म.प्र. राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद
सा विद्या या विमुक्तये

शिक्षा का अधिकार
सर्व शिक्षा अभियान
सब पढ़ें सब बढ़ें
मध्य प्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल

TESS India

प्रारंभिक गणित

व्यवहार कौशल का उपयोग : पृथक्करण एवं पुनः समूहीकरण करना

भारत में विद्यालय समर्थित शिक्षक शिक्षा

www.TESS-India.edu.in

BY SA
http://creativecommons.org/licenses/

The Open University

UKaid from the British people

एस.आर.मोहन्ती
अपर मुख्य सचिव

अ.शा.पत्र क्र R.S.K/10
दूरभाष कार्यालय - 0755-4251330
मध्यप्रदेश शासन
स्कूल शिक्षा विभाग
मंत्रालय, वल्लभ भवन, भोपाल-462 004
भोपाल, दिनांक 20-1-2016

संदेश

प्रिय शिक्षक साथियों,

बच्चों की शिक्षा को गुणवत्तापूर्ण और रोचक बनाने के लिए स्कूल शिक्षा विभाग निरन्तर प्रयासरत् है। आप सभी के प्रयासों से शिक्षकों के शिक्षण कौशल में भी निखार आया है और शालाओं में कक्षा शिक्षण भी आंनददायी तथा बेहतर हुआ है।

इसी दिशा में शिक्षकों को बाल केन्द्रित शिक्षण की ओर उन्मुख करने और शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्देश्यों को लेकर, TESS India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) का विकास किया गया हैं। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता व सुगमतापूर्वक किया जा सकता है। आशा है कि ये संसाधन, शिक्षकों एवं शिक्षक प्रशिक्षकों के व्यावसायिक उन्नयन और क्षमतावर्द्धन में लाभकारी और उपयोगी सिद्ध होंगे।

राज्य शिक्षा केन्द्र के संयुक्त तत्वाधान में TESS India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार किये गये मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) को www.educationportal.mp.gov.in पर भी उपलब्ध कराया गया हैं। आशा है इन संसाधनों के उपयोग से प्रदेश के शिक्षक और शिक्षक प्रशिक्षक लाभान्वित होंगे और कक्षाओं में पठन पाठन को रूचिकर और गुणवत्तायुक्त बनाने में मदद मिलेगी।
शुभकामनाओं सहित,

(एस.आर.मोहन्ती)

दीप्ति गौड मुकर्जी
आयुक्त
राज्य शिक्षा केन्द्र एवं
सचिव
मध्यप्रदेश शासन
स्कूल शिक्षा विभाग

अर्द्ध शा. पत्र क्र. : 8
दिनांक : 12-1-16
पुस्तक भवन, बी-विंग
अरेरा हिल्स, भोपाल-462011
फोन : (का.) 2768392
फैक्स : (0755) 2552363
वेबसाइट : www.educationportal.mp.gov.in
ई-मेल : rskcommmp@nic.in

संदेश

प्रिय शिक्षक साथियों,

सभी बच्चों को रूचिकर और बाल केन्द्रित शिक्षा उपलब्ध हो इसके लिए आवश्यक है कि हमारे शिक्षकों को शिक्षण की नवीनतम तकनीकों और शिक्षण विधियों से परिचित कराया जाए साथ ही इन तकनीकों के उपयोग के लिए उन्हे प्रोत्साहित भी किया जाए। TESS India द्वारा तैयार किये गये मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) के उपयोग से शिक्षक शिक्षण प्रविधि के व्यावहारिक उपयोग को सीख सकते हैं। इनकी सहायता से शिक्षक न केवल विषय वस्तु को सुगमता पूर्वक पढ़ा सकते हैं बल्कि पठन पाठन की इस प्रक्रिया में बच्चों की अधिक से अधिक सहभागिता भी सुनिश्चित कर सकते हैं।

राज्य शिक्षा केन्द्र स्कूल शिक्षा विभाग ने स्थानीय भाषा में तैयार किये गये इन मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) को अपने पोर्टल www.educationportal.mp.gov.in पर भी उपलब्ध कराया है।

आशा हैं, कि आप इन संसाधनों का कक्षा शिक्षण के दौरान नियमित रूप से उपयोग करेंगे और अपने शिक्षण कौशल में वृद्धि करते हुए बच्चों की पढ़ाई को आनंददायक बनाने का प्रयास करेंगे।

शुभकामनाओं सहित,

(दीप्ति गौड मुकर्जी)

शिक्षा का अधिकार
सर्व शिक्षा अभियान
सब पढ़ें सब बढ़ें

टेस–इण्डिया स्थानीयकृत ओईआर निर्माण में सहयोग

मार्गदर्शन एवं समीक्षा :
श्रीमती स्वाति मीणा नायक, अपर मिशन संचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एच. के. सेनापति, प्राचार्य, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. ओ.पी.शर्मा, अपर संचालक, मध्यप्रदेश एससीईआरटी
डॉ. अशोक कुमार पारीक उपसंचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री आर. पी. त्रिपाठी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
प्रो.जयदीप मंडल, विभागाध्यक्ष विज्ञान एवं गणित शिक्षा संकाय, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. आर. रायजादा, सहप्राध्यापक एवं विभागाध्यक्ष विस्तार शिक्षा, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. वी.जी. जाधव, से.नि. प्राध्यापक भौतिक, एनसीईआरटी
डॉ. के. बी. सुब्रमण्यम से.नि. प्राध्यापक गणित, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. आई. पी. अग्रवाल से.नि. प्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. अश्विनी गर्ग सहा. प्राध्यापक गणित संकाय, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. एल. के. तिवारी, सहप्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
श्री एल.एस.चौहान, सहा. प्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. श्रुति त्रिपाठी, सहा. प्राध्यापक अंग्रेजी, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. रजनी थपलियाल, व्याख्याता अंग्रेजी, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. मधु जैन, व्याख्याता शास. उच्च शिक्षा उत्कृष्टता संस्थान, भोपाल
डॉ. सुशोवन बनिक, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. सौरभ कुमार मिश्रा, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
श्री. अजी थॉमस, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. राजीव कुमार जैन, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
स्थानीयकरण :
भाषा एवं साक्षरता
डॉ. लोकेश खरे, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एम.एल. उपाध्याय से.नि. व्याख्याता शास. उत्कृष्ट उ.मा.विद्यालय मुरैना
श्री रामगोपाल रायकवार ,कनि. व्याख्याता, डाइट कुण्डेश्वर, टीकमगढ़
डॉ. दीपक जैन अध्यापक, शास. उत्कृष्ट उ.मा.विद्यालय क्र 1 टीकमगढ़
अंग्रेजी
श्री राजेन्द्र कुमार पाण्डेय, प्राचार्य, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्रीमती कमलेश शर्मा. डायरेक्टर , ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री हेमंत शर्मा, प्राचार्य, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री मनोज कुमार गुहा वरि. व्याख्याता, एससीईआरटी. मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एफ.एस.खान, वरि.व्याख्याता, प्रगत शैक्षिक अध्ययन संस्थान (आईएएसई) भोपाल
श्री सुदीप दास, प्राचार्य, शास.उ.मा.विद्यालय दालौदा, मन्दसौर
श्रीमती संगीता सक्सेना, व्याख्याता, ,शास.कस्तूरबा कन्या उ.मा.विद्यालय भोपाल
गणित
श्री बी.बी. पी. गुप्ता, समन्वयक गणित, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री ए. एच. खान प्राचार्य शास.उ.मा.विद्यालय रामाकोना, छिंदवाड़ा
डॉ. राजेन्द्र प्रसाद गुप्त , प्राचार्य शास. जीवाजी ऑब्जर्वेटरी उज्जैन
डॉ.आर,सी. उपाध्याय, वरि. व्याख्याता, डाइट, सतना
डॉ. सीमा जैन, व्याख्याता, शास. कन्या उ.मा.विद्यालय गोविन्दपुरा, भोपाल
श्री सुशील कुमार शर्मा, शिक्षक, शास. लक्ष्मी मंडी उ.मा.विद्यालय, अशोका गार्डन, भोपाल
विज्ञान
डॉ. अशोक कुमार पारीक उपसंचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
डॉ. सुसम्मा जॉनसन, व्याख्याता एस.आई.एस.ई. जबलपुर मध्यप्रदेश
डॉ.सुबोध सक्सैना, समन्वयक एससीईआरटी मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
श्री आर. पी. त्रिपाठी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री अरूण भार्गव, वरि. व्याख्याता, एससीईआरटी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
श्रीमती सुषमा भट्ट, वरि.व्याख्याता, एससीईआरटी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री ब्रजेश सक्सेना, प्राचार्य, एससीईआरटी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. रेहाना सिद्दकी से.नि. व्याख्याता सेन्ट फ्रांसिस हा. से. स्कूल भोपाल

