म.प्र. राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद
सा विद्या या विमुक्तये

शिक्षा का अधिकार
सर्व शिक्षा अभियान
सब पढ़ें सब बढ़ें
मध्य प्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल

TESS India

प्रारंभिक गणित

तुलना और विभेदीकरण कार्य: आयतन और धारिता

भारत में विद्यालय समर्थित शिक्षक शिक्षा

www.TESS-India.edu.in

cc BY SA
http://creativecommons.org/licenses/

The Open University
UKaid from the British people

एस.आर.मोहन्ती
अपर मुख्य सचिव

अ.शा.पत्र क्र R.S.K/10............
दूरभाष कार्यालय - 0755-4251330
मध्यप्रदेश शासन
स्कूल शिक्षा विभाग
मंत्रालय, वल्लभ भवन, भोपाल-462 004
भोपाल, दिनांक 20-1-2016

संदेश

प्रिय शिक्षक साथियों,

बच्चों की शिक्षा को गुणवत्तापूर्ण और रोचक बनाने के लिए स्कूल शिक्षा विभाग निरन्तर प्रयासरत् है। आप सभी के प्रयासों से शिक्षकों के शिक्षण कौशल में भी निखार आया है और शालाओं में कक्षा शिक्षण भी आंनददायी तथा बेहतर हुआ है।

इसी दिशा में शिक्षकों को बाल केन्द्रित शिक्षण की ओर उन्मुख करने और शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्देश्यों को लेकर, TESS India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) का विकास किया गया हैं। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता व सुगमतापूर्वक किया जा सकता है। आशा है कि ये संसाधन, शिक्षकों एवं शिक्षक प्रशिक्षकों के व्यावसायिक उन्नयन और क्षमतावर्द्धन में लाभकारी और उपयोगी सिद्ध होंगे।

राज्य शिक्षा केन्द्र के संयुक्त तत्वाधान में TESS India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार किये गये मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) को www.educationportal.mp.gov.in पर भी उपलब्ध कराया गया हैं। आशा है इन संसाधनों के उपयोग से प्रदेश के शिक्षक और शिक्षक प्रशिक्षक लाभान्वित होंगे और कक्षाओं में पठन पाठन को रूचिकर और गुणवत्तायुक्त बनाने में मदद मिलेगी।
शुभकामनाओं सहित,

(एस.आर.मोहन्ती)

दीप्ति गौड मुकर्जी
आयुक्त
राज्य शिक्षा केन्द्र एवं
सचिव
मध्यप्रदेश शासन
स्कूल शिक्षा विभाग

अर्द्ध शा. पत्र क्र. : 8
दिनांक : 12-1-16

पुस्तक भवन, बी-विंग
अरेरा हिल्स, भोपाल-462011
फोन : (का.) 2768392
फैक्स : (0755) 2552363
वेबसाइट : www.educationportal.mp.gov.in
ई-मेल : rskcommmp@nic.in

संदेश

प्रिय शिक्षक साथियों,

सभी बच्चों को रूचिकर और बाल केन्द्रित शिक्षा उपलब्ध हो इसके लिए आवश्यक है कि हमारे शिक्षकों को शिक्षण की नवीनतम तकनीकों और शिक्षण विधियों से परिचित कराया जाए साथ ही इन तकनीकों के उपयोग के लिए उन्हे प्रोत्साहित भी किया जाए। TESS India द्वारा तैयार किये गये मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) के उपयोग से शिक्षक शिक्षण प्रविधि के व्यावहारिक उपयोग को सीख सकते हैं। इनकी सहायता से शिक्षक न केवल विषय वस्तु को सुगमता पूर्वक पढ़ा सकते हैं बल्कि पठन पाठन की इस प्रक्रिया में बच्चों की अधिक से अधिक सहभागिता भी सुनिश्चित कर सकते हैं।

राज्य शिक्षा केन्द्र स्कूल शिक्षा विभाग ने स्थानीय भाषा में तैयार किये गये इन मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) को अपने पोर्टल www.educationportal.mp.gov.in पर भी उपलब्ध कराया है।

आशा हैं, कि आप इन संसाधनों का कक्षा शिक्षण के दौरान नियमित रूप से उपयोग करेंगे और अपने शिक्षण कौशल में वृद्धि करते हुए बच्चों की पढ़ाई को आनंददायक बनाने का प्रयास करेंगे।

शुभकामनाओं सहित,

(दीप्ति गौड मुकर्जी)

शिक्षा का अधिकार
सर्व शिक्षा अभियान
सब पढ़ें सब बढ़ें

टेस–इण्डिया स्थानीयकृत ओईआर निर्माण में सहयोग

मार्गदर्शन एवं समीक्षा :
श्रीमती स्वाति मीणा नायक, अपर मिशन संचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एच. के. सेनापति, प्राचार्य, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. ओ.पी.शर्मा, अपर संचालक, मध्यप्रदेश एससीईआरटी
डॉ. अशोक कुमार पारीक उपसंचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री आर. पी. त्रिपाठी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
प्रो.जयदीप मंडल, विभागाध्यक्ष विज्ञान एवं गणित शिक्षा संकाय, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. आर. रायजादा, सहप्राध्यापक एवं विभागाध्यक्ष विस्तार शिक्षा, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. वी.जी. जाधव, से.नि. प्राध्यापक भौतिक, एनसीईआरटी
डॉ. के. बी. सुब्रमण्यम से.नि. प्राध्यापक गणित, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. आई. पी. अग्रवाल से.नि. प्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. अश्विनी गर्ग सहा. प्राध्यापक गणित संकाय, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. एल. के. तिवारी, सहप्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
श्री एल.एस.चौहान, सहा. प्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. श्रुति त्रिपाठी, सहा. प्राध्यापक अंग्रेजी, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. रजनी थपलियाल, व्याख्याता अंग्रेजी, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. मधु जैन, व्याख्याता शास. उच्च शिक्षा उत्कृष्टता संस्थान, भोपाल
डॉ. सुशोवन बनिक, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. सौरभ कुमार मिश्रा, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
श्री. अजी थॉमस, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. राजीव कुमार जैन, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
स्थानीयकरण :
भाषा एवं साक्षरता
डॉ. लोकेश खरे, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एम.एल. उपाध्याय से.नि. व्याख्याता शास. उत्कृष्ट उ.मा.विद्यालय मुरैना
श्री रामगोपाल रायकवार ,कनि. व्याख्याता, डाइट कुण्डेश्वर, टीकमगढ़
डॉ. दीपक जैन अध्यापक, शास. उत्कृष्ट उ.मा.विद्यालय क्र 1 टीकमगढ़
अंग्रेजी
श्री राजेन्द्र कुमार पाण्डेय, प्राचार्य, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्रीमती कमलेश शर्मा. डायरेक्टर , ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री हेमंत शर्मा, प्राचार्य, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री मनोज कुमार गुहा वरि. व्याख्याता, एससीईआरटी. मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एफ.एस.खान, वरि.व्याख्याता, प्रगत शैक्षिक अध्ययन संस्थान (आईएएसई) भोपाल
श्री सुदीप दास, प्राचार्य, शास.उ.मा.विद्यालय दालौदा, मन्दसौर
श्रीमती संगीता सक्सेना, व्याख्याता, ,शास.कस्तूरबा कन्या उ.मा.विद्यालय भोपाल
गणित
श्री बी.बी. पी. गुप्ता, समन्वयक गणित, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री ए. एच. खान प्राचार्य शास.उ.मा.विद्यालय रामाकोना, छिंदवाड़ा
डॉ. राजेन्द्र प्रसाद गुप्त , प्राचार्य शास. जीवाजी ऑब्जर्वेटरी उज्जैन
डॉ.आर,सी. उपाध्याय, वरि. व्याख्याता, डाइट, सतना
डॉ. सीमा जैन, व्याख्याता, शास. कन्या उ.मा.विद्यालय गोविन्दपुरा, भोपाल
श्री सुशील कुमार शर्मा, शिक्षक, शास. लक्ष्मी मंडी उ.मा.विद्यालय, अशोका गार्डन, भोपाल
विज्ञान
डॉ. अशोक कुमार पारीक उपसंचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
डॉ. सुसम्मा जॉनसन, व्याख्याता एस.आई.एस.ई. जबलपुर मध्यप्रदेश
डॉ.सुबोध सक्सैना, समन्वयक एससीईआरटी मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
श्री आर. पी. त्रिपाठी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री अरूण भार्गव, वरि. व्याख्याता, एससीईआरटी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
श्रीमती सुषमा भट्ट, वरि.व्याख्याता, एससीईआरटी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री ब्रजेश सक्सेना, प्राचार्य, एससीईआरटी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. रेहाना सिद्दकी से.नि. व्याख्याता सेन्ट फ्रांसिस हा. से. स्कूल भोपाल

