प्रारंभिक गणित

गणित में अनुमान लगाना और सामान्यीकरण : बीजगणित का परिचय

भारत में विद्यालय समर्थित शिक्षक शिक्षा

www.TESS-India.edu.in

http://creativecommons.org/licenses/

एस.आर.मोहन्ती
अपर मुख्य सचिव

अ.शा.पत्र क्र R.S.K/10.................
दूरभाष कार्यालय - 0755-4251330
मध्यप्रदेश शासन
स्कूल शिक्षा विभाग
मंत्रालय, वल्लभ भवन, भोपाल-462 004
भोपाल, दिनांक 20-1-2016

संदेश

प्रिय शिक्षक साथियों,

बच्चों की शिक्षा को गुणवत्तापूर्ण और रोचक बनाने के लिए स्कूल शिक्षा विभाग निरन्तर प्रयासरत् है। आप सभी के प्रयासों से शिक्षकों के शिक्षण कौशल में भी निखार आया है और शालाओं में कक्षा शिक्षण भी आंनददायी तथा बेहतर हुआ है।

इसी दिशा में शिक्षकों को बाल केन्द्रित शिक्षण की ओर उन्मुख करने और शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्देश्यों को लेकर, TESS India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) का विकास किया गया हैं। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता व सुगमतापूर्वक किया जा सकता है। आशा है कि ये संसाधन, शिक्षकों एवं शिक्षक प्रशिक्षकों के व्यावसायिक उन्नयन और क्षमतावर्द्धन में लाभकारी और उपयोगी सिद्ध होंगे।

राज्य शिक्षा केन्द्र के संयुक्त तत्वाधान में TESS India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार किये गये मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) को www.educationportal.mp.gov.in पर भी उपलब्ध कराया गया हैं। आशा है इन संसाधनों के उपयोग से प्रदेश के शिक्षक और शिक्षक प्रशिक्षक लाभान्वित होंगे और कक्षाओं में पठन पाठन को रूचिकर और गुणवत्तायुक्त बनाने में मदद मिलेगी।
शुभकामनाओं सहित,

(एस.आर.मोहन्ती)

दीप्ति गौड मुकर्जी
आयुक्त
राज्य शिक्षा केन्द्र एवं
सचिव
मध्यप्रदेश शासन
स्कूल शिक्षा विभाग

अर्द्ध शा. पत्र क्र. : 8
दिनांक : 12/1/16
पुस्तक भवन, बी-विंग
अरेरा हिल्स, भोपाल-462011
फोन : (का.) 2768392
फैक्स : (0755) 2552363
वेबसाइट : www.educationportal.mp.gov.in
ई-मेल : rskcommmp@nic.in

संदेश

प्रिय शिक्षक साथियों,

सभी बच्चों को रूचिकर और बाल केन्द्रित शिक्षा उपलब्ध हो इसके लिए आवश्यक है कि हमारे शिक्षकों को शिक्षण की नवीनतम तकनीकों और शिक्षण विधियों से परिचित कराया जाए साथ ही इन तकनीकों के उपयोग के लिए उन्हे प्रोत्साहित भी किया जाए। TESS India द्वारा तैयार किये गये मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) के उपयोग से शिक्षक शिक्षण प्रविधि के व्यावहारिक उपयोग को सीख सकते हैं। इनकी सहायता से शिक्षक न केवल विषय वस्तु को सुगमता पूर्वक पढ़ा सकते हैं बल्कि पठन पाठन की इस प्रक्रिया में बच्चों की अधिक से अधिक सहभागिता भी सुनिश्चित कर सकते हैं।

राज्य शिक्षा केन्द्र स्कूल शिक्षा विभाग ने स्थानीय भाषा में तैयार किये गये इन मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) को अपने पोर्टल www.educationportal.mp.gov.in पर भी उपलब्ध कराया है।