*TESS-India (*विद्यालय समर्थित शिक्षक शिक्षा*)* का उद्देश्य मुक्त शैक्षिक संसाधनों की सहायता से भारत में प्रारंभिक और सेकेण्डरी शिक्षको के कक्षा शिक्षण व कक्षा निष्पादन को सुधारना है जिसमें वे इन संसाधनों की सहायता से बालकेंद्रित, सहभागी दृष्टिकोणों का विकास कर सकें। टेस इंडिया के मुक्त शैक्षिक संसाधन, शिक्षकों के लिए स्कूल पाठ्य पुस्तक के अतिरिक्त, सहयोगी पुस्तिका या संसाधन की तरह हैं। इसमें शिक्षकों के लिए कुछ गतिविधियां दी गई हैं जिन्हे वे कक्षाओ में बच्चों के साथ प्रयोग में ला सकते हैं, इसके साथ–साथ कुछ केस स्टडी भी दी गई हैं जो यह बताती हैं कि कैसे अन्य शिक्षकों ने विषयवस्तु को कक्षाओं में पढ़ाया। अपनी विषय संबंधी जानकारियों को बढ़ाने तथा पाठ योजनाओं को तैयार करने में संसाधनों का उपयोग किया।

TESS-India OER भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल भारतीय तथा अंतर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार किये गये है और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट रूप में उपयोग के लिए उपलब्ध हैं (*http://www.tess-india.edu.in*) OER कार्यक्रम से जुड़े प्रत्येक भारतीय राज्य के शिक्षकों के उपयोग के लिए उपयुक्त तथा कई संस्करणों में उपलब्ध हैं तथा शिक्षक व उपयोगकर्ता इन्हे अपनी स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों के अनुरूप इनका स्थानीय करण करके उपयोग कर सकते हैं।

प्रस्तुत संस्करण मध्यप्रदेश की स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को ध्यान में रखकर तैयार किया गया है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई में कुछ गतिविधियों के साथ यह आइकॉन (संकेत) दिया गया है: . इसका अर्थ है कि आप उक्त विशिष्ट विषय वस्तु या शैक्षणिक प्रविधि को और अधिक समझने के लिए TESS-India के वीडियो संसाधनों की मदद ले सकते हैं।

TESS-India वीडियो ससांधन (Resources) भारतीय परिप्रेक्ष्य में कक्षाओं में उपयोग की जा सकने वाली सीखने–सिखाने की विविध तकनीकों को दर्शाते हैं। हमें यकीन है कि इनसे आपको इसी प्रकार की तकनीकें अपनी कक्षा में करने में मदद मिलेगी। यदि इन वीडियो संसाधनों तक आपकी पहुँच नहीं हो तो कोई बात नहीं। यह वीडियो पाठ्यपुस्तक का स्थान नहीं लेते, बल्कि उसको पढ़ाने में आपकी मदद करते हैं।

TESS-India के वीडियो संसाधनों को TESS-India की वेबसाइट *http://www.tess-india.edu.in/* पर ऑनलाइन देखा जा सकता है या डाउनलोड किया जा सकता है। इसके अतिरिक्त आप इन वीडियो को सीडी या मेमोरी कार्ड में लेकर भी देख सकते हैं।

संस्करण *2.0* *EM07v2*
Madhya Pradesh
तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है*: http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/*
TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है?

लिखित जोड़ और घटाव कलन विधियां खास कर जब संख्याएं इकाई अंक से बड़ी होती हैं तो समूहीकरण और पृथक्करण तथा पुनः.समूहीकरण पर आधारित होती है। विद्यार्थियो को पहले समूहीकरण की अवधारणा को पूरी तरह से समझने देना चाहिए अर्थात संख्या प्रणाली दहाई सैकड़े आदि समूहों में कैसे कार्य करती है यह घटाव को सीखते समय उनकी मदद करेगा।

आपके विद्यार्थियो को संख्याओं की अवधारणा विकसित करने में समय लगेगा। हालाँकि दैनिक जीवन में संख्याओं का उपयोग बहुत ज्यादा किया जाता है, फिर भी संख्या एक ऐसी अवधारणा है जिसका कोई आकार नहीं है। अंतिम लक्ष्य यह है कि विद्यार्थी सभी तरह की संख्याओं के लिए जोड़ और घटाव कलन विधियों का आसानी से उपयोग करना सीख जाएँ। हालाँकि, अगर विद्यार्थी आरंभ करने से पहले कलन विधि के पीछे का अर्थ नहीं समझते हैं, तो वे भूल सकते हैं कि उन्हें क्या करना था और वे अनावश्यक गलतियाँ कर जाते हैं।

व्यवहार कौशल़ ऐसी युक्तियाँ होती हैं जिनका विद्यार्थी खुद इस्तेमाल कर सकते हैं। वे गणित के संक्षिप्त विचारों को ठोस रूप प्रस्तुत करते हैं। इस इकाई में व्यवहार कौशल़ को इस प्रकार तैयार किया गया है कि वे वास्तव में संख्याओं को जोड़ और घटा सकें, जब वे समूहीकरण और पृथक्करण करने की क्रिया करते हैं तो उसे अनुभव करके यह बुनियादी समझ विकसित करते हैं कि वे क्या कर रहे हैं। ये गतिविधियाँ शिक्षण और सीखने के प्रभावी साधनों के रूप में इन व्यवहार कौशल़ के पीछे विचार को समझने में विद्यार्थियो की सहायता करती हैं।

