंशिक रूप से स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा अगर आप अपने किसी सहकर्मी के साथ मिलकर इसे करने का प्रयास करें क्योंकि स्वयं के अनुभव के आधार पर सिखाना आसान होगा। स्वयं प्रयास करने से आपको किसी शिक्षा ग्रहण करने वाले व्यक्ति के अनुभव का ज्ञान होगा, जो आपके शिक्षण और एक शिक्षक के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित करेगा।

गतिविधि 1: आपको क्या चाहिए?

इस गतिविधि के लिए, बच्चेजोड़ियों या छोटे-छोटे समूहों में कार्य करते हैं। आप गतिविधि के लिए स्वयं को तैयार करने के लिए संसाधन 2, 'समूहकार्य प्रबंधन' का उपयोग कर सकते हैं।

बच्चों को सौ वर्ग (चित्र 1) का प्रिंटआउट या उसकी एक प्रति दें, अथवा उनके पुस्तकों में पहले से दी गई प्रति का उपयोग करने के लिए कहें। सुनिश्चित करें कि उन्हें सभी सौ वर्ग दिखाई दें। उन्हें इस बारे में न बताएँ कि वे इस कार्य को कैसे करेंगे बल्कि उन्हें स्वयं इसका पता लगाने दें ताकि उन्हें इनकी रणनीतियों के बारे में सोचना पड़े, जो कि बहुत महत्वपूर्ण है। इसके कारण जिज्ञासा भी बनी रहती है।

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

चित्र 1 एक सौ वर्ग (10 X 10 की जाली)

भाग 1: यह निर्णय लेना कि आप क्या जानना चाहिए चाहते हैं

निम्नलिखित को ब्लैकबोर्ड पर लिखें:

आठ संकेत (हिट/Clues)

- संख्या 9 से बड़ी है।
- संख्या 10 का गुणज नहीं है।
- संख्या 7 का गुणज है।
- यह एक विषम संख्या है।
- संख्या 11 का गुणज नहीं है।
- संख्या 100 से कम है।
- इसका इकाई अंक इसके दहाई अंक से बड़ा है।
- इसका दहाई अंक एक विषम संख्या है।
-

बच्चों को नीचे दी गई बातें कहें:

मेरे मन में एक संख्या है जो कि एक सौ वर्ग सारणी पर है लेकिन मैं आपको यह नहीं बताने वाला कि वह क्या है। हालाँकि, आप मुझसे ब्लैकबोर्ड पर लिखे आठ में से चार हिट (Clues/Hint) पूछ सकते हैं। मैं उसका हाँ या नहीं में दूँगा।

इसके अलावा एक और बात है जो मैं आपको बताना चाहता हूँ। दिए गए लेकिन उत्तर में से चार सही हैं लेकिन उनसे संख्या को ढूँढने में कोई मदद नहीं मिलेगी। उनका पता लगाने के लिए चार Hint को ढूँढना आवश्यक है।

क्या आप अपने समूह में उस संख्या को ढूँढ सकते हैं, जिसके बारे में मैं सोच रहा हूँ और यह पता लगा सकते हैं कि किन चार हिंट से आपको मदद मिलेगी और किन चार से नहीं? आपको अपने सौ वर्ग में से चुनी गई संख्या को ढूँढने के लिए किस चीज़ की जानकारी होनी चाहिए?

भाग 2: संख्या क्या है?

यह गतिविधि भाग 1 में बच्चों द्वारा लगाए गए अनुमान के मूल्यांकन से के लिए बनाया गया है।

- बच्चों से कहें कि: 'मैं किसी संख्या के बारे में सोच रहा हूँ – अपने समूहों में रहकर, वे चार संकेत तय करें और मुझसे पूछें कि मैं किस संख्या के बारे में सोच रहा हूँ।'
- कुछ मिनट बाद एक अन्य समूह से उनके द्वारा सोचे गए हिंट के बारे में पूछें और उन्हें इसे आजमाने दें। भले यह काम करे या न करे, लेकिन उनसे इन चार संकेतों को चुनने का कारण पूछें। यह पूछें कि क्या किसी समूह ने उनसे अलग चार संकेतों का चुनाव किया है और फिर उन संकेतों को आजमाएँ। संकेत सही होने पर रुक जाएँ और अपने द्वारा चुनी गई संख्या का पता लगवाएँ।
- यही प्रक्रिया कई अलग अलग संख्याओं के लिए दोहराएँ या बच्चों से कहें कि वे अब आपकी भूमिका निभाएँ और कोई संख्या सोचें।
- उसके बाद इस बात पर चर्चा करें कि संख्या को ढूँढने के लिए किन चार संकेतों की आवश्यकता नहीं है। सर्वश्रेष्ठ हिंट क्या हो सकते हैं और क्यों?

(स्रोत: NRICH से रूपांतरित, <http://nrich.maths.org/5950>।)



वीडियो: स्थानीय संसाधनों का उपयोग करते हुए

केस स्टडी 1: गतिविधि 1 का उपयोग करके श्रीमती सुधा यह प्रदर्शित करती हैं

यह एक अध्यापक की कहानी है जिसने अपने प्राथमिक कक्षा के बच्चों के साथ गतिविधि 1 को कराया

मैं मानती हूँ कि ये खेल मनोरंजक गतिविधियाँ हैं लेकिन मेरे मन में इस दावे को लेकर हमेशा थोड़ा संदेह रहता है कि क्या ;s गणितीय शिक्षण के लिए ये बेहतरीन अवसर प्रदान करते हैं? मेरे लिए इस बात पर विश्वास करना बहुत कठिन था कि ये संख्या खेल उनमें पारंपरिक शिक्षण विधि के विकल्प बन सकते हैं, जिनका उपयोग करके मैं अपनी कक्षा को पढ़ाती हूँ और अपने बच्चों को स्पष्ट रूप से गणितीय विचार समझाती हूँ। लेकिन मैंने निर्णय लिया कि मैं इन खेलों का उपयोग अवश्य करूँगी, क्योंकि मैंने पाया कि कभी-कभी मेरे वे बच्चेजिनकी आयु कम है, वे भी गणित का काम करते समय ऊब जाते हैं। और यह बात मुझे परेशान करती है और मुझे कुछ और करने के लिए प्रेरित करती है।

मेरी कक्षा बड़ी है – लगभग 80 बच्चे हैं। हालाँकि वे केवल कक्षा III और IV से होने चाहिए थे, फिर भी विद्यार्थियों के गुण एक दूसरे से बहुत अलग होते हैं।A कुछ बच्चेअभी भी शुरुआती-वर्ष की संख्याओं की धारणाओं से जूझते प्रतीत होते हैं, जबकि अन्य खुशी-खुशी उच्च कक्षाओं के कार्य कर पाते हैं। ऐसी गतिविधियाँ ढूँढना जिन्हें वे सभी कर सकें और जो उन सभी के लिए चुनौतीपूर्ण हो, बहुत कठिन है।

