म.प्र. राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद
सा विद्या या विमुक्तये

शिक्षा का अधिकार
सर्व शिक्षा अभियान
सब पढ़ें सब बढ़ें
मध्य प्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल

TESS India

प्रारंभिक गणित

गणित में चित्रीय निरूपण: सांख्यिकी

भारत में विद्यालय समर्थित
शिक्षक शिक्षा

www.TESS-India.edu.in

http://creativecommons.org/licenses/

The Open University

UKaid
from the British people

एस.आर.मोहन्ती
अपर मुख्य सचिव

अ.शा.पत्र क्र R.S.K/10
दूरभाष कार्यालय - 0755-4251330
मध्यप्रदेश शासन
स्कूल शिक्षा विभाग
मंत्रालय, वल्लभ भवन, भोपाल-462 004
भोपाल, दिनांक 20-1-2016

संदेश

प्रिय शिक्षक साथियों,

बच्चों की शिक्षा को गुणवत्तापूर्ण और रोचक बनाने के लिए स्कूल शिक्षा विभाग निरन्तर प्रयासरत् है। आप सभी के प्रयासों से शिक्षकों के शिक्षण कौशल में भी निखार आया है और शालाओं में कक्षा शिक्षण भी आंनददायी तथा बेहतर हुआ है।

इसी दिशा में शिक्षकों को बाल केन्द्रित शिक्षण की ओर उन्मुख करने और शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्देश्यों को लेकर, TESS India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) का विकास किया गया हैं। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता व सुगमतापूर्वक किया जा सकता है। आशा है कि ये संसाधन, शिक्षकों एवं शिक्षक प्रशिक्षकों के व्यावसायिक उन्नयन और क्षमतावर्द्धन में लाभकारी और उपयोगी सिद्ध होंगे।

राज्य शिक्षा केन्द्र के संयुक्त तत्वाधान में TESS India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार किये गये मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) को www.educationportal.mp.gov.in पर भी उपलब्ध कराया गया हैं। आशा है इन संसाधनों के उपयोग से प्रदेश के शिक्षक और शिक्षक प्रशिक्षक लाभान्वित होंगे और कक्षाओं में पठन पाठन को रूचिकर और गुणवत्तायुक्त बनाने में मदद मिलेगी।
शुभकामनाओं सहित,

(एस.आर.मोहन्ती)

दीप्ति गौड मुकर्जी
आयुक्त
राज्य शिक्षा केन्द्र एवं
सचिव
मध्यप्रदेश शासन
स्कूल शिक्षा विभाग

अर्द्ध शा. पत्र क्र. : 8
दिनांक : 12-1-16
पुस्तक भवन, वी-विंग
अरेरा हिल्स, भोपाल-462011
फोन : (का.) 2768392
फैक्स : (0755) 2552363
वेवसाइट : www.educationportal.mp.gov.in
ई-मेल : rskcommmp@nic.in

संदेश

प्रिय शिक्षक साथियों,

सभी बच्चों को रूचिकर और बाल केन्द्रित शिक्षा उपलब्ध हो इसके लिए आवश्यक है कि हमारे शिक्षकों को शिक्षण की नवीनतम तकनीकों और शिक्षण विधियों से परिचित कराया जाए साथ ही इन तकनीकों के उपयोग के लिए उन्हे प्रोत्साहित भी किया जाए। TESS India द्वारा तैयार किये गये मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) के उपयोग से शिक्षक शिक्षण प्रविधि के व्यावहारिक उपयोग को सीख सकते हैं। इनकी सहायता से शिक्षक न केवल विषय वस्तु को सुगमता पूर्वक पढ़ा सकते हैं बल्कि पठन पाठन की इस प्रकिया में बच्चों की अधिक से अधिक सहभागिता भी सुनिश्चित कर सकते हैं।

राज्य शिक्षा केन्द्र स्कूल शिक्षा विभाग ने स्थानीय भाषा में तैयार किये गये इन मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) को अपने पोर्टल www.educationportal.mp.gov.in पर भी उपलब्ध कराया है।

आशा हैं, कि आप इन संसाधनों का कक्षा शिक्षण के दौरान नियमित रूप से उपयोग करेंगे और अपने शिक्षण कौशल में वृद्धि करते हुए बच्चों की पढ़ाई को आनंददायक बनाने का प्रयास करेंगे।

शुभकामनाओं सहित,

(दीप्ति गौड़ मुकर्जी)

शिक्षा का अधिकार

सर्व शिक्षा अभियान
सब पढ़ें सब बढ़ें

टेस–इण्डिया स्थानीयकृत ओईआर निर्माण में सहयोग

मार्गदर्शन एवं समीक्षा :
श्रीमती स्वाति मीणा नायक, अपर मिशन संचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एच. के. सेनापति, प्राचार्य, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. ओ.पी.शर्मा, अपर संचालक, मध्यप्रदेश एससीईआरटी
डॉ. अशोक कुमार पारीक उपसंचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री आर. पी. त्रिपाठी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
प्रो.जयदीप मंडल, विभागाध्यक्ष विज्ञान एवं गणित शिक्षा संकाय, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. आर. रायजादा, सहप्राध्यापक एवं विभागाध्यक्ष विस्तार शिक्षा, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. वी.जी. जाधव, से.नि. प्राध्यापक भौतिक, एनसीईआरटी
डॉ. के. बी. सुब्रमण्यम से.नि. प्राध्यापक गणित, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. आई. पी. अग्रवाल से.नि. प्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. अश्विनी गर्ग सहा. प्राध्यापक गणित संकाय, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. एल. के. तिवारी, सहप्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
श्री एल.एस.चौहान, सहा. प्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. श्रुति त्रिपाठी, सहा. प्राध्यापक अंग्रेजी, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. रजनी थपलियाल, व्याख्याता अंग्रेजी, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. मधु जैन, व्याख्याता शास. उच्च शिक्षा उत्कृष्टता संस्थान, भोपाल
डॉ. सुशोवन बनिक, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. सौरभ कुमार मिश्रा, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
श्री. अजी थॉमस, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. राजीव कुमार जैन, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
स्थानीयकरण :
भाषा एवं साक्षरता
डॉ. लोकेश खरे, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एम.एल. उपाध्याय से.नि. व्याख्याता शास. उत्कृष्ट उ.मा.विद्यालय मुरैना
श्री रामगोपाल रायकवार ,कनि. व्याख्याता, डाइट कुण्डेश्वर, टीकमगढ़
डॉ. दीपक जैन अध्यापक, शास. उत्कृष्ट उ.मा.विद्यालय क्र 1 टीकमगढ़
अंग्रेजी
श्री राजेन्द्र कुमार पाण्डेय, प्राचार्य, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्रीमती कमलेश शर्मा. डायरेक्टर , ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री हेमंत शर्मा, प्राचार्य, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री मनोज कुमार गुहा वरि. व्याख्याता, एससीईआरटी. मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एफ.एस.खान, वरि.व्याख्याता, प्रगत शैक्षिक अध्ययन संस्थान (आईएएसई) भोपाल
श्री सुदीप दास, प्राचार्य, शास.उ.मा.विद्यालय दालौदा, मन्दसौर
श्रीमती संगीता सक्सेना, व्याख्याता, ,शास.कस्तूरबा कन्या उ.मा.विद्यालय भोपाल
गणित
श्री बी.बी. पी. गुप्ता, समन्वयक गणित, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री ए. एच. खान प्राचार्य शास.उ.मा.विद्यालय रामाकोना, छिंदवाड़ा
डॉ. राजेन्द्र प्रसाद गुप्त , प्राचार्य शास. जीवाजी ऑब्जर्वेटरी उज्जैन
डॉ.आर,सी. उपाध्याय, वरि. व्याख्याता, डाइट, सतना
डॉ. सीमा जैन, व्याख्याता, शास. कन्या उ.मा.विद्यालय गोविन्दपुरा, भोपाल
श्री सुशील कुमार शर्मा, शिक्षक, शास. लक्ष्मी मंडी उ.मा.विद्यालय, अशोका गार्डन, भोपाल
विज्ञान
डॉ. अशोक कुमार पारीक उपसंचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
डॉ. सुसम्मा जॉनसन, व्याख्याता एस.आई.एस.ई. जबलपुर मध्यप्रदेश
डॉ.सुबोध सक्सैना, समन्वयक एससीईआरटी मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
श्री आर. पी. त्रिपाठी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री अरूण भार्गव, वरि. व्याख्याता, एससीईआरटी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
श्रीमती सुषमा भट्ट, वरि.व्याख्याता, एससीईआरटी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री ब्रजेश सक्सेना, प्राचार्य, एससीईआरटी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. रेहाना सिद्दकी से.नि. व्याख्याता सेन्ट फ्रांसिस हा. से. स्कूल भोपाल