इस इकाई से आप क्या सीख सकते हैं

- समूहीकरण और पृथक्करण के विचारों को समझने में विद्यार्थियो की मदद करने के लिए व्यवहार कौशल़ के सबसे अच्छे उपयोग पर कुछ विचार।
- विद्यार्थियो को एक से अधिक अंकों वाली संख्याओं के जोड़ और घटाव सिखाने के प्रभावी तरीके।
- गणित के बारे में अपने विद्यार्थियो की चर्चा से उनकी गलतफहमियों को पहचानने और उनके सीखने के आस–पास अपने शिक्षण को कैसे तय करें।
- इस इकाई का संबंध NCF *(2005)* और *NCFTE (2009)* की दर्शाई गई शिक्षण आवश्यकताओं से है। *स्त्रोत 1*।

1 समूहीकरण और पृथक्करण

विचार कीजिए

याद कर लें कि आपने पिछली बार कब जोड़ और घटाव की कलन विधियाँ सिखाई थीं। विशेषकर, ऐसे विद्यार्थियो के बारे में सोचें, जिनके लिए यह समझना कठिन था कि उन्हें क्या करना था। याद करने का प्रयास करें कि ऐसी कौन सी चीज़ थी, जो उनकी समझ के बीच आ रही थी।

जब विद्यार्थी संख्याओं का जोड़ और घटाव सीख रहे होते हैं, तब उन्हें समझने के लिए पृथक्करण एक महत्वपूर्ण विचार होता है। पहले तो विद्यार्थियो में इस बात की स्पष्ट समझ होनी चाहिए कि संख्याएँ कैसे समुहीकृत की जाती हैं।

संख्याओ का समूहीकरण करना

दशमलव प्रणाली विश्वभर में उपयोग की जाती है और विद्यार्थियो को यह समझने की आवश्यकता है कि विभिन्न स्थानों पर स्थित अंकों के अलग अलग मान होते हैं और इन मानों से पूरी संख्या का निर्माण होता है।

उदाहरण के लिए संख्या 357 तीन सैकड़ों पाँच दहाइयों और सात इकाइयों से बनी (या समुहिकृत) है:

$$3 \times 100 \quad + \quad 5 \times 10 \quad + \quad 7 \times 1 = 300 + 50 + 7 = 357$$

संख्या 35.7, तीन दहाइयों, पाँच इकाइयों और सात दसवें हिस्सों से बनी (या समुहिकृत) है:

$$3 \times 10 \quad + \quad 5 \times 1 \quad + \quad 7 \times 0.1 = 30 + 5 + 0.7 = 35.7$$

शून्य वाली संख्याओं के उदाहरणों का उपयोग करना नहीं भूलना चाहिए, ताकि विद्यार्थी यह समझ सकें कि कभी-कभी दहाई और/या इकाई के स्थान पर कोई अंक नहीं होता है।

उदाहरण के लिए, संख्या 907, 9 सैकड़ों 0 दहाईयों और 7 इकाइयों से बनी (या समुहीकृत) है। यह नोट कर लें कि शुन्य 'दहाइ' का उपयोग किया गया है, जो विद्यार्थियो को संख्या 97 का भ्रम पैदा कर सकता है। वास्तव में, समुहीकृत संख्या 907 है।

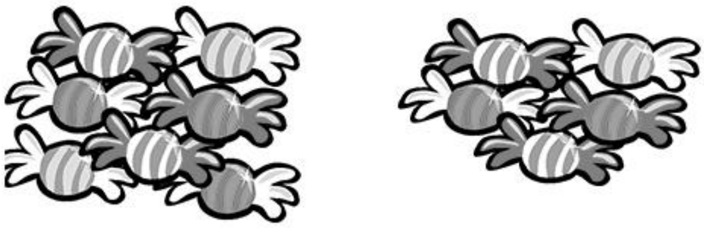
$$9 \times 100 \quad + \quad 0 \times 10 \quad + \quad 7 \times 1 = 900 + 0 + 7 = 907$$

विद्यार्थियो को संख्याओं का जोड़ या घटाव शुरू करने से पूर्व यह स्पष्ट रूप से समझने की आवश्यकता है कि संख्याएँ इसी तरह से बनती हैं। उनकी समझ सुनिश्चित करने का एक तरीका यह देखना होता है कि वे संख्याओं को उसी तरह से बोल पा रहे हैं, जिस तरीके से उसे समुहीकृत किया गया है। अक्सर इस चरण की अनदेखा किया जाता है। जैसे ही विद्यार्थी इस बात की समझ सुनिश्चित कर लेते हैं कि संख्याओं को कैसे समुहीकृत किया गया है, तो फिर पृथक्करण उन्हें और अच्छी तरह से समझ में आता है!

संख्याओं को जोड़ना–जोड़ते जाना और सभी को साथ में जोड़ना

मूलतः, दो संख्याओं को एक साथ जोड़ने के दो अलग–अलग तरीके होते हैं। संख्याओं को जोड़ने का एक तरीका है 'जोड़ते जाना'। अर्थात आप सबसे बड़ी संख्या से ऊपर की तरफ गिनती शुरू करते हैं और योग प्राप्त करने के लिए एक–एक करके सबसे छोटी संख्या गिनते जाते हैं। यदि आप जोड़ मन में कर रहे हैं तो निश्चित तौर पर अक्सर जोड़ने का यह सबसे अच्छा तरीका होता है।

विद्यालय में आवश्यक लिखित जोड़ कलन विधि में जोड़ के बारे में सोचने के 'एक साथ गिनें' तरीके का उपयोग होता है। अर्थात उदाहरण के लिए आप सात चीज़ें – पत्थर या टाफी या कुछ भी लेते हैं और फिर पाँच और लेते हैं। जब आप उन्हें एक साथ जोड़ते हैं और गिनते हैं, तो आपको 12 मिलेगा।



चित्र **1** 'सात टाफी लें, फिर पाँच और लें

विचार कीजिए

ज्ब श्रीमति रिज़वाना दूसरी कक्षा के अपने विद्यार्थियो को पढ़ा रही थीं, तो उन्होंने देखा कि सतीश ने 23 को 37 में जोड़ने के अपने तरीके को इस प्रकार लिखा:

23

37 +

510

इस उत्तर में क्या गलत है? सतीश ने अपना उत्तर इस तरीके से क्यों लिखा था? इस गलत धारणा का आप कैसे समाधान कर सकते हैं? जोड़ सिखाते समय आप आमतौर पर किन अन्य गलत धारणाओं का सामना करते हैं?