चूँकि मेरे पास फोटोकॉपियर या सभी विद्यार्थियों के लिए कागज़ के बड़े पत्रक या स्केल जैसे संसाधन तक नहीं हैं।A इसलिए इस गतिविधि को तैयार करते समय मैंने विद्यार्थियों से गृह-कार्य के रूप में उनकी अभ्यास पुस्तिकाओं के कवर के अंदर की ओर सौ वर्ग बनाने के लिए कहा। अधिकांश विद्यार्थियों ने ऐसा कर लिया, लेकिन कुछ ने नहीं किया। मैं उन विद्यार्थियों को वहाँ कक्षा में उसी समय उन वर्गों को बनाने के लिए कहकर समय व्यतित करना नहीं चाहती थी, इसलिए मैंने सुनिश्चित किया कि जब

विद्यार्थी चार-चार या पाँच-पाँच के समूह में जाएँ, तो वे ऐसे किसी के पास बैठे जिसने गृह-कार्य किया है, ताकि वे दोनों समान सौ वर्ग सारणी को देख सकें। उन्हें समूहों में बाँटने के लिए, मैं बस विषम पंक्तियों वाले बच्चों से पीछे मुड़ जाने और उनके सामने बैठे बच्चों के साथ मिलकर काम करने के लिए कहा।

मुझे बिल्कुल अच्छा नहीं लग रहा था कि मैंने उन्हें उचित निर्देश नहीं दिए थे, कि इसका पता कैसे लगाया जाए कि कौन से संकेत आवश्यक थे और कौन नहीं थे या यह कि इस संबंध में सबसे पहले पूरी कक्षा के साथ चर्चा कर लेनी चाहिए। मुझे वास्तव में चिंता हो रही थी कि उन्हें पता नहीं होगा कि क्या करना है। लेकिन मैंने सोचा कि मैं एक प्रयास करूँगी और देखूँगी कि क्या यह गतिविधि ठीक चल रही है और उस टास्क को उसी तरीके से प्रस्तुत किया गया जैसा कि उसका वर्णन किया गया था।

मैंने यह तय किया कि अगर ये बच्चे चार मिनट के बाद भी यह पता नहीं लगा पाते हैं कि उन्हें आगे कैसे बढ़ना है, तो मैं उन्हें बता दूँगी। इसमें उन्हें उतना समय नहीं लगा। यह सुनिश्चित करने के लिए, कि वे टास्क का प्रयास करते रहे, मैं कक्षा में इधर-उधर टहल रही थी और उनकी चर्चाएँ सुन रही थी। मैंने कुछ समूहों से कहा ‘आप इसका पता कैसे लगाएँगे?’ दिए गए संकेतों के विकल्पों का चयन करने में उनके उत्तर अलग-अलग थे और इस बात के औचित्य पर भी उनकी राय अलग-अलग थी कि वे उनका चुनाव क्यों कर रहे हैं। मैंने पाया कि साथ वाले समूह भी उनके जवाब सुनेंगे, कभी-कभी उनका नज़रिया बदलने पर उस तरीके से पूरी कक्षा को इस चर्चा के लिए रोकने की आवश्यकता के बिना उन सभी बच्चों को एक दूसरे से सीख मिली।

मुझे वास्तव में कक्षा का वह कोलाहल अच्छा लगा – वहाँ उत्तेजना थी और जुड़ाव था। बच्चे काफी मुस्कुरा रहे थे और एक दूसरे से चर्चा करने, सहमति जताने और असहमति जताने के लिए अपने-अपने गणितीय तर्कों को विकसित कर रहे थे। ऐसा लग रहा था कि प्रत्येक बच्चे के पास एक तर्क मौजूद था और उन समूहों के कार्य में शामिल प्रतीत हो रहे थे।

थोड़ी देर बाद मैंने उनसे कहा कि संकेतों पर निर्णय लेने के लिए वे तीन मिनट का समय और ले लें और उन्हें यह सुनिश्चित करना होगा कि उनके समूह के प्रत्येक बच्चे को सहमति द्वारा निष्कर्ष स्वरूप निकाले गए संकेतों के बारे में पता होना चाहिए और उसकी समझ होनी चाहिए। मैंने ऐसा इसलिए पूछा, क्योंकि मैं इस बात को सुनिश्चित करना चाहती थी कि उस समूह के सभी बच्चे, चाहे उनकी योग्यता जो भी रही हो, इस खेल से सीखेंगे। इसी कारण से, मैंने भी इस गतिविधि के दूसरे भाग के दौरान समूह के सबसे होशियार बच्चे से वे प्रश्न नहीं पूछे।

हिंट (ब्सनमे) की आवश्यकता क्यों थी या क्यों नहीं थी, इसकी चर्चा करने से बच्चों को अपने-अपने विचारों के संबंध में चर्चा करने का अवसर मिल गया। कभी-कभी, पहली बार में, उन्होंने अपने आप को अनाड़ी की तरह दिखाया, लेकिन मैंने उनसे उसे फिर कहने के लिए कहा और मैं चकित रह गई कि उनमें से अधिकांश ने दूसरे चरण में इतनी जल्दी स्वयं को अधिक सहजता से व्यक्त किया। यह सुनिश्चित करने के लिए कि केवल सबसे होशियार विद्यार्थी ही जवाब न दें, मैंने अलग-अलग विद्यार्थी से पूछा कि क्या दिए गए जवाब से वे सहमत हैं तथा उनके सहमत होने पर उनसे उसी कथन को उनके शब्दों में दोहराने के लिए कहा। अगर वे सहमत नहीं थे, तो उन्हें इसका कारण बताना पड़ा।

आपके शिक्षण अभ्यास के बारे में सोचना

अपनी कक्षा के साथ ऐसा कोई अभ्यास करने पर बाद यह सोचें कि क्या ठीक रहा और कहाँ गड़बड़ी हुई। ऐसे प्रश्न सोचें जिनसे बच्चों में रुचि पैदा हो तथा उनके बारे में उन्हें समझाएँ ताकि वे उन्हें हल करके आगे बढ़ सकें। ऐसे चिंतन से वह ‘स्क्रिप्ट’ मिल जाती है, जिसकी मदद से आप बच्चों के मन में गणित के प्रति रुचि जगा सकते हैं और उसे मनोरंजक बना सकते हैं। अगर बच्चों को समझ नहीं आ रहा है और वे कुछ नहीं कर पा रहे हैं, तो इसका मतलब है कि उनकी इसमें सम्मिलित होने की रुचि नहीं है। जैसा कि श्रीमती सुधा ने कुछ छोटी-छोटी चीजों की और उनसे फर्क पड़ा, इसलिए आप जब भी ये गतिविधियाँ करें, तो इस विचार करने वाले अभ्यास का उपयोग अवश्य करें।



विचार कीजिए

चिंतन को बढ़ावा देने वाले अच्छे प्रश्न निम्नानुसार हो सकते हैं:—

- आपकी कक्षा में इसका प्रदर्शन कैसा रहा?
- अपने बच्चों की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या प्रश्न पूछे? बच्चों को अपने गणितीय विचार का प्रदर्शन करने के लिए सक्षम बनाने में कौन-कौन से प्रश्न सबसे सफल रहे?
- क्या आपके सभी बच्चों ने भाग लिया?
- क्या किसी भी समय आपको ऐसा लगा कि हस्तक्षेप करना चाहिए?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो ऐसा करने का कारण क्या था?