*TESS-India (*विद्यालय समर्थित शिक्षक शिक्षा*)* का उद्देश्य मुक्त शैक्षिक संसाधनों की सहायता से भारत में प्रारंभिक और सेकेण्डरी शिक्षको के कक्षा शिक्षण व कक्षा निष्पादन को सुधारना है जिसमें वे इन संसाधनों की सहायता से बालकेंद्रित, सहभागी दृष्टिकोणों का विकास कर सकें। टेस इंडिया के मुक्त शैक्षिक संसाधन, शिक्षकों के लिए स्कूल पाठ्य पुस्तक के अतिरिक्त, सहयोगी पुस्तिका या संसाधन की तरह हैं। इसमें शिक्षकों के लिए कुछ गतिविधियां दी गई हैं जिन्हे वे कक्षाओ में बच्चों के साथ प्रयोग में ला सकते हैं, इसके साथ–साथ कुछ केस स्टडी भी दी गई हैं जो यह बताती हैं कि कैसे अन्य शिक्षकों ने विषयवस्तु को कक्षाओं में पढ़ाया। अपनी विषय संबंधी जानकारियों को बढ़ाने तथा पाठ योजनाओं को तैयार करने में संसाधनों का उपयोग किया।

TESS-India OER भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल भारतीय तथा अंतर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार किये गये है और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट रूप में उपयोग के लिए उपलब्ध हैं (*http://www.tess-india.edu.in*) OER कार्यक्रम से जुड़े प्रत्येक भारतीय राज्य के शिक्षकों के उपयोग के लिए उपयुक्त तथा कई संस्करणों में उपलब्ध हैं तथा शिक्षक व उपयोगकर्ता इन्हे अपनी स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों के अनुरूप इनका स्थानीय करण करके उपयोग कर सकते हैं।

प्रस्तुत संस्करण मध्यप्रदेश की स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को ध्यान में रखकर तैयार किया गया है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई में कुछ गतिविधियों के साथ यह आइकॉन (संकेत) दिया गया है: . इसका अर्थ है कि आप उक्त विशिष्ट विषय वस्तु या शैक्षणिक प्रविधि को और अधिक समझने के लिए TESS-India के वीडियो संसाधनों की मदद ले सकते हैं।

TESS-India वीडियो ससांधन (Resources) भारतीय परिप्रेक्ष्य में कक्षाओं में उपयोग की जा सकने वाली सीखने–सिखाने की विविध तकनीकों को दर्शाते हैं। हमें यकीन है कि इनसे आपको इसी प्रकार की तकनीकें अपनी कक्षा में करने में मदद मिलेगी। यदि इन वीडियो संसाधनों तक आपकी पहुँच नहीं हो तो कोई बात नहीं। यह वीडियो पाठ्यपुस्तक का स्थान नहीं लेते, बल्कि उसको पढ़ाने में आपकी मदद करते हैं।

TESS-India के वीडियो संसाधनों को TESS-India की वेबसाइट *http://www.tess-india.edu.in/* पर ऑनलाइन देखा जा सकता है या डाउनलोड किया जा सकता है। इसके अतिरिक्त आप इन वीडियो को सीडी या मेमोरी कार्ड में लेकर भी देख सकते हैं।

संस्करण *2.0 EM11v2*
Madhya Pradesh
तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है*: http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/*
TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है?

इस इकाई में आप आंकड़ों का निरूपण और चित्रमय ढंग से सारांशीकृत किए जा सकने वाले तरीकों के बारे में आप अपने विद्यार्थियों की समझ विकसित करने सक्षम हों जानेंगे। इन विद्यार्थियों के कौशल महत्वपूर्ण हैं क्योंकि व्यवसाय, राजनीति, विपणन और विज्ञान के साथ ही व्यापक रूप से मीडिया रिपोर्टिंग में आंकड़ों के निरूपण के लिए चित्रोंका अत्यधिक उपयोग होता है।

आंकडों दिखाने के लिए चित्र बनाने की बेहतर समझ का होना एक महत्वपूर्ण कौशल है। आंकडों के प्रस्तुतीकरण के लिए समाचारपत्र एवं टीवी कार्यक्रम चित्रोंका उपयोग करते हैं। चित्रोंको समझने एवं विश्लेषित करने में समर्थ होना एक ऐसा तरीका है जिसमें गणित आपके विद्यार्थियों को वास्तविक दुनिया में बुद्धिमानीपूर्वक कार्य करने में सशक्त बना सकता है।

इस इकाई में गतिविधियों के माध्यम से कार्य करने के द्वारा आप गणित को समझने के लिए संसाधनों के रूप में भौतिक रूप से अपने स्वयं के शरीर और अपने जीवन के पहलुओं का प्रयोग करने हेतु अपने विद्यार्थियों को सक्षम बनाने के लिए विकासात्मक तरीकों के बारे में भी सोच पाएँगे। इस प्रक्रिया को 'मूर्त रूप' की तरह जाना जाता है। मूर्त रूप के अनुसार विद्यार्थियों से यह अपेक्षा होती है कि वे सीखे जा रहे गणित में पूरी तरह से खुद को शामिल कर लें और विषय के बारे में सोचें और प्रश्न पूछें।

इस इकाई से आप क्या सीख सकते हैं?

- आंकडों की चित्रमय प्रस्तुति कैसे करें, उदाहरण के लिए दण्ड आलेख, आयत चित्र, लाइन ग्राफ़ और पाइ चार्ट का उपयोग करते हुए।
- सांख्यिकीय विचारों को प्रस्तुत करने के लिए भौतिकीय प्रस्तुतिकरणों के रूप में विद्यार्थियों के उपयोग के लिए कुछ विचार।
- विद्यार्थियों के शिक्षण को स्वयं उन्हीं के सन्दर्भ में किस प्रकार आधार बनाएँ।

इस इकाई का संबंध NCF (2005) और NCFTE (2009) की दर्शाई गई शिक्षण आवश्यकताओं से है। संसाधन 1।

1 आंकडों के साथ कार्य करना

विचार कीजिए

- आंकडों के निरूपण के लिए चित्रों का उपयोग करने के कई तरीकों के बारे में विचार करें। उन कुछ तरीकों को सूचीबद्ध करें जिन्हें आपने हाल ही में देखा है। कुछ समाचार पत्रों में देखें या इंटरनेट का इस्तेमाल कर कुछ ऑनलाइन समाचार रिपोर्ट में देखें। आप किस तरह के चित्रोंढूँढ सकते हैं?
- इन चित्रों को ध्यान से देखें। आपको देने के लिए उन्होंने कौन सी जानकारी का दावा किया है? क्या वास्तव में वे वही दिखाते हैं जिन्हें दिखाने का वे दावा करते हैं या कुछ सूक्ष्म तरीके (या कोई भी सूक्ष्म तरीका नहीं) दिए गए हैं जिसके आधार पर चित्रों के संदेश परिवर्द्धित करने के लिए उनमें हेरफेर किया गया है।