2 विद्यार्थियो की समझ के विकसित करने के लिए ठोस वस्तुओ का उपयोग करना

संख्या रेखाएँ

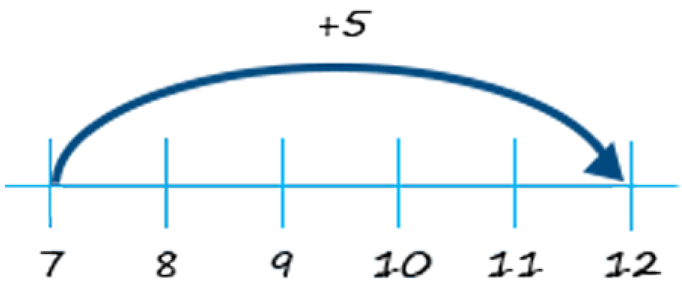
'जोड़ते जाने' को एक संख्या रेखा का उपयोग करते हुए दिखाया जा सकता है। विद्यार्थियो को अक्सर एक संख्या रेखा का ठोस विचार मिल जाता है, जिसके साथ वे जोड़ और घटाव को समझने का काम कर सकते हैं। अगर आपके विद्यार्थियो ने संख्या रेखा का उपयोग कभी नहीं किया हो, तो वे बहुत जल्दी इसके उपयोग के आदी हो जाएँगे। संख्या रेखाएँ कक्षा की दीवारों पर दर्शायी जा सकती हैं, ताकि विद्यार्थी हमेशा उन्हें देख सकें या वे अपनी पुस्तकों में उनका चित्र बना सकें।

संख्या रेखाओं का उपयोग कैसे किया जा सकता है, इसके कुछ उदाहरण यहाँ दिए गए हैं।

जोड़ते जाने के लिए संख्या रेखा का उपयोग

7 + 5 के जोड़ का उदाहरण लें:

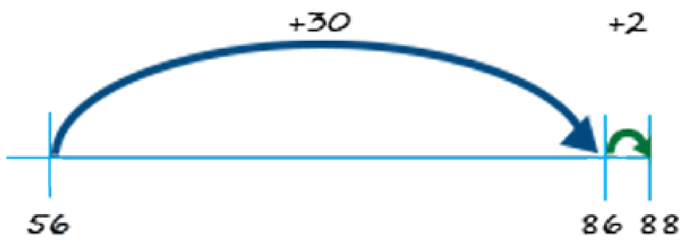
7 से आरंभ करें तथा *5* जोड़ *12* प्राप्त करे।



चित्र **2**

अगला, 32 + 56 जोड़ें:

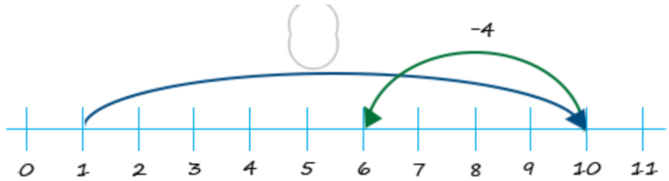
56 से आरंभ करें, *30* जोड़ें, फिर *2* एवं आपको *88* प्राप्त होगा।



चित्र **3**

घटाने के लिए संख्या रेखा का उपयोग करना

10 – 4 = 6 दर्शाती संख्या रेखा:



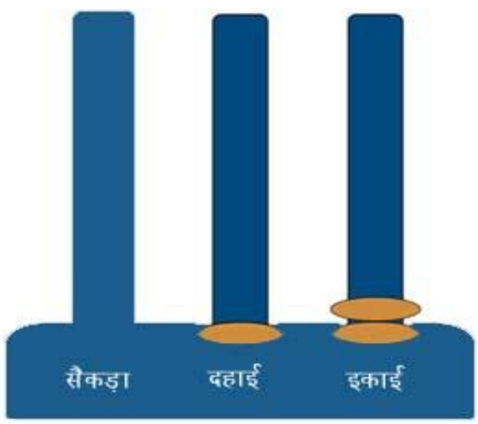
चित्र **4**

एक बार विद्यार्थी द्वारा धनात्मक संख्याओं के जोड़ घटाव के लिए संख्या रेखा का उपयोग करना सीख जाने पर ऋणात्मक संख्याओं के लिए संख्या रेखा को आगे बढ़ाया जा सकता है।

संख्या रेखाएँ आसानी से दो अथवा तीन अंकों वाली संख्या की ओर भी बढ़ाई जा सकती हैं।

3 समूहीकरण एवं पृथक्करण प्रदर्शित करने के तरीके

एबाकस का उपयोग संख्याओं को जोड़ते व घटाते समय स्पष्ट रूप से यह दिखाने के लिए किया जा सकता है कि संख्या प्रणाली कैसे कार्य करती है। मूलभूत स्पाइक एबेकस पर प्रत्येक तार में केवल नौ मोती अथवा छल्ले ही लगाए जा सकते हैं, जिससे यह चर्चा अपने आप ही सामने आएगी कि जब संख्याओं को जोड़ने पर वह दस पर पहुँच जाए तो क्या करना चाहिए।



चित्र **5** :*12* को दर्शाता एक एबाकस

पैसों से भी समूहीकरण और पृथक्करण की बात दर्शायी जा सकती है। कई विद्यार्थी यह समझना आरंभ कर देंगे कि एक रुपए के दस सिक्कों से वही चीज़ खरीदी जा सकती है जो 10 रुपए के नोट से खरीदी जा सकती है। कक्षा में कुछ 1 रुपए के सिक्के एवं 10 और 100 रुपए के नोट दिखाएँ – इससे कक्षा में आप वास्तविकता से बातें समझा सकते हैं।

आप उन्हें दिखा सकते हैं कि समूहीकरण और पृथक्करण सही मायने में होते क्या हैं ? आप एक रुपए के लिए कंकड़ों का उपयोग कर सकते हैं और 10 और 100 रुपए के लिए कागज़ का इस्तेमाल कर सकते हैं, जिस पर वह संख्या लिखी हो, ताकि विद्यार्थी अपने 'पैसे' का उपयोग सही रूप में कर सकेंगे। आप कुछ छोटी–छोटी चीज़ें ला सकते हैं, जिन्हें विद्यार्थी उनके पास मौजूद पैसों की मदद से खरीदने का अभिनय कर सकते हैं। पृथक्करण सिखाने का एक अन्य तरीका पैसे छुट्टे करना है।

चित्र **6** कक्षा के अंदर सही पैसे लाना।

इस इकाई में दो गतिविधियों में दस प्रदर्शित करने के लिए कागज की पट्टियों पर 10 बिंदु बनाकर उनका उपयोग किया गया है। प्रथक्करण दर्शाने के लिए इन्हें आसानी से एक–एक में अलग किया जा सकता है। सुनिश्चित करें कि आपके विद्यार्थी अगली गतिविधि करने के पहले 'एक साथ गिनने' की विधि को समझें, जिसे उन्हें समझाने में मदद के लिए डिजाइन किया गया है कि अगर इकाइयों से 'एक दहाई बने' तो आप उस दहाई को अन्य दहाइयों में जोड़ें।

इस अंक में अपने विद्यार्थियो के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने से पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह या आंशिक रूप से स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा अगर आप अपने किसी सहकर्मी के साथ मिलकर इसे करने का प्रयास करें क्योंकि स्वयं के अनुभव के आधार पर सिखाना आसान होगा। स्वयं प्रयास करने से आपको विद्यार्थी के उन अनुभवों के भीतर झांकने का मौका मिलेगा जो आपके शिक्षण और एक शिक्षक के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित कर सकते हैं। जब आप तैयार हों, तब गतिविधियों का अपने विद्यार्थियो के साथ उपयोग करें और फिर से इस बात पर विचार करें कि गतिविधि कैसी हुई और क्या सीख मिली। इससे आपको सीखने वाले विद्यार्थियो पर ध्यान केंद्रित रखने वाला अधिक शैक्षिक वातावरण बनाने में मदद मिलेगी।