2 गणितीय सीखने के लिए अच्छे खेलों के आवश्यक गुण

पुस्तकों में और इंटरनेट पर कई संख्या खेल उपलब्ध हैं, लेकिन क्या वे सभी गणित सीखने के लिए अच्छे तथा प्रभावी हैं? कक्षा में उपयोग किए जाने कौन से खेल अच्छी तरह से गणित सीखने में सहायता कर सकते हैं। यह तय करने में मदद करने के लिए, पहले सामान्य रूप से अच्छे शैक्षणिक खेलों के गुणों के बारे में विचार करना उपयोगी होता है। गॉफ़ (1999) ने पता लगाया कि एक अच्छे खेल में निम्नलिखित आवश्यक होते हैं:

- प्रतिस्पर्धात्मकता का एक गुण (**element**); यह ऐसे दो या अधिक खिलाड़ियों से प्राप्त किया जा सकता है, जो बारी-बारी से किसी प्रकार की 'विजयी' स्थिति प्राप्त करने का प्रयास करते हैं
- संपूर्ण खेल में अगली चाल से संबंधित चुनाव करने और निर्णय लेने का गुण
- खिलाड़ियों के बीच संवाद करने का गुण, जिसमें एक खिलाड़ी की चालें दूसरों को प्रभावित करती हैं।

गतिविधि 2 कुछ ऐसे खेल प्रस्तुत करती है, जो संख्या के संबंधों के प्रति समझ विकसित करने में मदद करते हैं। इस तरह के कई खेल, पुस्तकों में और इंटरनेट पर व्यापक रूप से उपलब्ध हैं। इस इकाई की गतिविधि 1, 2 और 4 को NRICH गणितीय संसाधनों की वेबसाइट से लिया गया है।

गतिविधि 2: संख्याओं के संबंध में योजना

तैयारी

यह खेल विद्यार्थियों से स्थानीय मान के बारे में सोचने के लिए कहता है। सभी आयु वर्ग के विद्यार्थी इसका आनंद लेते हैं। कम उम्र विद्यार्थियों के लिए बॉक्स के आकार को छोटा किया जा सकता है।

खेल के सेट-अप और स्कोरिंग सिस्टम में कई विविधताओं का सुझाव दिया गया है। एक बार विद्यार्थियों द्वारा सेट-अप को समझ लिए जाने पर आप उनसे अधिक विविधताओं तथा अपने स्वयं के स्कोरिंग सिस्टम के साथ आगे आने के लिए भी कह सकते हैं, क्योंकि इनके लिए भी गणितीय सोच की आवश्यकता होगी।

इस गतिविधि के लिए विद्यार्थियों को छः, नौ या दस फलक वाले (1 से 6, 1 से 9 या 1 से 10 तक की संख्याओं वाले पासे) या 1 से 10 या 0 तक की संख्याओं वाले दस खंडों वाले चकती की आवश्यकता होगी। आप संसाधन 3 में चकती के लिए नमूना देख सकते हैं। इन संसाधनों का फिर से गतिविधि 4 में भी उपयोग किया जा सकता है।

नीचे दिया गया खेल 1, मूलभूत खेल कैसे सेट किया जाता है, इसका वर्णन करता है और खेल 2 से 6, खेल 1 की विविधताओं तथा विकास का वर्णन करते हैं।

खेल खेलना

खेल 1

यह खेल सबसे अच्छे तरीके से जोड़े में या एक दूसरे के विरुद्ध खेल रहे दो जोड़ों के साथ खेला जाता है।

प्रत्येक खिलाड़ी चार बॉक्स का एक सेट बनाता है, जैसा कि चित्र 2 में दिखाया गया है।



चित्र 2 प्रत्येक खिलाड़ी के पास चार बॉक्स का एक सेट होता है।

विद्यार्थियों को निम्नानुसार निर्देश दें:

बारी-बारी से पासा फेंकें, संख्या पढ़ें और तय करें कि वह संख्या आपके चार खाने में से किसमें लिखी जानी चाहिए। ऐसा चार बार करें जब तक कि आपके सभी खाने भर न जाएँ। चार अंकों को एक पूर्णांक के रूप में पढ़ें।

जिसके पास भी अधिक बड़ी चार-अंकीय संख्या होगी, वह विजेता होगा।

यहाँ दो संभावित स्कोरिंग सिस्टम दिए गए हैं:

- एक जीत के लिए एक अंक। जो सबसे पहले 10 अंक प्राप्त करेगा वह खेल का विजेता होगा।
- प्रत्येक चरण के बाद दो, चार अंकीय संख्याओं के बीच का अंतर पहचानें।

यह स्कोर विजेता को मिलेगा। 10,000 तक पहुँचने वाला पहला विद्यार्थी विजेता होगा।

खेल 2

जो भी सबसे पहले छोटी चार अंकीय संख्या बनाएगा, वह विजेता होगा।

आप संभवतः खेल 1 वाले स्कोरिंग सिस्टम को बदलना चाहेंगे।

खेल 3

एक लक्ष्य निर्धारित करें। प्रत्येक विद्यार्थी चार-चार बार पासा फेंकेगा और यह पता लगाएगा कि हर एक लक्ष्य संख्या से कितनी दूर है। जो भी लक्ष्य संख्या के अधिक निकट होगा, वह विजेता होगा।

यहाँ दो संभावित स्कोरिंग सिस्टम दिए गए हैं:

- एक जीत के लिए एक अंक। जो सबसे पहले 10 अंक प्राप्त करेगा वह खेल का विजेता होगा।
- प्रत्येक चरण के बाद दो चार-अंकीय संख्याओं और लक्ष्य संख्या के बीच का अंतर पहचानें। 10,000 तक पहुँचने वाला बच्चा विजेता होगा।

खेल 4

यह खेल दशमलव बिंदु से परिचय कराता है। किसी एक खाने में दशमलव बिंदु आ जाएगा, इसलिए इस बार प्रत्येक खिलाड़ी को तीन बार पासा फेंकना होगा। एक लक्ष्य संख्या चुनें। लक्ष्य के सबसे निकट वाला खिलाड़ी विजेता होगा।

दो संभावित संस्करण:

- प्रत्येक खिलाड़ी बारी-बारी से पासा फेंकने से पहले ही यह तय करते हैं कि वे दशमलव बिंदु को कहाँ रखना चाहते हैं।
- प्रत्येक खिलाड़ी तीन बार पासा फेंकता है और फिर तय करता है कि कहाँ अंक लिखना है और कहाँ दशमलव बिंदु।

यहाँ भी, भिन्न-भिन्न स्कोरिंग सिस्टम रखे जा सकते हैं।

खेल 5

इस खेल के लिए वास्तव में सोच की आवश्यकता होती है और यह बहुत प्रतिस्पर्धात्मक हो सकता है। अपने विद्यार्थियों को निम्नानुसार बताएँ:

ऊपर दिए किसी भी खेल को खेलें। इस बार आप अपनी संख्या चुनकर उसे किसी एक खाने में रख सकते हैं या अपने सहभागी को देकर उन्हें बता सकते हैं कि उस संख्या को किस प्रकोष्ठ में रखना है। इस खेल को निष्पक्ष बनाने के लिए हर राउंड अलग-अलग खिलाड़ी से शुरू करना आवश्यक है।

जब आप इस खेल को दो से अधिक लोगों के साथ खेलते हैं, तब इसकी विविधता और भी अधिक चुनौतीपूर्ण हो जाती है।

खेल 6

यह एक प्रतिस्पर्धात्मक खेल होने की बजाय एक सहायक खेल है — जिसे तीन या अधिक लोग खेलते हैं।