*TESS-India (*विद्यालय समर्थित शिक्षक शिक्षा*)* का उद्देश्य मुक्त शैक्षिक संसाधनों की सहायता से भारत में प्रारंभिक और सेकेण्डरी शिक्षको के कक्षा शिक्षण व कक्षा निष्पादन को सुधारना है जिसमें वे इन संसाधनों की सहायता से बालकेंद्रित, सहभागी दृष्टिकोणों का विकास कर सकें। टेस इंडिया के मुक्त शैक्षिक संसाधन, शिक्षकों के लिए स्कूल पाठ्य पुस्तक के अतिरिक्त, सहयोगी पुस्तिका या संसाधन की तरह हैं। इसमें शिक्षकों के लिए कुछ गतिविधियां दी गई हैं जिन्हे वे कक्षाओ में बच्चों के साथ प्रयोग में ला सकते हैं, इसके साथ–साथ कुछ केस स्टडी भी दी गई हैं जो यह बताती हैं कि कैसे अन्य शिक्षकों ने विषयवस्तु को कक्षाओं में पढ़ाया। अपनी विषय संबंधी जानकारियों को बढ़ाने तथा पाठ योजनाओं को तैयार करने में संसाधनों का उपयोग किया।

TESS-India OER भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल भारतीय तथा अंतर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार किये गये है और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट रूप में उपयोग के लिए उपलब्ध हैं (*http://www.tess-india.edu.in*) OER कार्यक्रम से जुड़े प्रत्येक भारतीय राज्य के शिक्षकों के उपयोग के लिए उपयुक्त तथा कई संस्करणों में उपलब्ध हैं तथा शिक्षक व उपयोगकर्ता इन्हे अपनी स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों के अनुरूप इनका स्थानीय करण करके उपयोग कर सकते हैं।

प्रस्तुत संस्करण मध्यप्रदेश की स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को ध्यान में रखकर तैयार किया गया है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई में कुछ गतिविधियों के साथ यह आइकॉन (संकेत) दिया गया है: . इसका अर्थ है कि आप उक्त विशिष्ट विषय वस्तु या शैक्षणिक प्रविधि को और अधिक समझने के लिए TESS-India के वीडियो संसाधनों की मदद ले सकते हैं।

TESS-India वीडियो ससांधन (Resources) भारतीय परिप्रेक्ष्य में कक्षाओं में उपयोग की जा सकने वाली सीखने–सिखाने की विविध तकनीकों को दर्शाते हैं। हमें यकीन है कि इनसे आपको इसी प्रकार की तकनीकें अपनी कक्षा में करने में मदद मिलेगी। यदि इन वीडियो संसाधनों तक आपकी पहुँच नहीं हो तो कोई बात नहीं। यह वीडियो पाठ्यपुस्तक का स्थान नहीं लेते, बल्कि उसको पढ़ाने में आपकी मदद करते हैं।

TESS-India के वीडियो संसाधनों को TESS-India की वेबसाइट *http://www.tess-india.edu.in/* पर ऑनलाइन देखा जा सकता है या डाउनलोड किया जा सकता है। इसके अतिरिक्त आप इन वीडियो को सीडी या मेमोरी कार्ड में लेकर भी देख सकते हैं।

संस्करण *2.0* *EM09v2*
Madhya Pradesh
तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है*: http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/*
TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है?

'तुलना और विभेदीकरण ' वह गतिविधि है जिसके माध्यम से विद्यार्थियों को गणितीय गुणों और उनके अनुप्रयोगों से परिचित कराया जाता है। यह सूक्ष्म समानताओं और विषमताओं के बारे में सीखने के लिए प्रभावी विधि है। जब आप तुलना करते हैं, तो आप यह पता लगाते हैं कि कौन सी चीज़ समान है; जब आप विभेदीकरण करते हैं तो आप यह पता लगाते हैं कि अलग क्या है।

मापन वह कौशल है, जिसका दैनिक जीवन की ज़िंदगी में अक्सर उपयोग किया जाता है। उदाहरण के लिए: खाना पकाने के लिए डाले जाने वाले पानी की मात्रा, आपकी कार में भरे जाने वाले ईंधन की मात्रा, नई ड्रेस बनवाने के लिए कपड़े की लंबाई, आदि को मापना। कई सारे दैनिक जीवन के मापनों में आकलन का उपयोग किया जाता है, उदाहरण के लिए: *लगभग* दो कप पानी डालना, कार में *लगभग* आधा टैंक ईंधन भरने की आवश्यकता होगी, आदि। स्कूली गणित में सामान्यतः *सटीक* मापनों एवं *सही* इकाइयों की आवश्यकता होती है।

धारिता और आयतन वे माप हैं जो त्रि-आयामी वस्तुओं से संबंधित होती हैं जिनको लेकर विद्यार्थी प्रायः भ्रमित होते हैं। इस इकाई में, आप 'तुलना और विभेदीकरण नामक शिक्षण तकनीक का उपयोग करके धारिता और आयतन के बीच की समानताओं और विषमताओं के बारे में समझने में अपने विद्यार्थियों की मदद करने पर विचार करेंगे।

आप इस इकाई से क्या सीख सकते हैं?