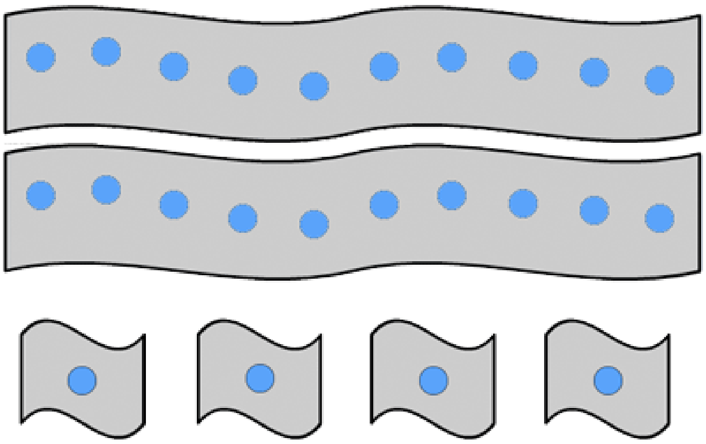
गतिविधि 1: एक दहाई बनाएँ' – लिखित, जोड़ से सीखना

तैयारी

कागज की एक ही लंबाई की कई पट्टियाँ बनाएँ और प्रत्येक पट्टी पर समान दूरी पर दस बिंदु बनाएँ जैसा कि चित्र 7 में दर्शाया गया है। इनमें से कई पट्टियों के एक–एक बिंदु वाले दस हिस्से करें। अगर आपके पास किसी प्रिंटर वाले कंप्यूटर तक की पहुँच है, तो आप पट्टियाँ बनाकर उनका प्रिंट आउट लेकर कुछ समय बचा सकेंगे।

गतिवधि

भाग 1



चित्र **7** चौबीस के लिए पट्टियाँ

- विद्यार्थियो से पट्टियों का उपयोग कर आपको 24 और फिर 36 और कई अन्य संख्याएँ दर्शाने को कहें।

- सुनिश्चित करें कि वे इस बात पर ध्यान दें कि बाईं ओर के अंक यह दर्शाते हैं कि 10 की कितनी पट्टियों की आवश्यकता है और दाईं ओर के अंक दर्शाते हैं कि कितने एक–एक (अथवा इकाइयाँ) की कितनी पट्टियाँ लगेंगी।
- विद्यार्थियो से पूछें कि एक पट्टी बनाने के लिए कितने एक–एक (इकाइयाँ) जरूरी हैं

भाग 2

अब जोड़ने के लिए विद्यार्थियो का मार्गदर्शन करें।

- 24 और 12 को जोड़े:
- पट्टियों पर 24 दिखाएँ।
- अब इसके आगे 12 पट्टियाँ रखें।
- अब उन्हें एक साथ रखें। आपके पास कितने हैं? (आपके पास 3 दस की पट्टियाँ और 6 एक–एक की, अतः 24 + 12 = 36 हुए।)
- इसी प्रकार कुछ और संख्याओं को जोड़ें, सुनिश्चित करें कि 'हासिल' की कोई संख्या न हो, यानि, एक–एक के अंकों का योग 10 या उससे अधिक न हो।

- 24 और 38 जोड़ें:
  - पट्टियों पर 24 दिखाएँ।
  - अब इसके पास 38 पट्टियाँ रखें।
  - उन्हें एक साथ रखें। आपके पास कितने हैं? (आपके पास 5 दस की पट्टियाँ और 12 इकाइयों की पट्टियाँ हैं।)
  - क्या इसके साथ कोई समस्या है? संभवतः कोई न कोई कहेगा कि अगर आप 10 बिन्दुओं को एक साथ रखते हैं, तो आप दस की पट्टी बना सकते हैं अतः आपके पास 6 दहाई की पट्टियाँ हैं। अगर नहीं, तो उन्हें दिखाएँ कि जब वे 'एक दहाई' बना सकते हैं, तो उन्हें दशमलव प्रणाली में दहाई के स्तंभ में जोड़ना पड़ेगा।
  - विद्यार्थियो से उनकी पट्टियों के उपयोग से इसी प्रकार की अन्य कई जोड़ करने को कहें।

कुछ ऐसे काग़ज़ लें जिन पर 100 स्तंभ को प्रदर्शित करते 100 बिंदु हों, ताकि वे विद्यार्थी जो बात को जल्दी ही समझ लेते हैं वे संख्याओं को आगे जोड़ते जाएँगे जहाँ दहाई के अंक जुड़कर 10 से अधिक हो जाते हैं।

वीडियो: स्थानीय संसाधनों का उपयोग करते हुए

केस स्टडी 1: गतिविधि 1 के उपयोग का अनुभव श्रीमती कपूर बताती हैं

यह एक अध्यापक की कहानी है जिसने अपने प्राथमिक कक्षा के विद्यार्थियों के साथ गतिविधि *1* का प्रयास किया।

मैं अपने विद्यार्थियों को लिखित जोड़ कलन विधि सिखाना चाहती थी तथा पिछले अनुभव से मैं जानती थी कि उनमें से कई सिर्फ स्तंभों को अलग–अलग जोड़ेंगे जैसा कि सतीश ने 'विचार हेतु विराम' में किया था। मुझे उस उपाय की सादगी बहुत पसंद आई जिसमें एक अलग काग़ज़ पर 10 बिन्दुओं की पट्टियों को एक–एक में बाँटा जा सकता था।

मैं जानती थीं कि इसकी तैयारी में काफी समय लगेगा, अतः मैंने भोजनावकाश में मदद के लिए दो विद्यार्थियों को चुना। योगेश एवं रानी ने बिन्दुओं के बीच दूरी रखने में मुझसे अधिक सावधानी बरती तथा उन्होंने बिन्दुओं को गहरा व काला बनाया जो कि बहुत बढ़िया था।

मैंने विद्यार्थियों को चार–चार के समूह में काम करने को कहा ताकि मेरे पास प्रत्येक समूह के लिए पर्याप्त पट्टियाँ हों तथा कक्षा को बताया कि संख्याओं को प्रदर्शित करने के लिए पट्टियों का इस्तेमाल किस तरह करें। मैंने इस बात पर बल दिया कि संख्याएँ इसी प्रकार बनी थीं, क्योंकि हमारी दस उंगलियाँ हैं और पट्टियाँ यही दिखाती हैं। कक्षा ने पहले दो अंकों वाली संख्याएँ देखी थीं अतः वे जानते थे कि संख्याओं को इस प्रकार लिखा जाता है। मैंने यह सुनिश्चित किया कि उन्हें यह जानकारी हो कि हम उन्हें अंकगणित को बेहतर तरीके के समझाने के लिए ऐसा कर रहे हैं।

प्रत्येक समूह ने निर्देशानुसार उनकी पट्टियों को व्यवस्थित किया तथा सभी को एक साथ रखा और फिर उन्हें गिना। ऐसा करने में उन्हें मजा आया, अपनी पट्टियों का योग निकालने से पहले पट्टियों और एक–एक बिंदुओं को साथ में जमाने और फिर उन सभी को क्रम देने की प्रक्रिया ने उन्हें बहुत हँसाया, उनके योग को मैंने फिर बोर्ड पर लिखा।