अपने विद्यार्थियों को निम्नानुसार बताएँ:

- ऊपर दिए गए खेलों में से कोई एक चुनें। यह निर्णय पहले ही कर लें कि आप लोगों में से लक्ष्य के सबसे निकट कौन पहुँचेगा, और दूसरे, तीसरे, चौथे, आदि स्थानों पर कौन होगा।
- अब साथ मिलकर निर्णय लें कि संख्याओं को किन प्रकोष्ठों में और कहाँ रखना है।

(स्रोत: NRICH से रूपांतरित, <http://nrich.maths.org/6605>।)

वीडियो: पाठ की योजना बनाना



केस स्टडी 2: गतिविधि 2 का उपयोग करने पर श्री रामप्रसाद बताते हैं

इस गतिविधि के निर्देशों को पढ़ने से मुझे लगा कि इसमें शिक्षा के कुछ अवसर दिखाई दे रहे हैं, लेकिन मुझे नहीं पता था कि कहां तक यह एक 'अच्छा' खेल हो पाएगा। मैंने इसके बारे में एक सहकर्मी से बातचीत की और हमने स्टाफ रूम में स्वयं इसका सबसे पहले उपयोग करने का निर्णय लिया। और क्या बताऊँ कि खेलने में कितना मज़ा आया! हम खुद को रोक नहीं पा रहे थे और अन्य अध्यापक भी इसमें शामिल हो गए।

मुझे छोटी कक्षा के बच्चों और बड़े बच्चों की टीम बनाने को लेकर थोड़ी चिंता थी क्योंकि मैं मिश्रित-आयु वर्गों के बच्चों को पढ़ाता हूँ, इसलिए जब हमने पहली बार यह खेल खेला तो मैंने एक दूसरे के विरुद्ध खेलने के लिए समान आयु वर्ग के बच्चों की जोड़ियाँ बनाई। हमने खेल 1 और फिर खेल 2 खेला, इन दोनों खेलों को दो बार खेला। उसके बाद से हम इन और अन्य खेलों को बच्चों में उत्साह पैदा करने के लिए (विशेष रूप से दोपहर हमने भोजन के बाद अच्छा रहता है) कभी पाठ प्रारंभ करने से पहले और कभी पाठ समाप्त होने के बाद नियमित रूप से खेलते आ रहे हैं। यह एक प्रतिफल के रूप में भी अच्छा कार्य करता है, जिसके अंतर्गत हम बच्चों से कहते हैं कि अगर उन्होंने अपना कार्य जल्दी समाप्त कर लिया, तो हम 'संख्या रणनीतिज्ञ बना' खेल सकते हैं।

मैंने मिश्रित आयु-वर्ग के समूहों के साथ खेल 6 का उपयोग किया, जो कि इस खेल का 'सहायक' संस्करण है और यह देखना बहुत ही मनोरम था कि किस प्रकार बड़े बच्चे छोटी कक्षा के बच्चों की सहायता कर रहे थे। शुरुआत में मुझे लगा कि इससे बड़े बच्चों को सीखने में मदद मिलेगी क्योंकि उन्हें छोटी कक्षा वाले बच्चों की मदद करनी थी और अपने गणितीय विचारों के माध्यम से संवाद करना था और बिलकुल ऐसा ही हुआ। उसी समय मुझे यह भी लगा कि छोटी कक्षा वाले बच्चे बड़े बच्चों से बातचीत करने में झिझक महसूस करेंगे — लेकिन यह बात गलत साबित हुई! छोटी कक्षा के बच्चे बड़े बच्चों के साथ गणित से जुड़े प्रश्नों पर तर्क करके बहुत प्रसन्न हो रहे थे।

चूँकि हमारे विद्यालय में पासे नहीं हैं, इसलिए मैंने स्वयं चकती बना लिए। मैंने उन्हें गत्ते पर बनाया और उनका अक्सर उपयोग किया जाता है, इसलिए उन्हें बनाना उपयोगी साबित हुआ। मैं एक बड़ा पासा बनाना चाहता था, जिसे मैं फेंकूँ और सभी बच्चे उन्हीं संख्याओं पर कार्य करें — खेल में बस एक परिवर्तन के रूप में।

एक 'अच्छे' खेल की विशेषताओं के बारे में पढ़ना अच्छा लगा था। मैंने कभी भी इसके बारे में विस्तार से जानने की कोशिश नहीं की। बच्चों को खेलते हुए देखने के बाद मैं अब समझता हूँ कि इससे जुड़ा अधिकतर रोमांच और सोच इस बात पर आधारित है कि 'यह पूरा खेल अगली चाल के चुनाव और निर्णय पर आधारित है'। और 'खिलाड़ियों के बीच आपसी संवाद वाले तत्व क्योंकि एक खिलाड़ी की चालें अन्य खिलाड़ियों को प्रभावित करती थीं' के कारण उन्हें रणनीतिक दृष्टिकोण से सोचना पड़ रहा था — अगले चरण के बाद की चालों को भी। इस रणनीतिक दृष्टिकोण से स्थान के मान की उनकी समझ को विकसित करने में वाकई मदद मिली, क्योंकि उन्हें प्रत्येक अंक के मान के बारे में बहुत सावधानी से सोचना पड़ता था।



विचार कीजिए

इस केस स्टडी में, श्री रामप्रसाद अपनी कक्षा में बड़ी और छोटी कक्षा के बच्चों के बीच बातचीत को लेकर सकारात्मक थे। अगर छोटी कक्षा के बच्चे बातचीत करने में अधिक संकोच दिखाते या बड़ी कक्षा के बच्चे चर्चा में हावी होते, तो वे बच्चों को शिक्षित करने के लिए किस प्रकार की रणनीति अपनाते?

इन कुछ प्रश्नों का उत्तर देकर अपने पाठ (पाठों) का अनुभव बताएँ:

- आपको इन गतिविधियों के बारे में क्या अच्छा लगा?
- इन कार्यों में ऐसा क्या था कि बच्चे इनमें भाग लेना और व्यस्त रहना चाहते हैं?
- ये गतिविधियाँ किस प्रकार के गणितीय शिक्षण अवसर प्रदान करती हैं?
- क्या कुछ ऐसा है जो आप जोड़ना या संशोधित करना चाहते हों?