- गणितीय गुणों को पहचानने में विद्यार्थियों की मदद करने के लिए 'तुलना और विभेदीकरण तकनीक का उपयोग कैसे करें।
- आयतन और धारिता के बीच के अंतर को पढ़ाने के कुछ प्रभावी तरीके।
- त्रि-आयामी वस्तुओं के माप की समझ को बेहतर बनाने के लिए कुछ शिक्षण तरीके ।

इस इकाई का संबंध NCF *(2005)* और *NCFTE (2009)* की दर्शाई गई शिक्षण आवश्यकताओं से है। स्त्रोत *1*।

1 गणितीय गुणों के बारे में जानने के लिए 'तुलना और विभेदीकरण कार्य

'तुलना और विभेदीकरण वह तकनीक है जिसके माध्यम से विद्यार्थियों को गणितीय गुणों और उनके अनुप्रयोगों से परिचित कराया जाता है। यह सूक्ष्म समानताओं और विषमताओं के बारे में सीखने के लिए प्रभावी विधि है। जब आप तुलना करते हैं, तो आप यह पता लगाते हैं कि कौन सी चीज़ समान है, जब आप विभेदीकरण करते हैं तो आप यह पता लगाते हैं कि विषमता क्या है।

तुलना और विभेदीकरण के कार्य हमें गणितीय गुणों के बारे में सोचने और समान एवं विषमता वाली चीज़ों को पहचानने के लिए प्रेरित करते हैं। ऐसा करते समय, विद्यार्थी वे संबंध स्थापित कर सकते हैं जिन पर वे आमतौर पर विचार नहीं कर सकते। वे गणितीय चिंतन प्रक्रियाओं के लिए प्रेरित होते हैं, जैसे कि सामान्यीकरण करना, यह अनुमान लगाना कि क्या समान रहता है और क्या बदल सकता है (इन्हें 'चर' और 'अचर' कहा जाता है) और फिर इन अनुमानों को सत्यापित करना। यह विद्यार्थियों के संबंध जानने, संरचनाएँ 'देखने', स्वयं कारण समझने और कथनों की सत्यता या असत्यता पर बहस करने के लिए अमूर्त प्रत्ययों का उपयोग करने में विद्यार्थियों की मदद करने हेतु राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की आवश्यकताओं का एक उदाहरण है।

आयतन और धारिता त्रि-आयामी वस्तुओं (ठोस) के गुण हैं। आयतन वह जगह है जिसे त्रि-आयामी वस्तु अधिग्रहीत या शामिल करती है; वहीं दूसरी ओर, धारिता एक पात्र का गुण है जो यह बतलाती है कि एक पात्र कितना धारण कर सकता है। विद्यार्थी प्रायः इन दो अवधारणाओं को लेकर भ्रमित हो जाते हैं (वॉटसन एवं अन्य, 2013)। गतिविधि 1 से आपके विद्यार्थियों को त्रि-आयामी आकारों की विशिष्टताओं एवं मापनों के बारे में अवगत होने में मदद मिलेगी। इस गतिविधि के अंतर्गत विद्यार्थियों से आयतन और धारिता के बीच के अंतर के बारे में सहज रूप से सोचना आरंभ करने की भी अपेक्षा की जाती है।

इस अंक में अपने विद्यार्थियों के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने से पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह या आंशिक रूप से स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा अगर आप अपने किसी सहकर्मी के साथ मिलकर इसे करने का प्रयास करें क्योंकि स्वयं के अनुभव के आधार पर सिखाना आसान होगा। स्वयं प्रयास करने से आपको शिक्षार्थियों के अनुभवों के भीतर झांकने का मौका मिलेगा जो परिणामस्वरूप आपके शिक्षण को और एक शिक्षक के रूप में आपके खुद के अनुभवों को प्रभावित कर सकता है।

जब आप तैयार हों, तो एक बार फिर अपने विद्यार्थियों के साथ गतिविधियों का उपयोग करें और विचार करके इस बारे में नोट बनाएँ कि गतिविधि कैसी हुई और उसके द्वारा क्या सीखा गया। इससे आपको अधिक बाल-केंद्रित शैक्षिक वातावरण बनाने में मदद मिलेगी।

गतिविधि 1: त्रि–आयामी वस्तुओं का पता लगाना

- अपने विद्यार्थियों से उस किसी भी वस्तु का नाम लेने के लिए कहें जिसका उपयोग उन्होंने पिछले दिन किया है। उनके द्वारा वस्तुओं का नाम लेने पर, उन्हें ब्लैकबोर्ड पर लिखते जाएँ। नाम की सूची संभवतः इन वस्तुओं के साथ पूर्ण होगी, उदाहरण के लिए: काँच, टूथपेस्ट टयूब, प्लेट, पुस्तक, कलम, पेंसिल, सिक्के, रूलर, काग़ज़, कटोरी, चाकू, चम्मच, बोतल, रबर, चॉक, टेलीफ़ोन, टेलीविज़न, बाल्टी, मग, तौलिया, गेंद, आदि।
- विद्यार्थियों द्वारा नाम लेना पूर्ण कर लेने के बाद, इनमें से कुछ वस्तुओं पर गोल घेरा लगाएँ और उनसे पूछें कि क्या उन्हें इन गोल घेरे वाली वस्तुओं में कुछ उभयनिष्ठ लग रहा है। त्रि-आयाम का आसानी से अनुमान लगा पाने के लिए विद्यार्थियों द्वारा वस्तु चुनने से समय की बचत होगी।

अब विद्यार्थियों को छोटे समूहों या जोड़ों में व्यवस्थित करें। विद्यार्थियों से निम्नलिखित प्रश्न पूछें:

- प्रत्येक वस्तु के लिए, निम्नलखित का अनुमान लगाएँ:

*सारणी **1** आकलन सारणी।*

वस्तु	लंबाई	चौड़ाई	ऊँचाई
काँच फ्रेम			
टूथपेस्ट की डिब्बा			
पुस्तक			
पेंसिल			
सिक्का			
बोतल			
टेलीविज़न			

- यदि सभी वस्तुओं को सोने से बनाया गया था, तो कौन सी अत्यधिक महँगी (या न्यूनतम महँगी) होगी? फिर, इन वस्तुओं को उनकी कीमत के आधार पर *बढ़ते* क्रम में व्यवस्थित करें।
- उपरोक्त प्रत्येक वस्तु की कीमत की तुलना करने पर, कौन सा मापन सर्वाधिक उपयोगी रहा? क्यों?