फिर हम उन सवालों की ओर बढ़े जहाँ इकाई को दस या उससे अधिक अंकों के साथ जोड़ा गया। मुझे चिंता थी कि वे इस बात की ओर ध्यान नहीं देंगे कि दस इकाइयाँ मिलकर एक दहाई बनती हैं। लेकिन जब मैं कक्षा में इधर–उधर घूम रही थी, तब मैंने उनमें से कई बच्चों को बात करते सुना और महसूस किया कि उन्होंने पहले ही जान लिया था कि दहाई वाली पट्टियों को फाड़ कर ही इकाई अंक बने हैं।

अतः इस बार जब मैंने उन्हें सभी पट्टियाँ एक साथ रखने को कहा, तो कुछ हाथ यह पूछने के लिए ऊपर उठे कि क्या वे काग़ज़ के दस टुकड़ों के स्थान पर एक पट्टी ले सकते हैं। मैंने उनसे पूछा कि वे ऐसा क्यों करना चाहते हैं, तो उन्होंने कहा कि काग़ज़ के इकाई वाले टुकड़े काफी अव्यवस्थित हैं तथा दहाई की पट्टियों का उपयोग करना आसान है। मैं इस व्याख्या से काफी खुश थी कि जब आप 'एक दहाई बना' सकते हैं तो आप काग़ज़ के उन दस छोटे टुकड़ों से बच सकते हैं और केवल दहाई की पट्टियों को जोड़ सकते हैं।

इससे पहले कि मैं उन्हें औपचारिक लिखित कलन विधि के इस्तेमाल से इस प्रकार जोड़ने का तरीका समझाऊँ, मैंने उन्हें पट्टियों के उपयोग से कई और जोड़ करने को कहा। मैं चाहती थी कि वे लोग इस तरह कुछ देर खेलें, ताकि उन्हें पता हो कि जब आप 'हासिल' को एक दहाई के स्तंभ में ले जाते हैं तो क्या होता है। जो हो रहा था, वो मैं ध्यान से देख रही थी। अधिकांश समूहों ने दो संख्याओं के लिए अपनी पट्टियों को जमाया तथा फिर तुरंत दस इकाइयों को गिना और उन्हें एक दहाई की पट्टी से बदला। मैंने सोचा कि वे औपचारिक कलन विधि के लिए तैयार हैं अतः मैंने उन्हें दिखाया कि 'लोग किस प्रकार इसे अपनी किताबों में लिखते हैं'।

अगले पाठ में हम पट्टियों का इस्तेमाल करते हुए आगे बढ़े और मैंने देखा कि उनमें से कई ने इन्हें अपने घर पर ही बनाया, जो कि बहुत ही बढ़िया बात थी, इससे मेरा काम बच गया तथा उन्होंने सोचा कि इससे उन्हें मदद मिलेगी। मैंने जोड़ के सवाल बोर्ड पर लिखे। वहाँ क्या हो रहा था, यह दिखाने के लिए उन्होंने पट्टियों का इस्तेमाल किया तथा सही जगह पर 'हासिल की संख्या' को लिख दिया। मैंने देखा कि कई विद्यार्थी सहमति व्यक्त कर रहे थे और बता रहे थे कि इतने शेष के साथ इकाइयाँ मिलकर 'एक दहाई' बनाएँगी, अतः पट्टियों से उन्हें यह बताने में मदद मिली कि वे क्या कर रहे थे। दो अथवा तीन समूहों ने पाठ के अंत तक पट्टियों का इस्तेमाल बंद कर दिया था लेकिन, फिर भी वे 'एक दहाई की पट्टी' बनाने के बारे में बातें कर रहे थे।

मुझे वाकई में बहुत खुशी हुई कि इस विधि ने अगले स्तंभ में एक दहाई ले जाने की बात समझाने में उनकी मदद की। मैंने एक विद्यार्थी से हर पाठ के बाद सभी पट्टियों और इकाइयों को सावधानीपूर्वक एकत्र करने को कहा क्योंकि मैं देख सकती थी कि भविष्य में हम और भी कई पाठों के लिए उनका इस्तेमाल करेंगे।

आपके शिक्षण अभ्यास के बारे में सोचना

अपनी कक्षा के साथ ऐसा कोई अभ्यास करने पर बाद यह सोचें कि क्या ठीक रहा और कहाँ गड़बड़ी हुई। ऐसे प्रश्न सोचें जिनसे विद्यार्थियो में रुचि पैदा हो तथा उनके बारे में उन्हें समझाएँ ताकि वे उन्हें हल करके आगे बढ़ सकें। ऐसे चिंतन से वह समझ आ जाती है, जिसकी मदद से आप विद्यार्थियो के मन में गणित के प्रति रुचि जगा सकते हैं और उसे मनोरंजक बना सकते हैं। यदि विद्यार्थी कुछ भी समझ नहीं पाते हैं तथा कुछ भी नहीं कर पाते हैं, तो वे शामिल होना नहीं चाहेंगे। जब भी आप गतिविधियाँ करें, इस विचार करने वाले अभ्यास का उपयोग करें, जैसे श्रीमती कपूर ने कुछ छोटी–छोटी चीजें की जिनसे काफी फर्क पड़ा।

विचार कीजिए

ऐसे चिंतन को गति देने वाले अच्छे प्रश्न निम्नलिखित हैं:

- आपकी कक्षा में इसका प्रदर्शन कैसा रहा?
- विद्यार्थियो से किस प्रकार की प्रतिक्रिया अनपेक्षित थी? क्यों?
- अपने विद्यार्थियों की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या किसी भी समय आपको ऐसा लगा कि हस्तक्षेप करना चाहिए?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- क्या आपके सभी विद्यार्थी गणितीय बातों में व्यस्त थे? यदि नहीं, तो क्या आपने उन्हें मदद करने के लिए कार्य में संशोधन किया?

4 पृथक्करण (इकाइयों में बदलना)

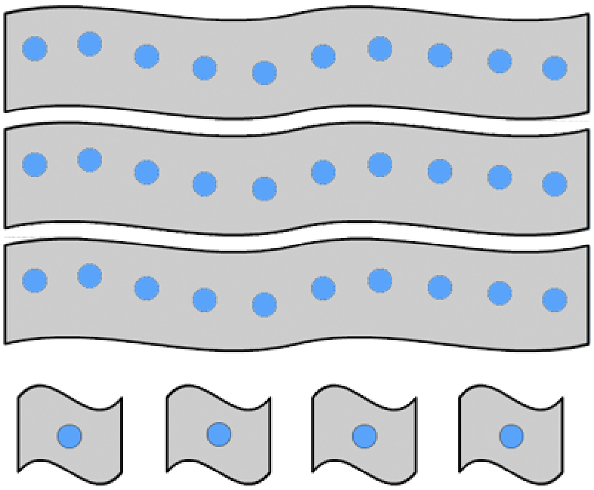
प्रथक्करण अर्थात दहाइयों को इकाइयों में (अथवा सैकड़ों को दहाइयों में) बदलना ताकि घटाने का आवश्यक कार्य किया जा सके। ऑटोरिक्शा का किराया चुकाते समय आपको आपके हिस्से के रूपये 7 देने हैं लेकिन आपके पास केवल एक रूपया 10 का नोट है, तो आपको अपना नोट 10 इकाइयों तथा 1 रुपए के सिक्कों से बदलना होगा ताकि आप सही किराया चुका सकें। यह कार्य पृथक्करण है!