इन प्रश्नों के जवाब में अपने विचारों और सुझावों को कहीं लिख लें और अपने विद्यालय या सामूहिक बैठक में शिक्षकों से इन पर चर्चा करें।

3 संख्या खेलों में गणितीय सीखने के अवसरों की पहचान करना

जैसा कि इस अंक के आरंभ में बताया गया है, संख्या खेल उत्कृष्ट सामाजिक संवाद, सोच- विचार और समस्या-निवारण कौशल के लिए लाभकारी हो सकते हैं और कुछ सीखने की प्रेरणा दे सकते हैं।

इस अंक में अब तक उपयोग किए गए खेल गणितीय शिक्षण अवसर प्रदान करते हैं, यानी इनसे बच्चों में विशिष्ट गणितीय सिद्धांतों और विचारों की समझ विकसित करने में मदद मिला और इस मामले में उनकी संख्या की समझ बढ़ी। इसका मतलब है कि ये खेल बच्चों के लिए न केवल मनोरंजक हैं बल्कि गणित समझने का एक मान्य तरीका भी हैं।

उदाहरण के लिए, गतिविधि 2 में बच्चों के लिए गणितीय शिक्षण अवसरों को निम्नलिखित के रूप में वर्णित किया जा सकता है:

- स्थानीयमान के बारे में सीखना
- संख्याओं के परिमाण के बारे में सीखना
- गणितीय सवालों का प्रभावी और सटीक ढंग से उपयोग करने का तरीका सीखना
- संख्याओं का लचीले ढंग से और प्रवाहपूर्ण उपयोग करने का तरीका सीखना।

इन गणितीय विचारों के बारे में सीखना पाठ्यक्रम के दृष्टिकोण से महत्वपूर्ण माना जाता है और यह संख्या की समझ विकसित करने के लिए अनिवार्य है।

गतिविधि 2 के खेल को आगे बढ़ाने वाली अगली गतिविधि शिक्षण अवसरों को भिन्न संक्रियाओं, संख्या संबंधों की समझ और संख्याओं पर आधारित भिन्न गणितीय संक्रियाओं के प्रभाव को समझने के लिए विस्तारित किया गया है।

गतिविधि 3: गिड खेल

तैयारी

ये खेल श्रृंखला गतिविधि 2 में 'संख्या पहचानों' नाम के खेल पर आधारित है।

एक बार फिर इनका चुनाव करने के लिए विभिन्न प्रकार दिए गए हैं। ये खेल एक दूसरे के विरुद्ध जोड़ियों में या दो जोड़ियों में सर्वश्रेष्ठ ढंग से खेले जाते हैं।

इस गतिविधि के लिए बच्चों को एक बार फिर छः, नौ, - या दस कोनों वाला पासा (जिसमें 1 से 6, 1 से 9 या 1 से 10 संख्या अंकित हो) या दस खंडों वाले स्पिनर चाहिए जिन पर 1 से 10 या 0 संख्या अंकित हों। आप संसाधन 3 से चकती के लिए नमूना प्राप्त कर सकते हैं।

सभी खेलों के लिए निर्देश

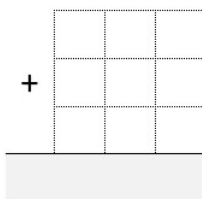
बच्चेबारी-बारी से पासे फेंकते हैं (या स्पिनर घुमाते हैं) और निर्णय लेते हैं कि गिड पर उनके किन प्रकोष्ठों को भरना है।

इसे दो तरीकों से किया जा सकता है: या तो पासे फेंकने के बाद सभी प्रकोष्ठों को भरकर या फिर सभी संख्याओं को जमा करके, बाद में उनके स्थान का चयन करके किया जा सकता है।

खेल खेलना

खेल 1

सभी बच्चेएक अतिरिक्त गिड बनाते हैं, जैसा चित्र 3 में दिया गया है।



चित्र 3 एक अतिरिक्त गिड।

पासों को नौ बार फेंको जब तक कि सभी खाने भर न जाएँ।

जिसका योग 1,000 से सबसे नजदीक होगा वह जीत जाएगा।

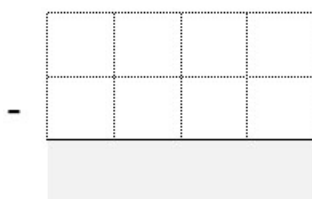
यहाँ दो संभावित स्कोरिंग प्रणालियाँ हो सकती हैं:

- एक जीत के लिए एक अंक। जो सबसे पहले 10 अंक प्राप्त करेगा वह खेल का विजेता होगा।
- प्रत्येक खिलाड़ी अपने 'पेनल्टी अंकों' की गणना करते रहेंगे, जो कि प्रत्येक दौर के बाद 1,000 और खिलाड़ियों के कुल अंकों के बीच का अंतर होगा। सबसे पहले 5,000 पर पहुँचने वाला खिलाड़ी हार जाएगा।

आप इसे और सरल या अधिक कठिन बनाने के लिए इसका लक्ष्य बदल सकते हैं, या अपनी कक्षा से ऋणात्मक संख्याओं (1,000 के ऊपर धनात्मक, 1,000 के नीचे ऋणात्मक) का अभ्यास करने के लिए कह सकते हैं और सुझाव दे सकते हैं कि जो टीम दस राउंड के बाद शून्य के अधिक नजदीक होगी वही जीतेगी।

खेल 2

सभी बच्चेएक व्यवकलन(घटाना) गिड बनाते हैं, जैसा चित्र 4 में दिया गया है।



चित्र 4 एक व्यवकलन गिड।

पासों को आठ बार फेंको जब तक कि सभी खाने भर न जाएँ।

जिसका भी अंतर **1,000** के सबसे नजदीक होगा वह जीत जाएगा।

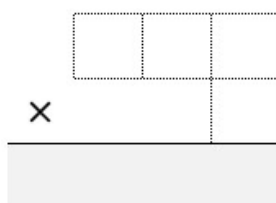
यहाँ दो संभावित स्कोरिंग सिस्टम दिए गए हैं:

- एक जीत के लिए एक अंक। जो सबसे पहले **10** अंक प्राप्त करेगा वह खेल का विजेता होगा।
- प्रत्येक खिलाड़ी अपने 'पेनल्टी अंकों' की गणना करते रहेंगे, जो कि प्रत्येक दौर के बाद **1,000** और खिलाड़ियों के कुल अंकों के बीच का अंतर होगा। सबसे पहले **5,000** पर पहुँचने वाला खिलाड़ी हार जाएगा।

आप इसे और सरल या अधिक कठिन बनाने के लिए इसके लक्ष्य को बदल सकते हैं, संभवतः अपने लक्ष्य में ऋणात्मक संख्याओं को जोड़ सकते हैं।

खेल 3

सभी बच्चे एक गुणन (गुणा) ग्रीड बनाते हैं, जैसा चित्र 5 में दिया गया है।



चित्र 5 एक गुणन ग्रीड।

पासों को चार बार फेंको जब तक कि सभी खाने भर न जाएँ।

जिसका भी गुणनफल **1,000** के सबसे नजदीक होगा वह जीत जाएगा।

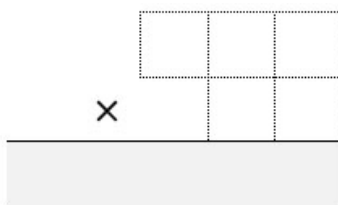
यहाँ दो संभावित स्कोरिंग सिस्टम दिए गए हैं:

- एक जीत के लिए एक अंक। जो सबसे पहले **10** अंक प्राप्त करेगा वह खेल का विजेता होगा।
- प्रत्येक खिलाड़ी अपने 'पेनल्टी अंकों' की गणना करते रहेंगे, जो कि प्रत्येक दौर के बाद **1,000** और खिलाड़ियों के कुल अंकों के बीच का अंतर होगा। सबसे पहले **5,000** पर पहुँचने वाला खिलाड़ी हार जाएगा।

आप इसे और सरल या अधिक कठिन बनाने के लिए इसके लक्ष्य को बदल सकते हैं।

खेल 4

सभी बच्चे एक गुणन ग्रीड बनाते हैं, जैसा चित्र 6 में दिया गया है।



चित्र 6 एक गुणन ग्रीड।

पासों को पाँच बार फेंको जब तक कि सभी प्रकोष्ठ भर न जाएँ।

जिसका भी गुणनफल **10,000** के सबसे नजदीक होगा वह जीत जाएगा।

यहाँ दो संभावित स्कोरिंग सिस्टम दिए गए हैं:

- एक जीत के लिए एक अंक। जो सबसे पहले **10** अंक प्राप्त करेगा वह खेल का विजेता होगा।
- प्रत्येक खिलाड़ी अपने 'पेनल्टी अंकों' की गणना करते रहेंगे, जो कि प्रत्येक दौर के बाद **10,000** और उनके परिणाम के बीच का अंतर होगा। **10,000** तक पहुँचने वाला पहला विद्यार्थी हार जाएगा।

आप इसे और सरल या अधिक कठिन बनाने के लिए इसके लक्ष्य को बदल सकते हैं।

खेल 5

आप दशमलव बिंदु का उपयोग करके ऊपर दिया गया कोई भी खेल, खेल सकते हैं। दशमलव बिंदु इनमें से किसी एक प्रकोष्ठ को लगा देगा, इसलिए प्रत्येक खिलाड़ी केवल चार बार पासा फेंकेगा। आपको किसी उपयुक्त लक्ष्य का निर्णय करना होगा।

(स्रोत: NRICH से रूपांतरित, <http://nrich.maths.org/6606>।)

केस स्टडी 3: गतिविधि 3 का उपयोग करने पर श्रीमती सनीना बताती हैं

मैंने इन अलग-अलग खेलों का इस्तेमाल कई पाठों के लिए और विभिन्न कक्षाओं में कर लिया है। मुझे इसकी अच्छी बात ये लगती है कि यह बच्चों को वास्तव में व्यस्त रखता है जिससे वे ढेरों सवालों का अभ्यास कर पाते हैं। खेल की प्रतिस्पर्धात्मकता और नियम उन्हें रणनीतिक रूप से बात करने और सोचने पर मजबूर कर देते हैं। वे वाकई स्थानीयमान, संख्याओं के परिमाण और संख्याओं पर भिन्न गणितीय संक्रियाओं के बारे में ध्यान से सोचते हैं। ये छोटी कक्षा वाले बच्चों और बड़े बच्चों दोनों के लिए अच्छी हैं।

कभी-कभी मैं अपने बच्चों को यह बताती हूँ कि मैं उन्हें किस खेल या संक्रिया का उपयोग करते हुए देखना चाहती हूँ, और कभी-कभी मैं उन्हें खुद चुनने देती हूँ। शुरुआत में मुझे लगा कि छोटी कक्षा वाले बच्चे कम अंक प्राप्त करने वाले बच्चेवही कार्य करेंगे जो उन्हें सहज लगेगा। लेकिन ऐसा सही साबित नहीं हुआ: कभी-कभी वे अपनी सहजता के अनुसार कार्य करते थे, लेकिन अक्सर वे ज़ोर लगाते थे और उस योग को करने की कोशिश करते थे, जो मैंने उन्हें हल करने के लिए खुद नहीं दिया था।

मुझे ऐसा लगा कि यह स्वयं-सुधार है। बिल्कुल गणना करने में गलतियाँ तो होती ही हैं, लेकिन वे दूसरे के कार्यों को जाँचते हैं और जब सहमत नहीं होते, तो एक दूसरे को बताते हैं। मुझे लगता है कि जोड़ियों में एक दूसरे के विरुद्ध खेलना उनके लिए काफी मददगार साबित हुआ है। दूसरी तरफ, कभी-कभी मुझे वाकई लगता है कि उन्हें इन सवालों को स्वयं हल करने दें, इसलिए मैं उन्हें एक दूसरे के विरुद्ध खेलने देती हूँ।

अब मैं ढेरों अभ्यास करने की बजाय नियमित रूप से इस प्रकार के संख्या खेलों का उपयोग करती हूँ। मुझे लगता है इससे बच्चे गणित कर रहे हैं, उसके बारे में और अधिक सोचते हैं। मैंने अभी तक अपनी सामान्य शिक्षण शैली के अलावा संख्या खेलों का उपयोग नहीं किया है, लेकिन धीरे-धीरे मुझे लगने लगा है कि शायद मुझे इसे आजमाकर देखना चाहिए क्योंकि मुझे लगता है कि सभी बच्चों में गणित करने का ज्ञान होता है — इसमें कोई संदेह नहीं कि गलतफहमियाँ होती हैं — लेकिन शायद खेलों के उपयोग से मैं वाकई में जान पाऊँ कि आखिर ये गलतफहमियाँ क्या हैं, और फिर उनको सुधारने के लिए अपने शिक्षण की योजना बनाऊँ।



विचार कीजिए

- आपकी कक्षा में इसका प्रदर्शन कितना अच्छा रहा?
- क्या आपने टास्क में ज़रा भी संशोधन किया, जिस प्रकार श्रीमती मेहता ने किया था? अगर हाँ, तो ऐसा करने का आपका क्या कारण था?
- आपको क्या लगता है कि ये गतिविधियाँ विशेष रूप से संख्या संबंधों और संख्याओं पर गणितीय संक्रियाओं के प्रति बच्चों की समझ के किन पहलुओं को प्रभावी ढंग से विकसित करती हैं?
- इन कार्यों में ऐसा क्या है, जिसके कारण विद्यार्थी भाग लेना और उनसे जुड़ना चाहते हैं?

4 सारांश

इस इकाई ने प्राथमिक कक्षा में ऐसे खेलों का उपयोग करके संख्या बोध का विकास करने पर फोकस किया है, जो समृद्ध गणितीय शिक्षा के अवसर प्रदान करते हैं।

इस इकाई का अध्ययन करते समय क्या आपने सोचा कि कैसे शिक्षण कार्यनीति के रूप में संख्या खेलों का उपयोग करके जुड़ाव, प्रतिभागिता और गणितीय तर्कों को प्रोत्साहित किया जा सकता है। आपने इस पर विचार किया कि संख्याओं को बदलने या भिन्न समूहीकरणों का उपयोग करने जैसे छोटे परिवर्तन करके कैसे गतिविधियों को विभिन्न आयु वर्गों और उपलब्धि के स्तर के अनुरूप बनाया जाए।



विचार कीजिए

- इस इकाई में से कुछ विचारों का उपयोग करने पर अपने पाठों में से तीन अवसरों की पहचान करें।

संसाधन

संसाधन 1: एनसीएफ/एनसीएफटीई शिक्षण आवश्यकताएँ

यह यूनिट NCF (2005) तथा NCFTE (2009) की निम्न शिक्षण आवश्यकताओं से जोड़ता है तथा उन आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगा:

- उन गतिविधियों से सीखें, जो विद्यार्थियों को संख्याओं की विशेषताएँ एक्सप्लोर करने देती हैं।
- विद्यार्थियों को उनके अपने अध्ययन में सक्रिय प्रतिभागियों के रूप में देखें, जिससे ज्ञान की संरचना करने की उनकी क्षमता को प्रोत्साहन मिले।
- बच्चों को गणित को किसी ऐसी चीज़ के रूप में लेने दें जिसके बारे में वे बात करें, जिसके द्वारा संवाद करें, स्वयं के निष्कर्ष को साझा करें, जिसकी आपस में चर्चा करें, जिस पर साथ मिलकर कार्य करें।
- विद्यार्थियों को गणितीय गतिविधियाँ करने में सफलता का अनुभव होने दें।