विद्यार्थियों से पूरी कक्षा के समक्ष अपने-अपने निष्कर्ष प्रस्तुत करने को कहें। सभी विद्यार्थी सहमत नहीं हो सकते। जब तक उनके तर्क गणितीय गुणों पर आधारित और युक्तियुक्त हैं, तब तक उनकी सभी दलीलें स्वीकार्य हैं।

केस स्टडी 1: गतिविधि 1 के उपयोग के बारे में श्रीमती पुष्पा बताती हैं

यह एक अध्यापक की कहानी है जिसने अपने प्राथमिक कक्षा के विद्यार्थियों के साथ गतिविधि 1 का प्रयास किया।

पिछले दिन विद्यार्थियों द्वारा प्रयुक्त वस्तुओं की सूची पर विचार प्राप्त करने के लिए, मैंने ब्लैकबोर्ड पर 'काँच' और 'पुस्तक' लिखा और उनसे कहा कि मैंने बीते कल इनका उपयोग किया था। मेरे लिए यह पूछना भले ही थोड़ा असामान्य होता कि उन्होंने बीते कल कौन सी वस्तुएँ प्रयुक्त की थी, तथापि मुझे लगा कि इससे उनका ध्यान केंद्रित करने में मदद मिलेगी।

उन्होंने कई सारे उदाहरण प्रस्तुत किए, जिन्हें मैं ब्लैकबोर्ड पर लिखती गई। सही कहूँ तो उनमें से कुछ वाकई अजीब थे और जिनसे उदाहरण के लिए एक साइकिल की आयतन की गणना करना जटिल होता! मैं ब्लैकबोर्ड पर कुछ उदाहरण लिखना छोड़ सकती थी जिस पर बाद में गतिविधि के अंदर कार्य किया जा सकता था, लेकिन मुझे यकीन नहीं था कि एक शिक्षिका के रूप में मैं उन्हें कैसे संभालूगीं। इसलिए, मैंने कहा कि मैं अभी इनमें से छः वस्तुओं का चुनाव करूंगी और मैंने उनमें से एक उठाया जिसके लिए त्रि-आयाम का आकलन करना आसान था। मुझे लगता है कि अगली बार मैं ब्लैकबोर्ड पर 'अजीब' उदाहरणों को छोड़ने में अधिक आत्मविश्वास महसूस करूंगी।

मैंने चार या पाँच के समूह में विद्यार्थियों को रखा - इसे मैं विद्यार्थियों की हर अगली पंक्ति को मुड़ने के लिए कह कर आसानी से कर सकती हूँ, इस तरह उन्हें समूह में रखने में अधिक समय नहीं लगेगा या परेशानी नहीं होगी।

मैंने गतिविधि में बताए गए अनुसार ब्लैकबोर्ड पर एक सारणी बनाई और ब्लैकबोर्ड पर एक ही बार में सभी सवालों को लिख दिया। मैंने पहले सोचा कि एक समय में एक चरण को करूं लेकिन फिर लगा कि उन सभी द्वारा ब्लैकबोर्ड पर एक साथ लिखवाने से:

- विद्यार्थियों को गतिविधि विकसित करने के बारे में विचार प्राप्त होगा
- विद्यार्थियों को सीखने के लिए अधिक समय मिलेगा क्योंकि उन्हें प्रत्येक सवाल को समाप्त करने के लिए दूसरों की प्रतीक्षा नहीं करनी होगी।

उस एक चरण के अलावा इसका परिणाम अच्छा रहा, जहाँ मुझे महसूस हुआ कि मैं वास्तव में एक समूह से दूसरे समूह में 'हमें इसे कैसे करना चाहिए?' या 'आगे हमें क्या करना चाहिए?' जैसे सवालों के उत्तर के लिए दौड़ रही हूँ। इसलिए, मैंने कुछ समय बाद कक्षा रोक दी और कहा कि यदि उनके कोई सवाल हैं तो पहले वे अपने आसपास के समूह से उसका उत्तर जाँचें, हो सकता है उन्हें उत्तर पता हो। उसके बाद ऐसा करना मेरे लिए अधिक उपयुक्त रहा!

यदि वस्तु सोने की बनी है तो उस वस्तु की कीमत से संबंधित प्रश्न ने उन्हें उन शब्दों का वास्तव में उपयोग किए बिना आयतन और धारिता के बारे विचार करने में समर्थ बनाया। प्रस्तुतियों एवं चर्चाओं ने आगे इन विचारों को और विकसित किया और गतिविधि 2 के लिए अपेक्षित चिंतन प्रक्रिया को आगे बढ़ाने में एक बेहद अच्छे आधार का काम किया।

विचार कीजिए

- समूहों के बीच उत्तरों का पता लगाने के लिए दौड़ती हुई श्रीमती पुष्पा के समाधान के बारे में आप क्या सोचते हैं? पाठ के इस भाग को अधिक व्यवस्थित बनाने के लिए उन्होंने किन अन्य रणनीतियों का उपयोग किया हो सकता है? हो सकता है इसके लिए आपके पास कुछ अच्छे विचार पहले से ही हों, लेकिन यदि आप इस तरीके से काम करने के लिए बिलकुल नए हैं तो स्त्रोत 2, 'समूह में कार्य प्रबंधित करना' को देखें।

आपके शिक्षण अभ्यास के बारे में सोचना

अपनी कक्षा के साथ ऐसा कोई अभ्यास करने के बाद यह सोचें कि क्या ठीक रहा और कहाँ गड़बड़ी हुई। ऐसे प्रश्न सोचें जिनसे विद्यार्थियों में रुचि पैदा हो तथा उनके बारे में उन्हें समझाएँ ताकि वे उन्हें हल करके आगे बढ़ सकें। ऐसे चिंतन से वह 'चित्रण' मिल जाती है, जिसकी मदद से आप विद्यार्थियों के मन में गणित के प्रति रुचि जगा सकते हैं और उसे मनोरंजक बना सकते हैं। अगर विद्यार्थियों को समझ नहीं आ रहा है और वे कुछ नहीं कर पा रहे हैं, तो इसका मतलब है कि उनकी इसमें सम्मिलित होने की रुचि नहीं है। गतिविधि को निष्पादित करते समय हर बार चिंतनशील अभ्यास का उपयोग करें।

विचार कीजिए

अब बताएँ कि गतिविधि 1 पर आपकी कक्षा ने कैसा किया:

- वस्तुओं के आकार पर चर्चा करते समय अलग अलग समूहों के परिणाम क्या रहे?
- अपने विद्यार्थियों की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- विद्यार्थियों से कैसी प्रतिक्रियाएँ अनपेक्षित थीं? क्यों?
- उस पाठ के बारे में सिखाते समय आपने कैसा महसूस किया जिसमें आपने वास्तविक गणितीय शब्दों का प्रयोग किया था?
- इस दृष्टिकोण पर आपके विद्यार्थियों की प्रतिक्रिया कैसी थी?