कभी-कभी आप दहाइयों को इकाइयों में बदलते हैं, लेकिन आपको 100 को भी दहाई में या इकाई को दहाई में बदलने आदि करने की भी आवश्यकता हो सकती है। दहाइयों तथा इकाइयों के उपयोग से प्रथक्करण के बारे में सीखना युवा विद्यार्थियों के लिए आसान होगा, लेकिन उन्हें यह बताना न भूलें कि यह संख्या प्रणाली के अन्य सभी भागों के साथ होता है।

गतिविधि 2: प्रथक्करण – लिखित घटाव कलन विधि का उपयोग से सीखना

तैयारी

गतिविधि 1 की तरह ही पट्टियों का उपयोग करें। यदि आपने अपने विद्यार्थियों के साथ गतिविधि 1 की है तो उनसे अपनी पट्टियाँ लाने को कहें ताकि आपको केवल उनके लिए नई पट्टियाँ बनानी होंगी जो लाना भूल गए हैं।



चित्र 8 चौंतीस के लिए पट्टियाँ।

विद्यार्थियो से चार अथवा पाँच के समूहों में काम करने को कहें तथा सुनिश्चित करें कि प्रत्येक समूह के पास बहुत सारी 'दहाई की पट्टियाँ' तथा कुछ इकाई की पट्टियाँ हों।

गतिवधि

- प्रत्येक समूह से 34 दर्शाने वाली पट्टियों को अलग करने को कहें तथा जाँच करें कि सभी ऐसा कर सकें।
- अपने विद्यार्थियो से कहें कि उन्हें '34 में से 16 घटाना' है। सवाल बोर्ड पर लिखें और विद्यार्थियो से पट्टियों का उपयोग करते हुए ऐसा करने को कहें।
- उन्हें क्या करना है, यह चर्चा के लिए कुछ मिनट दें और सुझाव पूछें।
- विद्यार्थियो से कहें कि 10 निकालना आसान है, लेकिन जब आपके पास केवल चार इकाइयाँ हो तो 6 इकाइयाँ निकालना मुश्किल है। क्या वे और अधिक इकाइयों की व्यवस्था के बारे में सोच सकते हैं? यदि किसी ने पहले से इसका सुझाव न दिया हो तो विद्यार्थियो को दहाई की एक पट्टी को दस, एक–एक की पट्टियों में बाँटने को कहें, यदि उन्होंने गतिविधि 1 की है तो वे यह कर पाएँगे। पूछें: 'अब आपके पास कितनी इकाइयाँ हैं? क्या आप अब 6 निकाल सकते हैं? '34 में 16 घटाने' का उत्तर क्या है? क्या यह वही उत्तर है, जो '34 में से 16 निकालने' पर मिलता है?'
- घटाने की औपचारिक लिखित कलन विधि समझाने के लिए विद्यार्थियो को घटाने के कुछ और उदाहरण दें। यह 'क्रिया' किस प्रकार लिखी जाती है, इसे देखने से पहले उन्हें एक दहाई को अलग करने के बारे में आश्वस्त होना होगा और यह याद रखना होगा कि उनके पास अब एक दहाई कम है।
- बेशक, आप सैकड़े में जारी रखने के लिए इस विधि का उपयोग कर सकते हैं। हालाँकि दो सैंकड़े के लिए बिंदु बनाना काफी मुश्किल होगा (शायद इच्छुक विद्यार्थियो से इसे भोजनावकाश के समय करने के लिए कहें)। सौ के कागजों को दस की पट्टियों में बाँटना कभी–कभी उपयोगी होगा ताकि कड़ी बन सके।

वीडियो: सीखने के लिए बातचीत

केस स्टडी **2:** श्रीमती कपूर गतिविधि **2** उपयोग करने के बारे में बताती हैं

मैंने कई महीनों पहले गतिविधि 1 के लिए पट्टियों का इस्तेमाल किया था और मेरी कक्षा के अधिकांश बच्चों ने अपनी पुस्तक के पीछे इसलिए इन्हें संभालकर रखा था कि शायद उन्हें यह देखना पड़े कि 'क्या करना है'। मैंने पट्टियों का उपयोग करने के लिए उन्हें प्रोत्साहित किया था ताकि वे आश्वस्त महसूस कर सके कि वे क्या कर रहे हैं। मुझे मालूम है कि अनिश्चितता विद्यार्थियो को गणित के आनंद से वंचित कर सकती है और अंत में वे सोच सकते हैं कि वे यह नहीं कर सकते।

मैंने घटाव दिखाने के लिए संख्या रेखा का इस्तेमाल किया है ताकि उन्हें कम करने और संख्या घटाने की समझ हो। इसलिए मेरे लिए औपचारिक घटाव कलन विधि पढ़ाते समय पट्टियों का उपयोग स्वाभाविक था और इसलिए जब मैंने उन्हें स्वयं बहुत सी पट्टियाँ लाने को कहा तो उन्हें महसूस हुआ कि यह अच्छा रहेगा और वे इन्हें लेकर आए।

उन्हें इन्हें व्यवस्थित करने में कोई परेशानी नहीं हुई और मेरे पूछने पर कि 'हमें क्या करना चाहिए, हमारे पास 6 छटाने के लिए इकाई की पर्याप्त पट्टियाँ नहीं हैं?' कुछ विद्यार्थियो ने जवाब दिया, 'दस को तोड़ दें, उसके टुकड़े कर दें!' तो हमने ऐसा कर दिया, लेकिन उससे पहले मैंने उन कुछ विद्यार्थियो को वह बात बाकी कक्षा के सामने समझाने के लिए कहा, जिन्होंने इस बात को तुरंत समझ लिया था कि उन्हें क्या करना है। ऐसा मैंने इसलिए कहा क्योंकि मुझे लगा कि कुछ विद्यार्थी पाठ के इस भाग को पूरी तरह नहीं समझ पाए थे।

कई विद्यार्थियो को पट्टियों का आसानी से उपयोग करना सीखने से पहले उनके साथ काफी मेहनत करना होता है। मैंने उन्हें तब तक खुद सवाल बनाने और क्या हो रहा है यह दर्शाने के लिए पट्टियों का उपयोग करने के लिए प्रोत्साहित किया जब तक मुझे उनमें अपने समाधान के प्रति आत्मविश्वास नहीं दिखाई दिया।

बेशक उनमें से कुछ ने इसे तुरंत किया। मैंने इन विद्यार्थियो से एक समूह बनाकर यह चर्चा करने के लिए कहा कि इसे उसी तरीके से कैसे लिखा जा सकता है जैसे हमने अपने जोड़ को औपचारिक रूप से लिखा था। इससे वे गंभीरता से सोचने लगे और जब वे तैयार हुए तब अपने ढंग से कक्षा के अन्य विद्यार्थियो को करके दिखाने लगे। यह लगभग वैसा ही था जैसा मैं उन्हें सिखाती, जिससे मुझे खुशी हुई। अंतर केवल इतना था कि उन्होंने एक दहाई लेने और 'उसके टुकड़े' करने की बात की ताकि इसे इकाई के स्तंभ में ले जाया जा सके, लेकिन यदि वे इसी तरह से बात करना चाहते हैं, तो मुझे कोई दिक्कत नहीं!