इन चित्रों को रखें - उनका बाद में एक गतिविधि के लिए इस्तेमाल किया जा सकता है।

आंकड़ों का उपयोग न केवल पूरे भारत में बल्कि दुनिया के बाकी देशों में भी बढ़ता जा रहा है। ऐसा आंकडों के एकत्रण, व्यवस्थापन और संग्रहण के लिए कंप्यूटर और इलेक्ट्रॉनिक माध्यमों की बढ़ती उपलब्धता की वजह से है। आंकडों द्वारा जानकारी सूचित की जाती है जो कि संख्यात्मक (मात्रात्मक) या वर्णनात्मक (गुणात्मक) हो सकती है। चूंकि यह इकाई गणित के बारे में है, अतः यहाँ निरूपित किया जाने वाला अधिकांश आंकडों संख्यात्मक होगा।

स्कूलों में व्यापक रूप से संख्यात्मक आंकडों एकत्रित किया जा सकता है: प्रत्येक दिन उपस्थित होने वाले विद्यार्थियों की संख्या, कक्षाओं की संख्या, कक्षाओं के कक्षों की संख्या या शिक्षकों की संख्या। आप शायद अधिक के बारे में सोच सकते हैं। यदि ये संख्याएँ केवल पुस्तक में दी भर गई हैं और उन्हें किसी भी तरह से क्रमित या निरूपित नहीं किया गया है तो ऐसा कोई भी संदेश खो जाएगा जो प्रदान किए जाने के लिए सक्षम हो सकता है।

इसलिए, आंकडों को इस तरीके से निरूपित किया जाता है जिससे वह व्यक्ति को दुनिया और उसके काम करने के बारे में समझने हेतु जानकारी प्राप्त करने के लिए सक्षम बनाए। यदि किसी देश की जनसंख्या में लगातार वृद्धि हो रही है, लेकिन उत्पादित होने वाले भोजन की मात्रा स्थिर बनी हुई है तो अधिक भोजन आयात करने की आवश्यकता होगी। एक चित्रमय निरूपण से स्पष्टतया यह बिंदु प्राप्त हो सकता है।

आंकडों को कई तरीकों से क्रमित एवं निरूपित किया जाता है, उदाहरण के लिए निम्न का उपयोग करते हुए:

- सारणी
- चित्र आलेख(pictogram)

- दण्ड आलेख (bar-graph)
- आयत चित्र (Histogram)
- वृत चित्र (pie chart)
- लाइन ग्राफ़।

प्रत्येक प्रकार के चित्रों के अपने नियम गणित में, इसके उदाहरण निम्नलिखित हैं:

- पाँच मिलान चिह्नों का समूह।
- क्षैतिज अक्ष पर स्वतंत्र चर को प्रदर्शित करते है।
- आश्रित चर ऊर्ध्वाधर को y-अक्ष का उपयोग कर दिखाया गया है।
- प्रत्येक अक्ष पर चिह्नों के बीच का स्थान बराबर होना चाहिए।

इनमें कुछ नियम और अभ्यास दूसरों की तुलना में अधिक महत्वपूर्ण हैं।

गतिविधि 1 में विद्यार्थियों को स्वयं से बार चार्ट बनाना शामिल है ताकि वे यह सोचना आरंभ करें कि बार चार्ट द्वारा निरूपित आंकडों का वास्तव में क्या अर्थ है।

इस अंक में अपने विद्यार्थियों के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने से पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह या आंशिक रूप से स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा यदि आप इसे अपने किसी सहकर्मी के साथ आज़माएँगे, क्योंकि जब आप उस अनुभव पर विचार करेंगे तो इससे आपको मदद मिलेगी। स्वयं प्रयास करने से आपको शिक्षार्थी के अनुभवों के भीतर देखने का मौका मिलेगा, यह आपके शिक्षण और एक शिक्षक के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित करेगा।

गतिविधि 1: अपने खुद के आंकडों का निरूपण

भाग 1: बार चार्ट बनाना

तैयारी

आपके विद्यार्थियों को इस गतिविधि के लिए काफी स्थान की आवश्यकता होगी, अतः बाहर जाना या सभा कक्ष में जाना एक अच्छा विचार होगा (चित्र 1)।

चित्र **1** कक्षा से बाहर गणित को मूर्त रूप देती हुई एक कक्षा।

स्कूल के मैदान में काम करने के लिए विद्यार्थियों से कहते समय आपको हमेशा यह सुनिश्चित करना चाहिए कि आपके विद्यार्थी आती-जाती हुई गाड़ियों या निर्माण कार्य जैसे सामना किए जा सकने वाले सुरक्षा खतरों के प्रति जागरूक हैं और वे मौसम में होने वाले बदलावों के लिए भी तैयार हैं।

आपको अक्षों के चित्रण के लिए प्रयुक्त किए जा सकने वाली कुछ सतह ढूँढने की आवश्यकता होगी। एक भवन का कोना इसके लिए उपयुक्त है, खास तौर पर यदि आप अक्ष पर मार्किंग दिखाने के लिए दीवारों पर चॉक का उपयोग कर सकते हैं। यदि आप फ़र्श वाले पत्थरों की जगह तक पहुँच सकते हैं, तो यह उपयोगी होगा, लेकिन यह अनिवार्य नहीं है।

गतिविधि

- विद्यार्थियों से कहें कि वे अपनी कक्षा में उपस्थित सभी विद्यार्थियों की बहनों की संख्या प्रदर्शित करने वाला एक बार चार्ट बनाने वाले हैं।
- विद्यार्थियों से पूछें कि प्रत्येक की कितनी बहनें हैं।
- उन सभी विद्यार्थियों से पूछें जिनकी कोई बहन नहीं है ताकि उनके लिए आप शून्य के निर्धारण वाले स्थान से एक सीधी पंक्ति बना सकें।
- फिर उन विद्यार्थियों से पूछें जिनकी केवल एक बहन है ताकि शून्य पंक्ति से आगे एक पंक्ति बना सकें किंतु जो उसको स्पर्श न करती हो। सुनिश्चित करें बिना बहनों वाली बनाई गई पंक्ति से वे समान दूरी पर अपनी पंक्ति में स्थित हैं। विद्यार्थियों से पूछें कि उन्हें ऐसा क्यों करना चाहिए।
- फिर दो बहनों, तीन बहनों और उससे अधिक बहनों वालों के साथ जारी रखें। वहां जगह छोड़ दें जहां बहनों की संख्या में अंतराल है। उनमें से कुछ ऐसे हो सकते हैं जिनकी चार बहनें हैं किंतु पाँच नहीं और कुछ ऐसे हो सकते हैं जिनकी संभवतः छः बहनें हों।
- या तो विद्यार्थियों से पूछें कि उन्होंने किस तरह का चार्ट बनाया है, या फिर आप उन्हें बताएँ कि उन्होंने एक बार चार्ट बनाया है।
- अब उनसे कुछ प्रश्न पूछें, जैसे कि: कितने विद्यार्थियों की तीन बहनें हैं? कितने विद्यार्थियों की कोई बहन नहीं है? बहनों की सर्वाधिक सामान्य संख्या क्या है (मोड)? पूरी कक्षा की कितनी बहनें हैं, यह जानने का प्रभावी तरीका क्या होगा?
- कक्षा को लगभग 10 विद्यार्थियों के समूहों में विभाजित करें। उनसे अपना खुद का बार चार्ट बनाने के लिए कहें। वे अपनी रुचि का या प्रदत्त सूची से कोई एक विषय चुन सकते हैं। विषय कुछ इस तरह के हो सकते हैं: वैसे लोगों की संख्या जिन्हें कुछ बॉलीवुड सितारे पसंद हैं या उन्हें लन्च में क्या खाना पसंद है या एक दिन में उनके पास कितनी ड्रिंक हैं। जब वे अपने बार चार्ट बना लें तो आप उनसे कहें कि वे इसे देखने के लिए आपको बुलाएँ और फिर उपरोक्त के समान उनसे सवाल पूछें।
- कार्य को समाप्त करने के लिए, प्रत्येक समूह से पूरी कक्षा के समक्ष अपने बार चार्ट दिखाने के लिए कहें। विद्यार्थियों को अपने चार्ट के बारे में समूह प्रश्न पूछने के लिए प्रोत्साहित करें।