2 आयतन और धारिता एवं मापन की इकाइयों पर विचार करना

'मात्रा' वह आधार है जिसे त्रि-आयामी वस्तु अधिग्रहीत या शामिल करती है। आयतन को उसकी भौतिक अवस्था के आधार पर कई अलग–अलग तरीकों से परिमाणित किया जा सकता है। उदाहरण के लिए, गतिविधि 1 में अनुमान लगाने का प्रयास कर रहे विद्यार्थियों द्वारा एक घनाभ ठोस की आयतन की गणना ऊंचाई, चौड़ाई और लंबाई मापने के द्वारा की जाती है। इस मामले में, आयतन को सेमी^{3}, मी^{3} में परिमाणित किया जाएगा।

ठोस या गैस का आयतन निर्धारित करने के लिए द्रव विस्थापन एक और तरीका है। द्रव विस्थापन में एक तरल पदार्थ में वस्तु को डूबाना शामिल होता है। वस्तु की आयतन तरल पदार्थ में विस्थापित होगी। तरल पदार्थ के इस तरह के विस्थापन को मापा जा सकता है। वैसी स्थिति में इसे मिलीलीटर, लीटर, द्रव औंस या कप में व्यक्त किया जाएगा।

तरल पदार्थ की आयतन या छोटी खुली वस्तुओं की राशि यथा चावल के दानों को मापन कप जैसे किसी मापन उपकरण में रखकर मापा जा सकता है (चित्र 1)।

चित्र **1** एक घरेलू मापन कप या जग

दूसरी ओर, धारिता एक पात्र का गुण है। यह वर्णित करता है एक पात्र कितना धारित रख सकता है। ग़लतफहमी इस तथ्य से पैदा हो सकती है कि धारिता के लिए प्रयुक्त माप सामान्यतः आयतन के लिए प्रयुक्त माप के समान होती है।

अगली गतिविधि का उद्देश्य विद्यार्थियों को 'तुलना और विभेदीकरण तकनीकों का उपयोग कर त्रि-आयामी वस्तुओं की धारिता एवं आयतन के बीच के अवधारणात्मक अंतर को समझाना है। गतिविधि के भाग 1 और 2 आयतन और धारिता के गणितीय गुणों से विद्यार्थियों को अवगत कराने में मदद के लिए 'क्या यह हमेशा या कभी-कभी सत्य है, या फिर कभी सत्य नहीं है?' प्रश्न का उपयोग करते हैं। भाग 3 उसी जागरूकता को हासिल करने के लिए 'क्या समान है और क्या अलग है?' प्रश्न का उपयोग करता है।

समानता और विषमता पर ध्यान केंद्रित करने में विद्यार्थियों को सक्षम बनाने, और परिशुद्धता के साथ मापन एवं गणना की बारीकियों में नहीं उलझने देने के लिए, प्रयुक्त किए जाने वाले कुछ उदाहरण असामान्य किंतु वास्तविक हैं। इस तरह के उदाहरणों का प्रयोग करने से गणित को मनोरंजक बनाने की भावना को बल मिलता है, क्योंकि उसमें कई सही उत्तर उपस्थित होते हैं।

गतिविधि 2: तुलना एवं विभेदीकरण – आयतन और धारिता

यह गतिविधि छोटे समूहों या जोड़ियों में काम कर रहे विद्यार्थियों के लिए बेहतर ढंग से काम करती है। समूह को बहुत बड़ा न रखें क्योंकि फिर सभी विद्यार्थी चर्चा में योगदान देने में सक्षम नहीं होंगे। यहाँ इन प्रश्नों के कई सही उत्तर हैं और इनसे सभी विद्यार्थी सहमत नहीं हो सकते। जब तक उनके विचार गणितीय गुणों पर आधारित और युक्तियुक्त (Logic) हैं, तब तक उनकी दलीलों को स्वीकारें।

भाग 1: क्षमता

ब्लैकबोर्ड पर वस्तुओं को सूचीबद्ध करें। यदि आप चाहें तो कुछ और असामान्य वस्तुओं को जोड़ सकते हैं।

वस्तु	क्या ये वस्तुएँ द्रव को धारित कर सकती हैं? क्या यह हमेशा, कभी-कभी सही है या कभी सत्य नहीं है?
हाथी की सूँड़	
मधुमक्खी का छत्ता	

संतरा	
बाल्टी	
पानी की टंकी	
मच्छर का पेट	
झील	
समुद्र	
ग्लास	
नारियल	

अपने विद्यार्थियों को निम्नलिखित निर्देश दें:

> कि वे अपने सहपाठियों के साथ इस बात पर चर्चा करें कि क्या यह हमेशा, कभी-कभी सही है या कभी भी सही नहीं है कि ये वस्तुएँ [ब्लैकबोर्ड पर लिखी हुई] द्रव को धारित कर सकती हैं? उनसे कहें कि आप पाँच मिनट के समय में उनसे उनके कारण पूछेंगे। फिर विद्यार्थियों से ब्लैकबोर्ड पर सारणी को पूरा करने में मदद करने के लिए कहें।

विद्यार्थियों के निर्णयों के लिए कारणों पर संपूर्ण कक्षा से चर्चा करें। उसके बाद ही अपनी सारणी में स्तंभ का अन्य शीर्षक बनाने के लिए शब्द 'धारिता को जोड़ें।

वस्तु	क्या ये वस्तुएँ द्रव को धारित कर सकती हैं? क्या यह हमेशा, कभी-कभी सही है या कभी सत्य नहीं है? (धारिता)	वस्तुओं की धारिता का रैकिंग क्रम
हाथी की सूँड़		
मधुमक्खी का छत्ता		
संतरा		
बाल्टी		
पानी की टंकी		
मच्छर का पेट		
झील		
समुद्र		
ग्लास		
नारियल		

विद्यार्थियों से घटती हुई धारिता के आधार पर इन वस्तुओं का क्रम बताने के लिए कहें: अर्थात सबसे बड़ी धारिता वाली वस्तु की संख्या 1, दूसरी सबसे बड़ी धारिता वाली वस्तु 2, और इसी प्रकार आगे।

फिर, विद्यार्थियों के निर्णयों के लिए कारणों पर संपूर्ण कक्षा से चर्चा करें। पूछने के लिए एक अच्छा सवाल यह भी हो सकता है कि 'आप कैसे जानते हैं कि इस वस्तु की सबसे बड़ी धारिता है?' यदि विद्यार्थी गतिविधि 1 में पता लगाए गए मापनों की भूमिका पर सोच नहीं पाते हैं तो उन्हें इस बारे में याद दिलाएँ। हो सकता है कि आप गतिविधि के इस भाग के लिए तैयारी में मदद करने हेतु प्रमुख स्त्रोत 'चिंतन को बढ़ावा देने के लिए सवाल-जवाब का प्रयोग करना' को देखना चाहें।

भाग 2: आयतन

ब्लैकबोर्ड पर सारणी में एक अन्य स्तंभ जोड़ें:

वस्तु	क्या ये वस्तुएँ द्रव को धारित कर सकती हैं? क्या यह हमेशा, कभी-कभी सही है या कभी सत्य नहीं है? (धारिता)	वस्तुओं की धारिता का रैकिंग क्रम	यह वस्तु, इसमें किसी भी द्रव के बिना, जगह को अधिग्रहीत करता है। क्या यह हमेशा, कभी-कभी या कभी सत्य नहीं होता है?
हाथी की सूँड़			
मधुमक्खी का छत्ता			
संतरा			
बाल्टी			
पानी की टंकी			
मच्छर का पेट			
झील			
समुद्र			
ग्लास			
नारियल			

विद्यार्थियों से परस्पर चर्चा करने के लिए कहें कि क्या यह हमेशा, कभी-कभी या कभी भी सत्य नहीं है कि ये वस्तुएँ [ब्लैकबोर्ड पर लिखी हुई] खाली होने पर जगह धारित कर सकती हैं? उनसे कहें कि आप पाँच मिनट में उनसे उनके कारण पूछेंगे। फिर, ब्लैकबोर्ड पर सारणी को पूर्ण करें।