संसाधन 2: समूह-कार्य का प्रबंधन करना

आप अच्छे समूहकार्य के प्रबंधन के लिए दिनचर्याएं और नियम तय कर सकते हैं। जब आप नियमित रूप से समूह कार्य का उपयोग करते हैं, तो बच्चों को पता चल जाएगा कि आप क्या अपेक्षा करते हैं और वे इसे आनंददायक पाएंगे। टीमों और समूहों में काम करने के लाभों की पहचान करने के लिए आरंभ में कक्षा के साथ काम करना एक अच्छा विचार है। आपको चर्चा करनी चाहिए कि समूह कार्य में अच्छा व्यवहार क्या होता है और संभव हो तो 'नियमों' की एक सूची बनाएं जिसे प्रदर्शित किया जा सकता है; उदाहरण के लिए, 'एक दूसरे के लिए सम्मान', 'सुनना', 'एक दूसरे की सहायता करना', 'एक से अधिक विचार को आजमाना' आदि।

समूह कार्य के बारे में स्पष्ट मौखिक अनुदेश देना महत्वपूर्ण है जिसे ब्लैकबोर्ड पर संदर्भ के लिए लिखा भी जा सकता है। आपको:

- अपनी योजना के अनुसार अपने बच्चों को उन समूहों की ओर निर्देशित करना होगा जिनमें वे काम करेंगे। ऐसा आप शायद कक्षा में ऐसे स्थानों को चिह्नित कर सकते हैं जहाँ वे काम करेंगे या किसी फर्नीचर या स्कूल के बैगों को हटाने के बारे में निर्देश देकर कर सकते हैं।
- कार्य के बारे में बहुत स्पष्ट होना और उसे बोर्ड पर लघु अनुदेशों या चित्रों के रूप में लिखना चाहिए। अपने शुरू करने से पहले विद्यार्थियों को प्रश्न पूछने की अनुमति प्रदान करें।

पाठ के दौरान, यह देखने और जाँच करने के लिए घूमें कि समूह किस तरह से काम कर रहे हैं। यदि वे कार्य से विचलित हो रहे हैं या अटक रहे हैं तो जहाँ जरूरत हो वहाँ सलाह प्रदान करें।

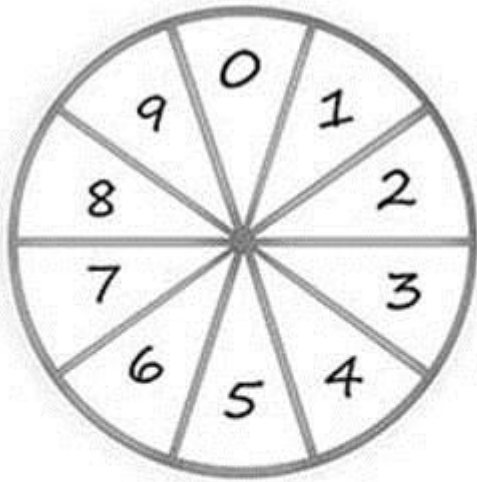
कार्य के अंत में, जो कुछ सीखा गया है उसका सारांश बनाएं और आपको नज़र आई किसी भी गलतफहमी को सुधारें। आप चाहें तो प्रत्येक समूह का फीडबैक सुन सकते हैं या केवल एक या दो समूहों से पूछ सकते हैं जिनके पास आपको लगता है कि कुछ अच्छे विचार हैं। बच्चों की रिपोर्ट करने की प्रक्रिया को संक्षिप्त रखें और उन्हें अन्य समूहों के काम पर फीडबैक देने को प्रोत्साहित करें जिसमें वे पहचान सकते हैं कि क्या अच्छा किया गया था, क्या बात दिलचस्प थी और किस बात को और विकसित किया जा सकता था।

भले ही आप समूह-कार्य को अपनी कक्षा में लागू करना चाहें, फिर भी आपको कुछ विद्यार्थियों द्वारा निम्न किए जाने के कारण कभी-कभी ऐसा करना कठिन लग सकता है:

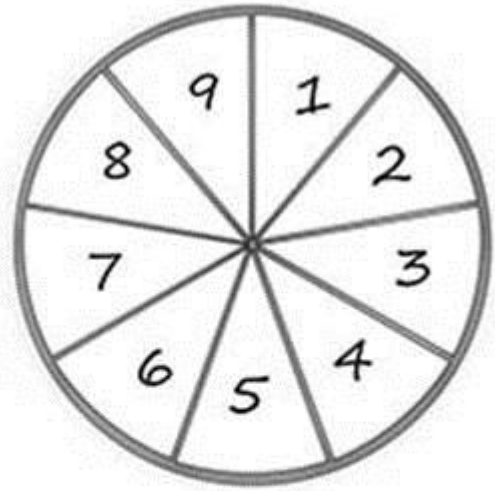
- सक्रिय शिक्षण का प्रतिरोध करते हैं और उसमें शामिल नहीं होते
- हावी होने वाली प्रकृति के होते हैं
- अन्तरनिहित कौशलों की कमी या आत्मविश्वास के अभाव के कारण भाग नहीं लेते।

सीखने के परिणाम कहाँ तक प्राप्त हुए और आपके बच्चों ने कितनी अच्छी तरह से अनुक्रिया की (क्या वे सभी लाभान्वित हुए) इस पर विचार करने के अलावा समूहकार्य के प्रबंधन में प्रभावी बनने के लिए उपरोक्त सभी बिंदुओं पर विचार करना महत्वपूर्ण होता है। सामूहिक कार्य, संसाधनों, समयों या समूहों की रचना में आप द्वारा किए जा सकने वाले समायोजनों पर सावधानी से विचार करें और उनकी योजना बनाएं।

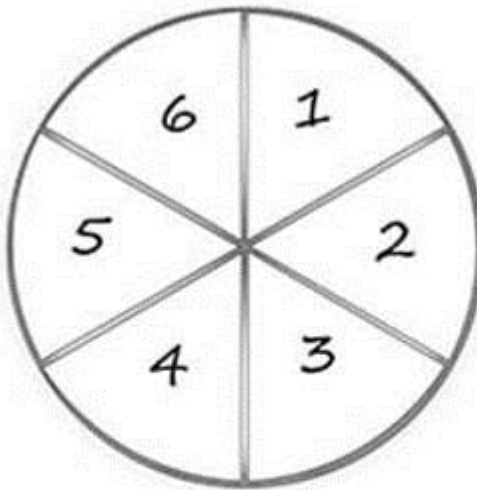
संसाधन 3: स्पिनर बनाने के लिए नमूना



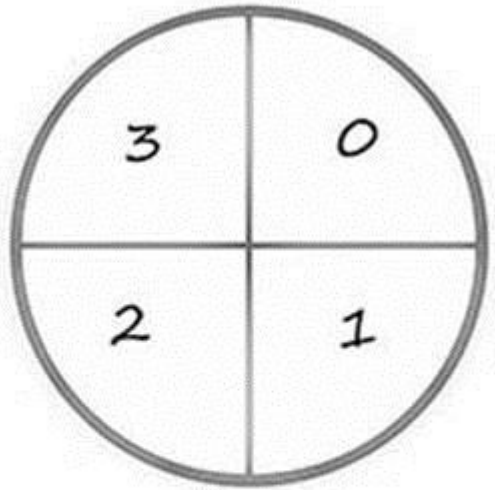
10 खण्डों वाली चकती जिसमें 0 से 9 तक अंक