भाग 2: वृत्त चित्र बनाना

तैयारी

पाइ चार्ट का निर्माण समान तरीके से ही किया जा सकता है लेकिन उनके लिए थोड़े अधिक व्यवस्थापन की आवश्यकता होती है। आपको काग़ज़ के टुकड़ों, एक लंबे तार या रस्सी और एक जोड़ी कैंची की आवश्यकता होगी।

इसे आरंभ करने के लिए 20 विद्यार्थियों को शामिल करें।

गतिविधि

- प्रत्येक विद्यार्थी से एक प्रदत्त श्रेणी से अपना पसंदीदा विकल्प उठाने के लिए कहें नाश्ता पकवान के प्रकार (उदाहरण के लिए इडली, पोहा, पराठा या उपमा, सैंडविच) या फल के प्रकार। एक पाइ चार्ट के लिए चार या पाँच श्रेणियाँ उपयुक्त हैं।
- विद्यार्थियों को काग़ज़ के अपने टुकड़े पर अपना विकल्प चित्रित करने या लिखने का निर्देश दें।
- उन सभी विद्यार्थियों को एक शृंखला में हाथ पकड़कर खड़े होने के लिए कहें जिन्होंने समान विकल्प बनाए हैं, फिर सभी विद्यार्थियों को एक दूसरे का हाथ पकड़कर एक वृत्त बनाने के लिए कहें।
- श्रेणियों के बीच में विभाजन को चिह्नित करने के लिए वृत्त के केंद्र से जाने के लिए एक तार का प्रयोग करें ताकि पाइ चार्ट बनाया जा सके।
- अब उनसे यह निर्णय लेने के लिए कहें कि कौन सी सर्वाधिक लोकप्रिय श्रेणी है। अर्थात, वृत्त के किस क्षेत्र में सर्वाधिक विद्यार्थी हैं? उन्हें बताएँ कि इसे 'मोड' कहा जाता है।
- और अधिक प्रश्न पूछें, जैसे कि आप कैसे बता पाएँगे कि दो एक जैसे क्षेत्रों में कौन सबसे बड़ा था यदि आप केवल पाइ चार्ट को देख सकते हैं, विद्यार्थियों को नहीं।

वीडियो: सभी को शामिल करना

केस स्टडी 1: गतिविधि 1 के उपयोग का अनुभव श्रीमती जोशी बताती हैं

यह एक अध्यापिका की कहानी है जिसने अपने प्रारंभिक कक्षा के विद्यार्थियों के साथ गतिविधि 1 का प्रयास किया।

मैंने पहली गतिविधि छठी कक्षा के साथ की थी। उन्हें बार चार्ट बनाने का यह विचार बहुत पसंद आया। हमारी कक्षा में, किसी भी विद्यार्थी की चार बहनें नहीं थीं और केवल एक ही ऐसा विद्यार्थी था जिसकी पाँच बहनें थी। एक बहन वाले विद्यार्थियों की संख्या सबसे अधिक थी और केवल थोड़े ही विद्यार्थी थे जिनकी तीन बहनें थीं।

वे सभी अपने को आसानी से रखते हुए प्रश्नों के उत्तर दे पा रहे थे। इसलिए, जब अगला भाग संपन्न किया जा रहा था तो उनके द्वारा बनाए जा सकने वाले अलग अलग बार चार्टों के बारे में विभिन्न समूहों द्वारा कई सारे सुझाव प्रस्तुत हुए। एक समूह ने कहा कि वे प्रत्येक विद्यार्थी के भाइयों एवं बहनों की संख्या गिन सकते हैं और उसका एक ग्राफ़ बना सकते हैं। एक अन्य समूह ने कहा कि वे प्रत्येक विद्यार्थी से पूछ सकते हैं कि उनमें से प्रत्येक के परिवार में कितने स्नातक सदस्य हैं।

वहीं एक दूसरे समूह ने कहा कि वे यह पता लगा सकते हैं कि प्रत्येक विद्यार्थी ने दिन भर में कितने गिलास पानी पीया। मोना ने यह कहते हुए आपत्ति की कि वह हमेशा पीने के लिए गिलास का प्रयोग नहीं करती लेकिन तभी ग्रुप लीडर दिनेश ने यह कहते हुए प्रतिवाद किया कि 'हम उनसे पानी के गिलास के संबंध में अनुमान की दृष्टि से पूछने वाले हैं।'

मैंने आठवीं कक्षा के साथ पाइ चार्ट गतिविधि की। मैंने उनसे पूछा कि यदि उन्हें निम्न पांच विकल्पों में से अपना पसंदीदा नाश्ता पकवान चुनने का विकल्प दिया जाए तो वे उनमें से क्या चुनेंगे: इडली, पोहा, पराठा या उपमा ,सैंडविच? मैंने मीता और नेहा से आगे आकर स्तंभों में मिलान चिह्नों को रखने के लिए कहा, जिसे मैंने उनमें से प्रत्येक के लिए बनाया था और जब वे ऐसा कर रहे थे तो बाकी सभी विद्यार्थी अपने विकल्प चुन रहे थे। मीता ने भी सभी को खड़े होने के लिए कहा और समान पसंद वालों के साथ एक समूह का निर्माण किया। इस तरह से वे नेहा द्वारा मिलान चिह्नों में रखी गई संख्याओं को सत्यापित कर सके।

फिर उन्होंने भी शेष समूहों द्वारा बनाए गए वृत्तों के अनुसार बनाया। और उनमें से कुछ यह अनुमान लगा सके कि कौन सा सबसे बड़ा अनुभाग होने जा रहा है।

फिर हमारे बीच इस बात को लेकर व्यापक चर्चा हुई कि संपूर्ण वृत्त के लिए वृत्त खंड कैसे थे, जैसे कि परिधि के लिए उस भाग का चाप था, इसके अलावा इस बात पर भी चर्चा हुई कि संपूर्ण केंद्रीय कोण के लिए वृत्त खंड का केंद्रीय कोण कैसा था। कुछ विद्यार्थी उससे पूरी तरह सहमत नहीं थे, अतः हमने काग़ज़ पर उसका निरूपण करने और यह देखने की कोशिश की कि वस्तुस्थिति क्या है। लेकिन मैं इस चर्चा से खुश थी। मुझे यकीन है कि हमारे द्वारा चर्चा की गई बातों में से कुछ अंश अवश्य ही अधिकांश विद्यार्थियों के मानस पटल पर स्थायी शिक्षण के रूप में अंकित हो जाएगा।

गतिविधि **2:** दैनिक जीवन में दण्ड आलेख का चित्रीय निरूपण
तैयारी इस अध्याय से कुछ दिन पहले विद्यार्थियों से उनके घर में उपलब्ध अख़बारों और पत्रिकाओं में या इंटरनेट पर खोज करके बार चार्ट और आंकडों की अन्य ग्राफ़िकल प्रस्तुतियाँ ढूँढने को कहें। उन्हें प्राप्त कोई भी उदाहरण उन्हें साथ लाने को कहें। यह गतिविधि चार विद्यार्थियों के समूह में करने पर कारगर होती है, क्योंकि उस स्थिति में उनके पास जाँच करने के लिए अधिक उदाहरण उपलब्ध होते हैं। गतिवधि विद्यार्थियों को निम्नलिखित पंक्तियों के आधार पर निर्देश दें: • आपसे आपको दिखने वाले बार और पाई चार्ट के उदाहरण साथ लाने को कहा गया था। अपने समूह के साथ साझा करने के लिए इसे एक डेस्क पर लगा दें। • चार्ट को तेज़ी से छाँटें और तय करें कि कौन-कौन से चार्ट हैं जिन्हें समझने के लिए आपको ज्यादा समय जाँच में नहीं गँवाना होगा ('आसान' संचयन) और कौन-कौन से चार्ट हैं जिन्हें समझने के लिए आपको जाँच में अधिक समय ('कठिन' संचयन) देना होगा। • अब कठिन वाले संचयन को जाँचें और अपने समूह में इस बात पर चर्चा करें कि इन ग्राफ़ में ऐसा क्या है जो उन्हें समझने में कठिन बना देता है। इसके बारे में अपने विचार लिख डालें। • अब सरल वाले संचयन की जांच करें और अपने समूह में चर्चा करें कि इन ग्राफ़ के बारे में ऐसा क्या है जो उन्हें समझने में इतना आसान बना देता है। इसके बारे में अपने विचार लिख डालें। • इन दो सूचियों की तुलना करें। इन सूचियों में क्या समानताएँ हैं और क्या अलग हैं? • अपने उत्तरों का उपयोग करके 'बार चार्ट बनाते समय की जाने वाली अच्छी चीज़ों' या 'पाई चार्ट बनाते समय की जाने वाली अच्छी चीज़ों' की एक सूची बनाएँ।