विद्यार्थियों के निर्णयों के लिए कारणों पर संपूर्ण कक्षा से चर्चा करें। अंत में, दर्शाए गए अनुसार अंतिम स्तंभ बनाने के लिए शब्द 'मात्रा' जोड़ें।

वस्तु	क्या ये वस्तुएँ द्रव को धारित कर सकती हैं? क्या यह हमेशा, कभी-कभी सही है या कभी सत्य नहीं है? (धारिता)	वस्तुओं की धारिता का रैकिंग क्रम	यह वस्तु, इसमें किसी भी द्रव के बिना, जगह को अधिग्रहीत करता है। क्या यह हमेशा, कभी-कभी या कभी सत्य नहीं होता है? (आयतन)	वस्तुओं की आयतन का रैकिंग क्रम
हाथी की सूँड़				
मधुमक्खी का छत्ता				
संतरा				
बाल्टी				
पानी की टंकी				
मच्छर का पेट				
झील				
समुद्र				
ग्लास				
नारियल				

अपने विद्यार्थियों से घटती हुई धारिता में वस्तुओं को व्यवस्थित करने के लिए कहें। सबसे बड़ी धारिता वाली वस्तु की संख्या 1, दूसरी सबसे बड़ी धारिता की संख्या 2, और इसी प्रकार आगे।

विद्यार्थियों के निर्णयों के लिए परस्पर कारणों पर चर्चा करें।

भाग 3: आयतन और धारिता की तुलना एवं विभेदीकरण

विद्यार्थियों से पूर्ण सारणी को फिर से देखने के लिए कहें। उनसे वस्तुओं की समानता और विषमता के बारे में पूछें? क्या सभी वस्तुओं में धारिता और आयतन विद्यमान है? यदि किसी वस्तु की सबसे बड़ी धारिता है तो क्या इसका अर्थ है कि उसकी सबसे बड़ी आयतन भी है?

उनसे अपने अपने समूहों में चर्चा करने और पाँच मिनट में संपूर्ण कक्षा के समक्ष अपने विचार साझा करने के लिए तैयार रहने को कहें।

फिर विद्यार्थियों के निर्णयों के लिए कारणों पर संपूर्ण कक्षा से चर्चा करें।

वीडियो: सोचने की प्रक्रिया को बढ़ावा देने के लिए प्रश्न पूछने का उपयोग करना

केस स्टडी 2: गतिविधि 2 के उपयोग के बारे में श्रीमती मेघनाथन बताती हैं

मैंने सोचा कि यह गतिविधि पूरे पाठ को आवरित करेगी और इसने ऐसा ही किया। मैंने विद्यार्थियों से पुनःचार या पाँच के समूह में काम करने को कहा।

उन्हें उदाहरण पसंद आए! एक विद्यार्थी समीर जो हमेशा प्रश्न करता था, उसने पूछा कि क्या यह एक पूर्ण विकसित हाथी है या उसका बच्चा। तो मैंने उससे कहा कि वह उनमें से कोई ले सकता है और तदनुसार उन्हें ग्रेड कर सकता है। मुझे लगता है कि सभी समूहों ने उन दोनों के साथ ही अपना कार्य समाप्त किया! मुझे लगता है कि गतिविधि ने अच्छी तरह काम किया क्योंकि हमने पिछले पाठ में गतिविधि 1 संपन्न की थी जिसने विद्यार्थियों को धारिता और आयतन की अवधारणाओं के बारे में सोचने के लिए समर्थ बनाया था। मैंने यह भी देखा कि भले ही संभवतः मच्छर का पेट जैसे उदाहरण बेहद असामान्य थे और कुछ हद तक अच्छे नहीं भी थे, तथापि गणित के पाठों में सामान्यतः नहीं बोलने वाले और कभी भी अपने हाथ न खड़े करने वाले विद्यार्थी भी अब सुझाव दे रहे थे और वे सुझाव सार्थक भी थे।

जब समूह अपने निष्कर्षों के बारे में रिपोर्ट कर रहे थे, तो मैंने तकरीबन समूह के आधे 'कमजोर' विद्यार्थियों में से यादृच्छिक रूप से किसी एक को इंगित कर अपने समूह के विचारों से अवगत कराने के लिए कहा। ऐसा प्रयोग मैंने पहले नहीं किया था, लेकिन मैं उनके द्वारा प्रदत्त व्याख्या से बेहद प्रभावित हुई। मैंने यह भी महसूस किया कि जैसे-जैसे मैं अलग अलग समूहों से अधिकाधिक व्याख्याएँ प्राप्त करती जा रही थी, उनके तर्क ज्यादा विश्वसनीय और परिष्कृत होते जा रहे थे।

हम सामान्यतः वैसी गणितीय गतिविधियाँ नहीं करते हैं जिनके कई सारे सही उत्तर होते हैं - वे ऐसे प्रश्न होते हैं जो आपको सही या गलत लग सकते हैं। इसलिए, यह मेरे और विद्यार्थियों दोनों के लिए नया था। इस तरह के चिंतन के लिए अधिक खुलने में उनकी मदद करने के लिए, मैंने उन्हें गतिविधि वर्णन में उक्त बातें बताई:

> यहाँ इन प्रश्नों के कई सही उत्तर हैं और इनसे सभी विद्यार्थी सहमत नहीं हो सकते हैं। जब तक उनके विचार गणितीय गुणों पर आधारित और युक्तियुक्त हैं, तब तक उनकी दलीलों को स्वीकारें।

मुझे लगता है कि इससे मुझे और मेरे विद्यार्थियों को गणितीय गुणों एवं तार्किक चिंतन के प्रवाहों पर वास्तव में ध्यान केंद्रित करने में मदद मिली। मुझे लगता है कि यह पहली बार था जब मैंने धारिता और आयतन के बीच के अंतर को समझने में वास्तव में आश्वस्त महसूस किया।

विचार कीजिए

श्रीमती मेघनाथन ने बताया कि कैसे उन्होंने अपने समूह के विचारों के बारे में बताने के लिए कुछ 'कमजोर' विद्यार्थियों का चुनाव किया। आपको क्या लगता है कि ऐसा करने के कौन-कौन से लाभ हैं और वे कौन-कौन सी रणनीतियाँ हैं जिनका उपयोग यह सुनिश्चित करने के लिए किया जा सकता है कि यह विद्यार्थियों द्वारा रिपोर्ट देने के लिए एक सकारात्मक अनुभव है?

अब इस बारे में सोचें कि आपकी कक्षा का प्रदर्शन गतिविधि के साथ कैसा था और निम्नलिखित सवालों पर प्रतिक्रिया दें:

- अपने विद्यार्थियों की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपने टास्क में कोई भी संशोधन किया, जिस प्रकार श्रीमती मेघनाथन ने किया था?
- अगर हाँ, तो इसके पीछे आपका क्या कारण था?