9 खण्डों वाली चकती जिसमें 1 से 9 तक अंक

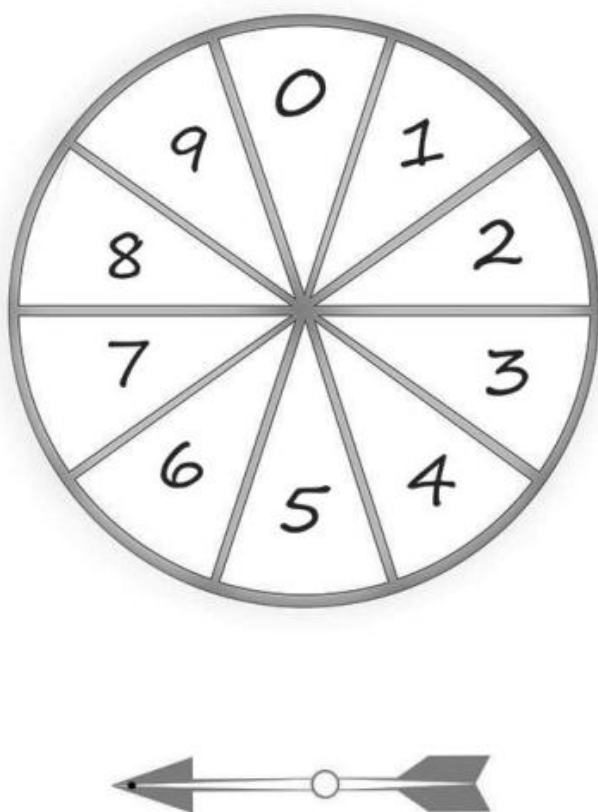


6 खण्डों वाली चकती जिसमें 1 से 6 तक अंक



4 खण्डों वाली चकती जिसमें 0 से 3 तक अंक

चित्र R3.1 स्पिनर बनाने के लिए नमूना



चित्र R3.2 10 खण्ड वाली चकती का बड़ा संस्करण

अतिरिक्त संसाधन

- 'Number sense series: developing early number sense' by Jenni Way: <http://nrich.maths.org/2477>
- A newly developed maths portal by the Karnataka government: <http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics>
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: <https://www.ncetm.org.uk/>
- National STEM Centre: <http://www.nationalstemcentre.org.uk/>
- National Numeracy: <http://www.nationalnumeracy.org.uk/home/index.html>
- BBC Bitesize: <http://www.bbc.co.uk/bitesize/>
- Khan Academy's math section: <https://www.khanacademy.org/math>
- NRICH: <http://nrich.maths.org/frontpage>
- Art of Problem Solving's resources page: <http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php>
- Teachnology: <http://www.teach-nology.com/worksheets/math/>
- Math Playground's logic games: <http://www.mathplayground.com/logicgames.html>
- Maths is Fun: <http://www.mathsisfun.com/>
- Coolmath4kids.com: <http://www.coolmath4kids.com/>
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: <http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm>

- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 1 ('Aspects of Teaching Mathematics'), Block 2 ('Numbers (I)'), Block 3 ('Numbers (II)'), Block 4 ('Fractions'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html>
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 4 ('On Spatial Learning'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html>
- *Manual of Mathematics Teaching Aids for Primary Schools*, published by NCERT: <http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/pks-primarymanual.pdf>
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremijifoundation.org/Foundation_Publications
- Textbooks developed by the Eklavya Foundation with activity-based teaching mathematics at the primary level: http://www.eklavya.in/pdfs/Catalouge/Eklavya_Catalogue_2012.pdf
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including *List of Hands-on Activities in Mathematics for Classes III to VIII*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': <http://cbse.nic.in/welcome.htm>

संदर्भ/संदर्भग्रंथ सूची

Bragg, L. (2007) 'Students' conflicting attitudes towards games as a vehicle for learning mathematics: a methodological dilemma', *Mathematics Education Research Journal*, vol. 19, no. 1, pp. 29–44.

Bragg, L.A. (2012) 'Testing the effectiveness of mathematical games as a pedagogical tool for children's learning', *International Journal of Science and Mathematics Education*, vol. 10, no. 6, pp. 1445–67.

Davies, B. (1995) 'The role of games in mathematics', *Square One*, vol. 5, no. 2.

Ernest, P. (1986) 'Games: a rationale for their use in the teaching of mathematics in school', *Mathematics in School*, vol. 15, no. 1, pp. 2–5.

Gough, J. (1999) 'Playing mathematical games: When is a game not a game?', *Australian Primary Mathematics Classroom*, vol. 4, no. 2.

National Council for Teacher Education (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education* (online). New Delhi: NCTE. Available from: http://www.ncte-india.org/publicnotice/NCFTE_2010.pdf (accessed 15 March 2014).

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*, New Delhi: NCERT.

NRICH, <http://nrich.maths.org/frontpage> (accessed 25 July 2014).

Polya, G. (1962) *Mathematical Discovery: On Understanding, Learning and Teaching Problem Solving*, combined edn. New York, NY: Wiley.

Skemp, R. (1993) *Structured Activities for Intelligent Learning*. Calgary, Canada: EEC.

Sullivan, P., Clarke, D. M. and O'Shea, H. (2009) 'Students' opinions about characteristics of their desired mathematics lessons' in Sparrow, L., Kissane, B. and Hurst, C. (eds) *Shaping the Future of*

Mathematics Education: Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 531–9. Fremantle: MERGA.

अभिस्वीकृतियाँ

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>) के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है। नीचे दी गई सामग्री मालिकाना हक की है तथा इस परियोजना के लिए लाइसेंस के अंतर्गत ही उपयोग की गई है, तथा इसका **Creative Commons** लाइसेंस से कोई वास्ता नहीं है। इसका अर्थ यह है कि इस सामग्री का उपयोग अननुकूलित रूप से केवल **TESS-India** परियोजना के भीतर किया जा सकता है और किसी भी बाद के **OER** संस्करणों में नहीं। इसमें **TESS-India**, **OU** और **UKAID** लोगो का उपयोग भी शामिल है।

इस यूनिट में सामग्री को पुनः प्रस्तुत करने की अनुमति के लिए निम्न स्रोतों का कृतज्ञतापूर्ण आभार:

गतिविधि 1 और चित्र 1: **NRICH**, <http://nrich.maths.org/5950> से लिया गया (Activity 1 and Figure 1: adapted from **NRICH**, <http://nrich.maths.org/5950>)।

गतिविधि 2 और चित्र 2: **NRICH**, <http://nrich.maths.org/6605> से लिया गया (Activity 2 and Figure 2: adapted from **NRICH**, <http://nrich.maths.org/6605>)।

गतिविधि 3 और चित्र 3–6: **NRICH**, <http://nrich.maths.org/6606> से लिया गया (Activity 3 and Figures 3-6: adapted from **NRICH**, <http://nrich.maths.org/6606>)।

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएं करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत भर के उन अध्यापक शिक्षकों, मुख्याध्यापकों, अध्यापकों और बच्चों के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन यूनिवर्सिटी के साथ काम किया है।