विचार कीजिए

इस गतिविधि का एक महत्वपूर्ण भाग विद्यार्थियो द्वारा उनकी सोच की व्याख्या और चर्चा के माध्यम से उनके के लिए शिक्षण के अवसर को प्रदान करना है। क्या आपको लगता है कि श्रीमती कपूर के पाठ में विद्यार्थियो को सीखने के लिए बातचीत करने के अतिरिक्त अवसर मिले थे? इस बारे में समझने के लिए आपको मुख्य स्त्रोत'सीखने के लिए बातचीत' पर एक नज़र डालनी होगी।

अब यह प्रदर्शित करें कि इस गतिविधि को लेकर आपके विद्यार्थियो में कैसी प्रतिक्रिया रही और निम्न प्रश्नों का उत्तर दें:

- जब आपने गतिविधि सिखाई तो विद्यार्थियो से किस प्रकार की प्रतिक्रिया अपेक्षित नहीं थी? यह आपको उनकी प्रथक्करण की समझ के बारे में क्या बताता है?
- अपने विद्यार्थियों की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या किसी भी समय आपको ऐसा लगा कि हस्तक्षेप करना चाहिए?

5 सारांश

इस यूनिट को समझने में आपने पाया कि व्यवहार कौशल़ का उपयोग करना जोड़ने व घटाने की औपचारिक कलन विधियों को समझने में विद्यार्थियो की कैसे मदद कर सकता है। व्यवहार कौशल़ विद्यार्थियो की उनके कार्य चरणों का वास्तविक चित्र समझने में मदद करते हैं, क्योंकि वे जोड़ में इकाइयों को दहाइयों में पुनः समूहित करते हैं और घटाव में दहाइयों को इकाइयों में विघटित करते हैं।

आपने यह भी देख लिया कि किस प्रकार वार्तालाप विद्यार्थियो को दशमलव संख्या प्रणाली समझने में सहायक होता है।

महत्वाकांक्षी लक्ष्यों के रूप में एनसीएफ (2005) तथा एनसीएफटीई (2009) से शिक्षण की आवश्यकताओं का उपयोग किया गया।

विचार कीजिए

इस इकाई में सीखी गई उन तीन तकनीकों अथवा पद्धतियों को पहचानें जिनका उपयोग आप गणित की भावी कक्षाओं में कर सकते हैं।

संसाधन

स्त्रोत 1: एनसीएफ/एनसीएफटीई शिक्षण आवश्यकताएँ

यह युनिट NCF (2005) तथा NCFTE (2009) की निम्न शिक्षण आवश्यकताओं से जोड़ता है तथा उन आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगा:

- विद्यार्थियों को उनके शिक्षण में सक्रिय प्रतिभागी के रूप में देखें न कि सिर्फ़ ज्ञान प्राप्त करने वाले के रूप में; ज्ञान निर्माण के लिए उनकी क्षमताओं को कैसे प्रोत्साहित करें; रोट पद्धतियों से शिक्षण को दूर कैसे ले जाएँ।
- विद्यार्थियो को गणित को किसी ऐसी चीज़ के रूप में लेने दें जिसके बारे में वे बात करें, जिसके द्वारा संवाद करें, जिसकी आपस में चर्चा करें, जिस पर साथ मिलकर कार्य करें।

अतिरिक्त संसाधन

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: https://www.ncetm.org.uk/
- National STEM Centre: http://www.nationalstemcentre.org.uk/
- National Numeracy: http://www.nationalnumeracy.org.uk/home/index.html
- BBC Bitesize: http://www.bbc.co.uk/bitesize/
- Khan Academy's math section: https://www.khanacademy.org/math
- NRICH: http://nrich.maths.org/frontpage
- Art of Problem Solving's resources page: http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php
- Teachnology: http://www.teach-nology.com/worksheets/math/
- Math Playground's logic games: http://www.mathplayground.com/logicgames.html
- Maths is Fun: http://www.mathsisfun.com/
- Coolmath4kids.com: http://www.coolmath4kids.com/
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm
- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 1 ('Aspects of Teaching Mathematics'), Block 2 ('Numbers (I)'), Block 3 ('Numbers (II)'): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 4 ('On Spatial Learning'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html
- *Manual of Mathematics Teaching Aids for Primary Schools*, published by NCERT: http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/pks-primarymanual.pdf
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremjifoundation.org/Foundation_Publications
- Textbooks developed by the Eklavya Foundation with activity-based teaching mathematics at the primary level: http://www.eklavya.in/pdfs/Catalouge/Eklavya_Catalogue_2012.pdf
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including *List of Hands-on Activities in Mathematics for Classes III to VIII*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': http://cbse.nic.in/welcome.htm

संदर्भ/संदर्भग्रंथ सूची

Askew, M., Brown, M., Rhodes, V. Johnson, D. and Wiliam, D. (1997) *Effective Teachers of Numeracy*. London: King's College.

Bell, A. (1987) 'Diagnostic teaching 3: provoking discussion', *Mathematics Teaching*, vol. 118, pp. 21–3.

National Council for Teacher Education (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education* (online). New Delhi: NCTE. Available from: http://www.ncte-india.org/publicnotice/NCFTE_2010.pdf (accessed 11 March 2014).

National Council of Educational Research and Training (2005) National Curriculum Framework (NCF). New Delhi: NCERT.

Skemp, R. (1976) 'Relational understanding and instrumental understanding', *Mathematics Teaching*, vol. 77, pp. 20–26.

Zack, V. and Graves, B. (2001) 'Making mathematical meaning through dialogue: "Once you think of it, the Z minus three seems pretty weird'', *Educational Studies in Mathematics,* vol. 46, pp. 229–71.

अभिस्वीकृतियाँ

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/) के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है। नीचे दी गई सामग्री मालिकाना हक की है तथा इस परियोजना के लिए लाइसेंस के अंतर्गत ही उपयोग की गई है, तथा इसका Creative Commons लाइसेंस से कोई वास्ता नहीं है। इसका अर्थ यह है कि इस सामग्री का उपयोग अननुकूलित रूप से केवल TESS-India परियोजना के भीतर किया जा सकता है और किसी भी बाद के OER संस्करणों में नहीं। इसमें TESS-India, OU और UKAID लोगो का उपयोग भी शामिल है।

इस यूनिट में सामग्री को पुनः प्रस्तुत करने की अनुमति के लिए निम्न स्त्रोतों का कृतज्ञतापूर्ण आभार:

चित्र 6: भारतीय मुद्रा का नमूना – भारत सरकार। (Figure 6: Indian currency sample – Indian government)

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएं करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत भर के उन अध्यापक, शिक्षकों, मुख्याध्यापकों, अध्यापकों और विद्यार्थियो के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन यूनिवर्सिटी के साथ काम किया है।