3 सारांशीकरण ज्ञान का

गणितीय अवधारणाओं को सही से ग्रहण करने में विद्यार्थियों की मदद के लिए, अपने पाठों में समेकन (Consolidation) गतिविधियों को शामिल करने के बारे में विचार करना एक अच्छा अभ्यास है। ऐसी गतिविधियाँ विद्यार्थियों को अपने विचारों का अभ्यास करने के लिए अधिक अवसर प्रदान करती हैं। अच्छी समेकन गतिविधियाँ विद्यार्थियों को एक अलग दृष्टिकोण द्वारा नए अर्जित ज्ञान का उपयोग करने के लिए भी कह सकती हैं। अगली गतिविधि का उद्देश्य विद्यार्थियों द्वारा सूक्ष्म परिवर्तनों के बारे में सोचने के लिए प्रेरित करना और फिर अपने खुद के प्रश्न निर्मित करने के लिए उनसे कह कर इसे निष्पादित करना है।

गतिविधि 3: समेकन गतिविधियाँ – कभी–कभी, हमेशा, कभी सत्य नहीं

इस गतिविधि की तैयारी के लिए, विद्यार्थियों से घर से एक बोतल या पात्र लाने के लिए कहें। कक्षा में, उनसे अपने-अपने पात्रों को कुछ दूसरे विद्यार्थियों के साथ यादृच्छिक रूप से आदान-प्रदान करने के लिए कहें। वैकल्पिक रूप से, विभिन्न प्रकार की बोतलें लेकर आएँ और वैसी जगह रखें जहाँ से सभी विद्यार्थी उन्हें देख सकें।

भाग 1: कथनों का मूल्याँकन

अपने विद्यार्थियों से पूछें कि इनमें से कौन-कौन से कथन कभी-कभी, हमेशा या कभी भी सत्य नहीं हैं? क्यों?

- शैंपू की बोतल का आयतन 150 मिलीलीटर है।
- शैंपू की बोतल की धारिता 150 मिलीलीटर है।
- शैंपू की आयतन बोतल में 150 मिलीलीटर है।
- शैंपू की धारिता बोतल में 150 मिलीलीटर है।
- शैंपू का आयतन 150 मिलीलीटर है जिसे एक बोतल धारण कर सकती है।
-

भाग 2: खुद से प्रश्नों का निर्माण करना (Construcing qurestion of their own)

1. विद्यार्थियों को दिए गए पात्रों को देखते हुए (या वे प्रदर्शित किए गए को देख सकते हैं), विद्यार्थियों से यादृच्छकि क्रम में लिखने के लिए कहें:

- दो सही कथन - एक ‘मात्रा’ शब्द का उपयोग कर और दूसरा ‘धारिताा’ शब्द का उपयोग कर
- दो गलत कथन - एक ‘मात्रा’ शब्द का उपयोग कर और दूसरा ‘धारिता’ शब्द का उपयोग कर।

2. विद्यार्थियों से अपने कथनों को प्रश्नों के साथ आदान-प्रदान करने के लिए कहें:

   इनमें से कौन से कथन कभी-कभी, हमेशा या कभी भी सत्य नहीं हैं? क्यों?

विचार कीजिए

- आपको क्या लगता है कि आपके विद्यार्थियों की समझ को समेकित करने में गतिविधि कितनी प्रभावी है?
- क्या गतिविधि द्वारा किसी भी गलतफहमी को उजागर किया गया? यदि हाँ, तो आप भविष्य के पाठों में उनका समाधान कैसे कर सकते हैं?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे आपका क्या कारण था?

4 सारांश (Summary)

इस इकाई के अध्ययन में, आपने धारिता और आयतन के बारे में यह जाना कि क्या समान है और क्या अलग है। आपने विचार किया कि ‘तुलना और विभेदीकरण की गतिविधि किस तरह गणितीय गुणों एवं सूक्ष्म अंतरों को जानने और समझने में मदद करती है।

महत्वाकांक्षी लक्ष्यों के रूप में एनसीएफ (2005) तथा एनसीएफटीई (2009) से शिक्षण की आवश्यकताओं का उपयोग किया गया।

विचार कीजिए

- ऐसे तीन विचारों की पहचान करें जिनका उपयोग आपने इस इकाई में किया है और जो दूसरे विषयों को सिखाने में काम आएँगे। वैसे दो विषयों पर नोट बनाएँ जिन्हें आप जल्दी ही सिखाने वाले हैं, जहाँ उन विचारों का प्रयोग कुछ छोटे समायोजनों के साथ किया जा सकता है।

स्त्रोत

स्त्रोत 1: एनसीएफ/एनसीएफटीई शिक्षण आवश्यकताएँ

- शिक्षार्थियों को उनके शिक्षण में सक्रिय प्रतिभागी के रूप में देखें न कि सिर्फ ज्ञान प्राप्त करने वाले के रूप में; ज्ञान निर्माण के लिए उनकी क्षमताओं को कैसे प्रोत्साहित करें; रटने वाली पद्धतियों से शिक्षण को दूर कैसे ले जाएँ।
- विद्यार्थियों को गणित को किसी ऐसी चीज़ के रूप में लेने दें जिसके बारे में वे बात करें, जिसके द्वारा संवाद करें, जिसकी आपस में चर्चा करें, जिस पर साथ मिलकर कार्य करें।

स्त्रोत 2: समूह में कार्य प्रबंधित करना

आप अच्छे समूहकार्य के प्रबंधन के लिए दिनचर्याएं और नियम तय कर सकते हैं। जब आप नियमित रूप से समूहकार्य का उपयोग करते हैं, तो विद्यार्थियों को पता चल जाएगा कि आप क्या अपेक्षा करते हैं और वे इसे आनंददायक पाएंगे। टीमों और समूहों में काम करने के लाभों की पहचान करने के लिए आरंभ में कक्षा के साथ काम करना एक अच्छा विचार है। आपको चर्चा करनी चाहिए कि समूहकार्य में अच्छा व्यवहार क्या होता है और संभव हो तो 'नियमों' की एक सूची बनाएं जिसे प्रदर्शित किया जा सकता है; उदाहरण के लिए, 'एक दूसरे के लिए सम्मान', 'सुनना', 'एक दूसरे की सहायता करना', 'एक से अधिक विचार को आजमाना', आदि।

समूहकार्य के बारे में स्पष्ट मौखिक अनुदेश देना महत्वपूर्ण है जिसे ब्लैकबोर्ड पर संदर्भ के लिए लिखा भी जा सकता है। आपको:

- अपनी योजना के अनुसार अपने विद्यार्थियों को उन समूहों की ओर निर्देशित करना होगा जिनमें वे काम करेंगे। ऐसा आप शायद कक्षा में ऐसे स्थानों को निर्दिष्ट करके कर सकते हैं जहाँ वे काम करेंगे या किसी फर्नीचर या स्कूल के बैगों को हटाने के बारे में अनुदेश देकर कर सकते हैं।
- कार्य के बारे में बहुत स्पष्ट होना और उसे बोर्ड पर लघु अनुदेशों या चित्रों के रूप में लिखना चाहिए। अपने शुरू करने से पहले विद्यार्थियों को प्रश्न पूछने की अनुमति प्रदान करें।