केस स्टडी 2: श्री राऊल गतिविधि 2 के उपयोग के बारे में बताते हैं

इस गतिविधि की शुरुआत अच्छी नहीं रही: मैंने विद्यार्थियों से बार चार्ट के उदाहरण लाने को कहा था – और वे लाए … कुछ भी नहीं। शायद उनके पास कोशिश करने के लिए पर्याप्त प्रेरणा नहीं थी या शायद उन्हें पता नहीं था कि चार्ट ढूँढने के लिए कहाँ ढूँढना चाहिए। उन्हें प्रेरित करने के लिए मैंने उन्हें अब तक इस इकाई में जो पढ़ा था बता दिया और उन्हें ऐसे उदाहरणों के बारे में सोचने के लिए कहा जहाँ वास्तविक जीवन में चार्ट का उपयोग किया जाता है।

एक उदाहरण देने के लिए मैंने उन्हें वो पत्रिकाएँ और अख़बार दिखाए जिनमें चार्ट के उदाहरण दिए हुए थे, ताकि वो देख सकें कि उन्हें वो कहाँ मिल सकते हैं। अगली कक्षा तक अधिकतर विद्यार्थी कई उदाहरण ले आए थे – कुछ ने तो इंटरनेट से कुछ चार्ट भी डाउनलोड कर लिए थे।

विद्यार्थी चार के समूह में काम कर रहे थे। जो चार्ट वे अक्सर टीवी पर देखते थे, वे उन्हें आसान लगे, खास कर गेम और विज्ञापन से संबंधित चार्ट और उन्होंने तय किया कि ऐसा इसलिए था कि उसके द्वारा दर्शाई जानकारी सरल थी। हालाँकि उन्होंने ये ज़रूर देखा कि इन 'आसान' चार्ट में से कुछ में उपयोग किए गए पैमाने स्पष्ट नहीं थे और अक्षों पर लगे लेबल भी हमेशा सही नहीं थे। मेडिकल और आर्थिक जानकारी दर्शाने वाले चार्ट के साथ उन्हें ज़्यादा कठिनाइयाँ महसूस हुईं। हर अक्ष पर क्या दर्शाया गया था यह पहचानना और हर चार्ट में सटीक रूप से क्या दिखाया गया था यह वर्णन करना उन्हें काफ़ी कठिन प्रतीत हुआ।

मैंने बाद में अभ्यास समस्याओं में उपयोग के लिए चार्ट एकत्रित किए और विद्यार्थियों से कहा कि वे हो सके तो और लाएँ ताकि हमारे पास आने वाले कई सालों के लिए चार्ट की एक समूची लाइब्रेरी तैयार हो जाए।

विचार कीजिए

- श्री राऊल के विद्यार्थियों द्वारा बार चार्ट का कोई उदाहरण न लाने पर श्री राऊल की प्रतिक्रिया के बारे में आप क्या सोचते हैं? इस अध्याय की तैयारी के दौरान ऐसी संभावित स्थिति का उन्होंने कैसे अनुमान लगाया होगा? आपके अनुसार बच्चों से इस तरह के संसाधन मंगवाने के क्या फ़ायदे हैं और जिस तरह के उदाहरण वे लाते हैं, उससे क्या आपको लगता है कि कोई कठिनाई पैदा हो सकती है?

3 खंडित और सतत डेटा

आंकिक आंकडों दो प्रकार का हो सकता है: 'खंडित' और 'सतत'। विवित्त आंकडों गिना जाता है, जबकि सतत आंकडों मापा जाता है।

- खंडित आंकडों केवल निश्चित मान ले सकता है। उदाहरण के लिए, किसी कक्षा में विद्यार्थियों की संख्या खंडित है क्योंकि आपके पास आधा विद्यार्थी नहीं हो सकता। इसलिए बार चार्ट, जैसे कि गतिविधि 1 में 'बहनें' उदाहरण, खंडित आंकडों दिखाते हैं।
- सतत आंकडों किसी सीमा के भीतर कोई भी मान ले सकता है। उदाहरण के लिए, एक व्यक्ति की लंबाई आदमी की लंबाई की सीमा में कोई भी मान हो सकता है, लोगों की लंबाई किसी निश्चित मान तक नहीं बढ़ती। समय एक और अच्छा उदाहरण है क्योंकि आप 100 मीटर दौड़ने में लगे समय को सेकंड के एक हिस्से तक माप सकते हैं। सतत आंकडों दर्शाने के लिए अधिक सावधानी की आवश्यकता होती है क्योंकि आपको यह तय करना होता है कि सभी माप ग्राफ़ के किस हिस्से में फ़िट होता है और कभी-कभी ये एक अत्याधिक सूक्ष्म फैसला होता है। अगली गतिविधि में विद्यार्थियों को इसके बारे में सोचने के लिए कहा जाता है।

गतिविधि 3: 'व्यक्ति गणित' और आयत चित्र

तैयारी

एक बार फिर, जगह के कारणों से यह गतिविधि कक्षा के बाहर सर्वश्रेष्ठ तरीके से की जाती है। आपको लंबाई मापने के तरीके की आवश्यकता पड़ेगी, उदाहरण के लिए सेंटीमीटर से चिह्नित की गई 2 मीटर लंबी एक छड़ी।

यह गतिविधि आपके अपने विद्यार्थियों की सोच को बढ़ावा देने के लिए प्रश्न पूछने की तरकीब का उपयोग करने के अच्छे अवसर प्रदान करेगी। आपके नियोजन के एक हिस्से के रूप में, आप गतिविधि के दौरान प्रश्न पूछने की विधि का कैसे उपयोग करेंगे इसके बारे में सोचने के लिए संसाधन 2 का उपयोग कर सकते हैं।

लगभग 20 विद्यार्थियों के समूह का उपयोग करें ताकि श्रेणियों में विभाजित करने के लिए पर्याप्त विद्यार्थी हों लेकिन इतने भी न हों कि आप जो चित्रित करना चाहते हैं वही धुंधला हो जाए।

चित्र **2** कक्षा के बाहर 'व्यक्ति गणित'।

गतिविधि

- विद्यार्थियों से उनकी लंबाई के क्रम में खड़े होने को कहें।
- विद्यार्थियों की एक जोड़ी को माध्य लंबाई पता करने के लिए कहें।

- एक विद्यार्थी से सबसे छोटे और सबसे लंबे व्यक्ति की लंबाई माप कर इस समूह की सीमा जानने के लिए कहें। चर्चा करें कि क्या यह सारी कक्षा की सीमा के समान है। क्यों या क्यों नहीं?
- विद्यार्थियों से निम्नलिखित प्रश्न पूछें: 'यदि कोई एक 11 वर्ष के बच्चे की 'औसत' लंबाई (या आपकी कक्षा के विद्यार्थियों की 'औसत' आयु) जानना
  चाहता हो, तो क्या निकाला गया माध्य एक अच्छी प्रस्तुति होगी? क्यों या क्यों नहीं?'
- अब निम्नलिखित प्रश्न पूछें: 'मैं चाहता हूँ कि आप अपनी लंबाइयों के लिए एक आयतचित्र बनाएँ। या फिर ये एक बार चार्ट होना चाहिए?'
- विद्यार्थियों से पूछें कि चार्ट बनाने के लिए विद्यार्थियों की लंबाई को विभाजित करने का एक व्यावहारिक तरीका क्या होगा; यह सीमा पर निर्भर होगा। पाँच 'बार' का लक्ष्य बनाएँ। बार बनाने के लिए विद्यार्थियों को वहाँ ले जाएँ।