पाठ के दौरान, यह देखने और जाँच करने के लिए घूमें कि समूह किस तरह से काम कर रहे हैं। यदि वे कार्य से विचलित हो रहे हैं या अटक रहे हैं तो जहाँ जरूरत हो वहाँ सलाह प्रदान करें।

आप कार्य के दौरान समूहों को बदलना चाह सकते हैं। जब आप समूहकार्य के बारे में आत्मविश्वास महसूस करने लगें तब दो तकनीकें आजमाई जा सकती हैं – वे बड़ी कक्षा को प्रबंधित करते समय खास तौर पर उपयोगी होती हैं:

- **'**विशेषज्ञ समूह**' (Expert Group) :** प्रत्येक समूह को एक अलग कार्य दें, जैसे विद्युत उत्पन्न करने के एक तरीके पर शोध करना या किसी नाटक के लिए किरदार विकसित करना। एक उपयुक्त समय के बाद, समूहों को पुनर्गठित करें ताकि प्रत्येक नया समूह सभी मूल समूहों से एक 'विशेषज्ञ' से युक्त हो। फिर उन्हें एक कार्य दें जिसमें सभी विशेषज्ञों के ज्ञान को एकत्र करना होता है, जैसे निश्चय करना कि कसि प्रकार का पॉवर स्टेशन बनाना या नाटक का अंश तैयार करना चाहिए।
- **'**दूत**' (Enyoys) :** यदि कार्य में कोई चीज बनाना या किसी समस्या को हल करना शामिल है, तो कुछ समय बाद, प्रत्येक समूह से किसी अन्य समूह में एक दूत भेजने को कहें। वे विचारों या समस्या के हलों की तुलना और फिर वापस अपने स्वयं के समूह को सूचित कर सकते हैं। इस प्रकार, समूह एक दूसरे से सीख सकते हैं।

कार्य के अंत में, जो कुछ सीखा गया है उसका सारांश बनाएं और आपको नज़र आई किसी भी गलतफहमी को सुधारें। आप चाहें तो प्रत्येक समूह का फीडबैक सुन सकते हैं, या केवल एक या दो समूहों से पूछ सकते हैं जिनके पास आपको लगता है कि कुछ अच्छे विचार हैं। विद्यार्थियों की रिपोर्ट करने की प्रक्रिया को संक्षिप्त रखें और उन्हें अन्य समूहों के काम पर फीडबैक देने को प्रोत्साहित करें जिसमें वे पहचान सकते हैं कि क्या अच्छा किया गया था, क्या बात दिलचस्प थी और किस बात को और विकसित किया जा सकता था।

यदि आप अपनी कक्षा में समूहकार्य को अपनाना चाहते हैं तो भी आपको कभी-कभी इसका नियोजन कठिन लग सकता है क्योंकि कुछ विद्यार्थी:

- सक्रिय शिक्षण का प्रतिरोध करते हैं और उसमें शामिल नहीं होते

- हावी होने वाली प्रकृति के होते हैं
- अंतर्वैयक्तिक कौशलों की कमी या आत्मविश्वास के अभाव के कारण भाग नहीं लेते।

सीखने के परिणाम कहाँ तक प्राप्त हुए और आपके विद्यार्थियों ने कितनी अच्छी तरह से अनुक्रिया की (क्या वे सभी लाभान्वित हुए) इस पर विचार करने के अलावा, समूहकार्य के प्रबंधन में प्रभावी बनने के लिए उपरोक्त सभी बिंदुओं पर विचार करना महत्वपूर्ण होता है। सामूहिक कार्य, स्त्रोतों, समयों या समूहों की रचना में आप द्वारा किए जा सकने वाले समायोजनों पर सावधानी से विचार करें और उनकी योजना बनाएं।

शोध से पता चला है कि विद्यार्थियों की उपलब्धि पर सकारात्मक प्रभाव पाने के लिए समूहों में सीखने का हर समय उपयोग करना आवश्यक नहीं है, इसलिए आपको हर पाठ में उसका उपयोग करने के लिए बाध्य महसूस नहीं करना चाहिए। आप चाहें तो समूहकार्य का उपयोग एक पूरक तकनीक के रूप में कर सकते हैं, उदाहरण के लिए विषय परिवर्तन के बीच अंतराल या कक्षा में चर्चा को अकस्मात शुरु करने के साधन के रूप में कर सकते हैं। इसका उपयोग विवाद को हल करने या कक्षा में अनुभवजन्य शिक्षण गतिविधियाँ और समस्या का हल करने के अभ्यास शुरू करने या विषयों की समीक्षा करने के लिए भी किया जा सकता है।

अतिरिक्त स्त्रोत

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: https://www.ncetm.org.uk/
- National STEM Centre: http://www.nationalstemcentre.org.uk/
- National Numeracy: http://www.nationalnumeracy.org.uk/home/index.html
- BBC Bitesize: http://www.bbc.co.uk/bitesize/
- Khan Academy's math section: https://www.khanacademy.org/math
- NRICH: http://nrich.maths.org/frontpage
- Art of Problem Solving's resources page: http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php
- Teachnology: http://www.teach-nology.com/worksheets/math/
- Math Playground's logic games: http://www.mathplayground.com/logicgames.html
- Maths is Fun: http://www.mathsisfun.com/
- Coolmath4kids.com: http://www.coolmath4kids.com/
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm
- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 1 ('Aspects of Teaching Mathematics'), Block 2 ('Numbers (I)'), Block 3 ('Numbers (II)'), Block 5 ('Measurement'): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 4 ('On Spatial Learning'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html
- *Manual of Mathematics Teaching Aids for Primary Schools*, published by NCERT: http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/pks-primarymanual.pdf
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremjifoundation.org/Foundation_Publications
- Textbooks developed by the Eklavya Foundation with activity-based teaching mathematics at the primary level: http://www.eklavya.in/pdfs/Catalouge/Eklavya_Catalogue_2012.pdf

- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including *List of Hands-on Activities in Mathematics for Classes III to VIII*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': http://cbse.nic.in/welcome.htm

संदर्भ/संदर्भग्रंथ सूची

Marton, F. and Booth, S. (1997) *Learning and Awareness*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Maturana H., and Varela, F. (1988) The Tree of Knowledge: The Biological Roots for Human Understanding. Boston, MA: Shambala.

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*. New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education (NCFTE)*. New Delhi: NCERT.

Van Hiele, P. (1986) *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Orlando, FL: Academic Press.

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

अभिस्वीकृतियाँ

यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/) के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है, जब तक कि अन्यथा निर्धारित न किया गया हो। यह लाइसेंस TESS-India, OU और UKAID लोगो के उपयोग को वर्जित करता है, जिनका उपयोग केवल TESS-India परियोजना के भीतर अपरिवर्तित रूप से किया जा सकता है।

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएं करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत भर के उन अध्यापक शिक्षकों, मुख्याध्यापकों, अध्यापकों और विद्यार्थियों के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन यूनिवर्सिटी के साथ काम किया है।