अब वापस कक्षा में जाएँ।

- एक विद्यार्थी को सारे 20 विद्यार्थियों की लंबाई माप कर और दर्ज करके ब्लैकबोर्ड पर लिखने के लिए कहें।
- विद्यार्थियों से एक टैली चार्ट बनाने को कहें और फिर इस आंकडों के लिए आयत चित्र बनाने के लिए कहें।
- पूछें कि आयत चित्र के बार क्यों छूते हैं जबकि बार चार्ट के बार नहीं छूते।

वीडियो: सोच ने की प्रक्रिया को बढ़ावा देने के लिए प्रश्न पूछने का उपयोग करना

केस स्टडी 3: गतिविधि 3 के उपयोग का अनुभव श्रीमती कपूर बताती हैं

मेरी कक्षा में 63 विद्यार्थी थे, इसलिए मैंने उनमें से 26 से आगे आने को कहा, ये ध्यान रखते हुए कि कई अलग-अलग लंबाइयों वाले विद्यार्थी उनमें शामिल थे। बाकी को पीछे रहने को और अवलोकन करके चर्चा को नोट करने में मदद करने के लिए कहा गया।

उन्हें बार ग्राफ़ के रूप में दर्शाया क्यों नहीं जा सका, इस विषय पर चर्चा बहुत गर्म रही और उनमें से सभी ने बढ़ चढ़ कर हिस्सा लिया। मोहित ने कहा जब एक विद्यार्थी ने कहा कि यदि मापन एकदम सटीकता से किया जाए तो उनमें से हरेक को आयतचित्र के एक बार के रूप में दर्शाया जा सकता है, तो ऐसा लगा कि हमें 26 बार बनाने पड़ेंगे।

फिर एक चर्चा हुई कि हम कितने समूह बना सकते हैं, क्या ऐसा कोई प्रतिबंध या नियम था जिसके आधार पर हम तय कर सकते थे। और तब हमने बात की कि कैसे यह सीमा हमें इस पर निर्णय लेने में मदद कर सकती थी। कुछ ने कक्षा अंतर आकार को 3 सेमी रखना चाहा, तो कुछ उसे 5 सेमी रखने के पक्ष में थे। आखिर में मैंने कहा कि वे वो करें जो वो सही समझते थे और समूह बनाएँ और देखें कि काग़ज़ पर बताने पर वे कैसे काम करते थे। तो हमने एक पंक्ति बनाई और सभी 26 विद्यार्थियों की लंबाई मापी।

मैंने उन्हें मिलान चिह्नों का उपयोग करके और फिर आयतचित्र बना कर आंकडों को उचित फ़ॉर्म पर रखने के लिए चार-चार के समूह बनाने को कहा। इस बिंदु पर मुझे भी इस बारे में बात करना समझदारी लगी कि बार चार्ट में बार के बीच अंतर क्यों होता है जबकि आयतचित्र में ऐसा नहीं होता। यह चर्चा भी बेहद दिलचस्प रही और काफी लोगों ने इसमें भाग लिया। अंत होने तक मुझे लगा कि उन्होंने ऐसा होने के कारणों से एक दूसरे को संतुष्ट कर दिया था।

विचार कीजिए

श्रीमती मोहंती ने इस गतिविधि के दौरान पूरी कक्षा के साथ खूब चर्चा की। क्या आप ऐसी नीतियों के बारे में सोच सकते हैं जिनका उपयोग उन्होंने गतिविधि के मुख्य भाग के दौरान जोड़ी या छोटे समूहों में चर्चा शामिल करने के लिए किया हो?

अब सोचें कि आपकी कक्षा के साथ गतविधि कैसी रही और निम्न सवालों पर विचार करें:

- अपने विद्यार्थियों की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- आपके विद्यार्थियों के जवाबों ने विविक्त और सतत आंकडों के बीच अंतर की आपकी समझ के बारे में आपसे क्या कहा?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- क्या आपने ऐसे विद्यार्थियों को पहचाना जिन्हें इन उपायों के साथ और अधिक अभ्यास की आवश्यकता है?

4 सारांश

इस इकाई का अध्ययन करने में आपने सोचा कि आंकडों दिखाने वाले चार्ट क्या दर्शाते हैं इसके बारे में एक स्पष्ट विचार विकसित करने के लिए विद्यार्थियों को कैसे सक्षम किया जा सकता है। आपने इस बात पर ध्यान दिया कि विद्यार्थियों को बार चार्ट, पाई चार्ट और आयतचित्र बनाने में कैसे मदद प्रदान की जाए और आपने सीमा, मोड, माध्य और औसत की भूमिका के बारे में भी विचार किया है।

इस इकाई की एक प्रमुख विषयवस्तु यह है कि जब विद्यार्थी गणितीय आंकडों और अवधारणाओं को दर्शाने के लिए खुद का उपयोग करते हैं, तो वे उन उपायों को बेहतर याद रखेंगे क्योंकि वे खुद उसमें शामिल हैं और प्रश्न पूछ सकते हैं।

आपने यह भी देखा होगा कि अपने विद्यार्थियों को सीखने में बेहतर सहायता करने में आपके शिक्षण को प्रतिबिंबित करना fकितना महत्वपूर्ण है।

विचार कीजिए

- ऐसी तीन तकनीकों या रणनीतियों की पहचान करें जो आपने इस इकाई में सीखी हैं जिन्हें आप अपनी कक्षा में अन्य विषयों में उपयोग कर सकते हैं।

संसाधन

संसाधन 1: एनसीएफ/एनसीएफटीई आवश्यकताएँ

यह इकाई एनसीएफ (2005) और एनसीएफटीई (2009) की निम्नलिखित शिक्षण आवश्यकताओं के साथ संबंध स्थापित करती है तथा उन आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगी:

- शिक्षार्थियों को उनके शिक्षण में सक्रिय प्रतिभागी के रूप में देखें न कि सिर्फ ज्ञान प्राप्त करने वाले के रूप में; ज्ञान निर्माण के लिए उनकी क्षमताओं को कैसे प्रोत्साहित करें; रटने वाली पद्धतियों से शिक्षण को दूर कैसे ले जाएँ।
- विद्यार्थियों को गणित को किसी ऐसी चीज़ के रूप में लेने दें जिसके बारे में वे बात करें, जिसके द्वारा संवाद करें, जिसकी आपस में चर्चा करें, जिस पर साथ मिलकर कार्य करें।
- चलिए विद्यार्थियों को गणित का महत्व समझने दें और सूत्रों तथा यांत्रिक प्रक्रियाओं से आगे बढ़कर गणित को जानने का प्रयास करने दें।

संसाधन 2: सोच-विचार को बढ़ावा देने के लिए प्रश्न पूछने का उपयोग करना

शिक्षक अपने विद्यार्थियों से हर समय प्रश्न पूछते है; प्रश्नों का तात्पर्य होता है कि शिक्षक सीखने, और अधिक सीखने में अपने विद्यार्थियों की मदद कर सकें। एक अध्ययन (हैस्टिंग्ज, 2003) के अनुसार, शिक्षक औसत रूप से अपना एक तिहाई समय विद्यार्थियों से प्रश्न पूछने में बिताते हैं। पूछे गए प्रश्नों में से, 60 प्रतिशत ने तथ्यों का स्मरण दिलवाया और 20 प्रतिशत प्रक्रियागत थे (हैटी, 2012)। इन प्रश्नों के अधिकांश उत्तर या तो सही थे या गलत। लेकिन क्या ऐसे प्रश्न पूछने भर से, जो या तो सही हैं या गलत, सीखने को बढ़ावा मिलता है?

प्रश्न कई अलग-अलग प्रकार के होते हैं जो विद्यार्थियों से पूछे जा सकते हैं। शिक्षक जो उत्तर और परिणाम चाहता है, उसी के अनुसार तय होता है कि शिक्षक को किस प्रकार के प्रश्नों का उपयोग करना चाहिए। शिक्षक विद्यार्थियों से आमतौर पर इसलिए प्रश्न पूछते हैं ताकि:

- जब कोई नया विषय या सामग्री प्रस्तुत की जाती है, तब उसे समझने की दिशा में विद्यार्थियों का मार्गदर्शन कर सकें
- और अधिक चिंतन करने के लिए विद्यार्थी के ऊपर जोर डाल सकें
- त्रुटि सुधार सकें
- विद्यार्थियों में कसावट ला सकें
- समझ की जांच-परख कर सकें।

प्रश्न पूछने का उपयोग आमतौर पर यह पता लगाने के लिए किया जाता है कि विद्यार्थी क्या जानते हैं, इसलिए उनकी प्रगति के आकलन के लिए यह महत्वपूर्ण है। प्रश्नों का उपयोग प्रेरित करने, विद्यार्थियों के विचार-कौशल को बढ़ाने और जिज्ञासु मस्तिष्क विकसित करने के लिए भी किया जा सकता है। इन्हें दो वृहद् श्रेणियों में बांटा जा सकता है:

- निचले दर्जे के प्रश्न, जो तथ्यों और पहले से सीखे हुए ज्ञान का स्मरण करवाते हैं। ये प्रायः बंद प्रश्न होते हैं (उत्तर हां या ना में)।
- उच्चतर दर्जे के प्रश्न, जो अधिक चिंतन की मांग करते हैं। ये विद्यार्थियों को एक उत्तर तैयार करने के लिए या तार्किक ढंग से एक दलील का समर्थन करने के लिए पहले से सीखी गई जानकारियों को एकत्रित करने के लिए कहते हैं। उच्चतर दर्जे के प्रश्न प्रायः अधिक खुले होते हैं।

खुले प्रश्न विद्यार्थियों को पाठ्यपुस्तक-आधारित, शाब्दिक उत्तरों से आगे जाकर सोचने के लिए प्रोत्साहित करते हैं, इस तरह उत्तरों की एक श्रृंखला सामने लाते हैं। ये विषयवस्तु के बारे में विद्यार्थियों की समझ का आकलन करने में भी शिक्षक की मदद करते हैं।

विद्यार्थियों को उत्तर देने के लिए प्रोत्साहित करना

अनेक शिक्षक प्रश्न के उत्तर की मांग करने से पहले एक सेकंड से भी कम समय देते हैं और इसलिए अक्सर या तो स्वयं ही प्रश्न का उत्तर दे देते हैं या प्रश्न को दूसरे शब्दों में रख देते हैं (हैस्टिंग्ज, 2003)। विद्यार्थियों के पास केवल प्रतिक्रिया करने का समय होता है - सोचने का समय नहीं होता! यदि आप उत्तर की अपेक्षा करने से पहले चंद सेकंड प्रतीक्षा कर लें, तो विद्यार्थियों को सोचने का समय मिल जाएगा। इसका विद्यार्थियों की उपलब्धि पर सकारात्मक प्रभाव पड़ता है। प्रश्न पूछने के बाद प्रतीक्षा करने से बढ़ती है:

- विद्यार्थियों के उत्तरों की लंबाई
- उत्तर देने वाले विद्यार्थियों की संख्या
- विद्यार्थियों का बार–बार प्रश्न पूछना
- कम समर्थ विद्यार्थियों के उत्तरों की संख्या
- विद्यार्थियों के बीच आपस में सकारात्मक संवाद

आपकी प्रतिक्रया का महत्व है

आप दिए जाने वाले उत्तरों को जितने अधिक सकारात्मक ढंग से ग्रहण करेंगे, विद्यार्थी उतना ही अधिक सोचने का प्रयास जारी रखेंगे। गलत उत्तरों और गलत धारणाओं में सुधार सुनिश्चित करने के कई तरीके हैं, और यदि एक विद्यार्थी के मन में त्रुटिपूर्ण विचार है, तो आप यकीन कर सकते हैं कि कई और के मन में भी होगा। आप नीचे लिखे प्रयास कर सकते हैं:

- उत्तरों के उन अंशों को चुनकर निकालिए जो सही हैं, और मददगार ढंग से उस विद्यार्थी को अपने उत्तर के बारे थोड़ा और सोचने के लिए कहें। यह ज्यादा सक्रिय भागीदारी को प्रोत्साहित करता है और अपनी गलतियों से सीखने में आपके विद्यार्थियों की मदद करता है। नीचे लिखी टिप्पणी दर्शाती है कि एक गलत उत्तर पर आप मददगार ढंग से प्रतिक्रिया किस प्रकार दे सकते हैं: 'भाप से बादल बनते हैं यह तो तुमने सही कहा, लेकिन बारिश के बारे में तुमने जो कहा उसके बारे में मुझे लगता है हमें कुछ और खोजबीन की जरूरत है। क्या कोई और कुछ विचार दे सकता है?'
- विद्यार्थियों द्वारा दिए गए सभी उत्तरों को ब्लैकबोर्ड पर लिखें, और फिर विद्यार्थियों से उन सबके बारे में सोचने के लिए कहें। आपकी राय में कौन से उत्तर सही हैं? कौन से उत्तरों में से दिए जा रहे दूसरे उत्तर निकले सकते हैं? इससे आपको यह समझने का मौका मिलता है कि आपके विद्यार्थी किस ढंग से सोच रहे हैं और आपके विद्यार्थियों को अपनी गलत धारणाओं को, जो उनके मन में रही हो सकती हैं, भयभीत हुए बगैर सुधारने का मौका मिलता है।

सभी उत्तरों को ध्यानपूर्वक सुनकर और विद्यार्थियों को और अधिक समझाने के लिए कहकर सम्मान दें। यदि आप सभी उत्तरों को, चाहे वे सहीं हों या गलत, और अधिक समझाने के लिए कहेंगे, तो कोई गलती होने पर विद्यार्थी स्वयं ही उसे सुधार लेंगे। इस तरह आप एक सोचने वाली कक्षा का विकास करेंगे और आप वास्तव में जान सकेंगे कि आपके विद्यार्थियों ने क्या सीखा है और इससे आगे कैसे बढ़ना है। यदि गलत उत्तरों के परिणामस्वरूप अपमान और दंड मिलता है, तो आपके विद्यार्थी और भी शर्मिंदगी तथा उपहास का पात्र बनने के भय से कोशिश करना बंद कर देंगे।

उत्तरों की गुणवत्ता को बेहतर बनाना

यह महत्वपूर्ण है कि आप प्रश्न पूछने के ऐसे अनुक्रम का पालन करने का प्रयत्न करें, जो सही उत्तरों के साथ समाप्त न होता हो। सही उत्तरों का पुरस्कार ऐसे फॉलो-अप प्रश्नों के रूप में देना चाहिए जो ज्ञान को बढ़ाएं और विद्यार्थियों को शिक्षक के साथ जुड़ने का अवसर प्रदान करें। आप ऐसा यह पूछकर कर सकते हैं:

- एक *कैसे* या एक *क्यों*

- उत्तर देने का कोई और तरीका
- एक बेहतर शब्द
- उत्तर की पुष्टि करने के लिए प्रमाण
- एक संबंधित कौशल से जोड़ना
- एक नए विन्यास में समान कौशल या तर्क को लागू करना।

अपने उत्तर के बारे में और अधिक गहराई तक जाकर सोचने में विद्यार्थियों की मदद करना (और इस तरह उत्तरों की गुणवत्ता को बेहतर बनाना) आपकी भूमिका का महत्वपूर्ण हिस्सा है। नीचे लिखे कौशल विद्यार्थियों की और अधिक उपलब्धि प्राप्त करने में मदद करेंगे:

- अनुबोधन में संकेत देने की आवश्यकता होती है - ऐसे संकेत जो विद्यार्थियों को उनके उत्तरों को विकसित करने और बेहतर बनाने में मदद करें। आप पहले यह बताना चुन सकते हैं कि उत्तर में क्या सही है और फिर जानकारी, आगे के प्रश्न और अन्य संकेत दे सकते हैं। *('तो अगर तुम कागज के अपने हवाई जहाज के आखिर में वजन रखो तो क्या होगा?')*
- टटोलने में और अधिक जानने का प्रयास किया जाता है, विद्यार्थी जो कहना चाह रहे हैं उसे स्पष्ट करने में उनकी मदद की जाती है, ताकि अव्यवस्थित उत्तर को या आंशिक रूप से सही उत्तर को सुधारा जा सके। *('तो यह आपस में कैसे जुड़ता है इसके बारे में तुम मुझे और क्या बता सकते हो?')*
- पुर्नसंक्रेंद्रण या फिर से ध्यान केंद्रित करने में सही उत्तरों को आगे बढ़ाया जाता है, ताकि विद्यार्थियों के ज्ञान को उनके द्वारा पूर्व में सीखे गए ज्ञान से जोड़ा जा सके। यह उनकी समझ को विकसित करता है। *('तुमने जो कहा सही है, लेकिन पिछले हफ्ते अपने स्थानीय पर्यावरण के विषय में हम जो देख रहे थे उससे यह कैसे जुड़ता है?')*
- अनुक्रमण का अर्थ है प्रश्नों को एक ऐसे क्रम में पूछना, जो चिंतन को आगे बढ़ाने के लिए बनाया गया हो। प्रश्नों को इस तरह क्रमबद्ध होना चाहिए कि वे विद्यार्थियों को संक्षेपण करने, तुलना करने, व्याख्या करने या विश्लेषण करने की ओर ले जाएँ। प्रश्न ऐसे तैयार करें जिनसे विद्यार्थियों को मस्तिष्क पर जोर डालना पड़े, लेकिन उन्हें इस हद तक भी चुनौती न दें कि वे प्रश्नों का अर्थ ही गंवा बैठें। 'जरा बताओ तो तुम अपनी पहले वाली समस्या से कैसे उबरे। उससे क्या फर्क पड़ा? तुम्हें क्या लगता है कि अपनी अगली समस्या से निपटने के लिए तुम्हें क्या चाहिए?')
- सुनना यानी ध्यानपूर्वक सुनकर आप न सिर्फ उस उत्तर की तलाश कर पाते हैं जिसकी आप अपेक्षा कर रहे हैं, बल्कि असाधारण या अभिनव उत्तरों के प्रति भी सचेत होते हैं, जिनकी अपेक्षा आपने नहीं की हो सकती है। इससे यह भी प्रदर्शित होता है कि आप विद्यार्थियों की विचारशीलता को महत्व देते हैं और इससे उनके अधिक विचारपूर्ण उत्तर देने की संभावना बढ़ जाती है। इस प्रकार के उत्तर उन भ्रांतियों पर रोशनी डाल सकते हैं जिन्हें सुधारने की जरूरत होती है, अथवा वे एक नया तरीका दिखा सकते हैं जिस पर आपने विचार न किया हो। *('मैंने तो इस बारे में सोचा ही नहीं। मुझे और बताओ तुम इस ढंग से क्यों सोच रहे हो।')*

शिक्षक के नाते, यदि आपको अपने विद्यार्थियों से रोचक और आविष्कारक उत्तर निकलवाने हैं, तो आपको प्रेरक और चुनौतीपूर्ण प्रश्न पूछने होंगे। आपको उन्हें सोचने के लिए समय देना होगा और आप आश्चर्य में पड़ जाएंगे कि आपके विद्यार्थी कितना अधिक जानते हैं और उनके सीखने को आगे बढ़ाने में आप कितनी भलीभाँति मदद कर सकते हैं।

याद रखिए, प्रश्न पूछने का संबंध उससे नहीं है जो शिक्षक जानता है, बल्कि उससे है जो विद्यार्थी जानते हैं। यह याद रखना महत्वपूर्ण है कि आपको कभी भी स्वयं अपने प्रश्नों का उत्तर नहीं देना चाहिए! आखिरकार, यदि विद्यार्थी जानते हैं कि कुछ सेकंड की खामोशी के बाद प्रश्नों का उत्तर आप उन्हें दे ही देंगे, तो उत्तर देने के लिए उनका प्रोत्साहन भला क्या है?

अतिरिक्त संसाधन

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: https://www.ncetm.org.uk/
- National STEM Centre: http://www.nationalstemcentre.org.uk/
- National Numeracy: http://www.nationalnumeracy.org.uk/home/index.html
- BBC Bitesize: http://www.bbc.co.uk/bitesize/
- Khan Academy's math section: https://www.khanacademy.org/math
- NRICH: http://nrich.maths.org/frontpage

- Art of Problem Solving's resources page: http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php
- Teachnology: http://www.teach-nology.com/worksheets/math/
- Math Playground's logic games: http://www.mathplayground.com/logicgames.html
- Maths is Fun: http://www.mathsisfun.com/
- Coolmath4kids.com: http://www.coolmath4kids.com/
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm
- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 1 ('Aspects of Teaching Mathematics'), Block 2 ('Numbers (I)'), Block 3 ('Numbers (II)'): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 3 ('Data and Chance'), Block 4 ('On Spatial Learning'), Block 5 ('Exploring Numbers'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html
- *Manual of Mathematics Teaching Aids for Primary Schools*, published by NCERT: http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/pks-primarymanual.pdf
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://sazimpremjifoundation.org/Foundation_Publications
- Textbooks developed by the Eklavya Foundation with activity-based teaching mathematics at the primary level: http://www.eklavya.in/pdfs/Catalouge/Eklavya_Catalogue_2012.pdf
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including *List of Hands-on Activities in Mathematics for Classes III to VIII*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': http://cbse.nic.in/welcome.htm

संदर्भ/संदर्भग्रंथ सूची

Bloomfield, A. and Vertes, B. (2005) *People Maths: Hidden Depths*. Derby: Association of Teachers of Mathematics.

Bloomfield, A. and Vertes, B. (2008) *More People More Maths*. Derby: Association of Teachers of Mathematics.

Hastings, S. (2003) 'Questioning', *TES Newspaper*, 4 July. Available from: http://www.tes.co.uk/article.aspx?storycode=381755 (accessed 22 September 2014).

Hattie, J. (2012) *Visible Learning for Teachers: Maximising the Impact on Learning*. Abingdon: Routledge.

National Council for Teacher Education (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education* (online). New Delhi: NCTE. Available from: http://www.ncte-india.org/publicnotice/NCFTE_2010.pdf (accessed 14 February 2014).

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*. New Delhi: NCERT.

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

अभिस्वीकृतियाँ

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/)। नीचे दी गई सामग्री मालिकाना हक की है तथा लाइसेंस के अंतर्गत ही इस प्रोजेक्ट में उपयोग की गई है, तथा इसका Creative Commons Licence से कोई वास्ता नहीं है। इसका अर्थ यह है कि यह सामग्री अपरिवर्तित रूप से केवल TESS-India प्रोजेक्ट में ही उपयोग की जा सकती है और यह किसी अनुवर्ती OER संस्करणों में उपयोग नहीं की जा सकती। इसमें TESS-India, OU और UKAID लोगो का उपयोग भी शामिल है।

इस यूनिट में सामग्री को पुनः प्रस्तुत करने की अनुमति के लिए निम्न स्रोतों का कृतज्ञतारूपी आभार किया जाता है:

चित्र 1 और 2: मुक्त विश्वविद्यालय (Figures 1 and 2: The Open University)।

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएं करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत भर के उन अध्यापक शिक्षकों, मुख्याध्यापकों, अध्यापकों और विद्यार्थियों के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन यूनिवर्सिटी के साथ काम किया है।