आशा हैं, कि आप इन संसाधनों का कक्षा शिक्षण के दौरान नियमित रूप से उपयोग करेंगे और अपने शिक्षण कौशल में वृद्धि करते हुए बच्चों की पढ़ाई को आनंददायक बनाने का प्रयास करेंगे।

शुभकामनाओं सहित,

(दीप्ति गौड़ मुकर्जी)

शिक्षा का अधिकार

सर्व शिक्षा अभियान
सब पढ़ें सब बढ़ें

टेस–इण्डिया स्थानीयकृत ओईआर निर्माण में सहयोग

मार्गदर्शन एवं समीक्षा :
श्रीमती स्वाति मीणा नायक, अपर मिशन संचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एच. के. सेनापति, प्राचार्य, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. ओ.पी.शर्मा, अपर संचालक, मध्यप्रदेश एससीईआरटी
डॉ. अशोक कुमार पारीक उपसंचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री आर. पी. त्रिपाठी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
प्रो.जयदीप मंडल, विभागाध्यक्ष विज्ञान एवं गणित शिक्षा संकाय, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. आर. रायजादा, सहप्राध्यापक एवं विभागाध्यक्ष विस्तार शिक्षा, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. वी.जी. जाधव, से.नि. प्राध्यापक भौतिक, एनसीईआरटी
डॉ. के. बी. सुब्रमण्यम से.नि. प्राध्यापक गणित, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. आई. पी. अग्रवाल से.नि. प्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. अश्विनी गर्ग सहा. प्राध्यापक गणित संकाय, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. एल. के. तिवारी, सहप्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
श्री एल.एस.चौहान, सहा. प्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. श्रुति त्रिपाठी, सहा. प्राध्यापक अंग्रेजी, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. रजनी थपलियाल, व्याख्याता अंग्रेजी, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. मधु जैन, व्याख्याता शास. उच्च शिक्षा उत्कृष्टता संस्थान, भोपाल
डॉ. सुशोवन बनिक, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. सौरभ कुमार मिश्रा, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
श्री. अजी थॉमस, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. राजीव कुमार जैन, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
स्थानीयकरण :
भाषा एवं साक्षरता
डॉ. लोकेश खरे, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एम.एल. उपाध्याय से.नि. व्याख्याता शास. उत्कृष्ट उ.मा.विद्यालय मुरैना
श्री रामगोपाल रायकवार ,कनि. व्याख्याता, डाइट कुण्डेश्वर, टीकमगढ़
डॉ. दीपक जैन अध्यापक, शास. उत्कृष्ट उ.मा.विद्यालय क्र 1 टीकमगढ़
अंग्रेजी
श्री राजेन्द्र कुमार पाण्डेय, प्राचार्य, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्रीमती कमलेश शर्मा. डायरेक्टर , ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री हेमंत शर्मा, प्राचार्य, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री मनोज कुमार गुहा वरि. व्याख्याता, एससीईआरटी. मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एफ.एस.खान, वरि.व्याख्याता, प्रगत शैक्षिक अध्ययन संस्थान (आईएएसई) भोपाल
श्री सुदीप दास, प्राचार्य, शास.उ.मा.विद्यालय दालौदा, मन्दसौर
श्रीमती संगीता सक्सेना, व्याख्याता, ,शास.कस्तूरबा कन्या उ.मा.विद्यालय भोपाल
गणित
श्री बी.बी. पी. गुप्ता, समन्वयक गणित, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री ए. एच. खान प्राचार्य शास.उ.मा.विद्यालय रामाकोना, छिंदवाड़ा
डॉ. राजेन्द्र प्रसाद गुप्त , प्राचार्य शास. जीवाजी ऑब्जर्वेटरी उज्जैन
डॉ.आर,सी. उपाध्याय, वरि. व्याख्याता, डाइट, सतना
डॉ. सीमा जैन, व्याख्याता, शास. कन्या उ.मा.विद्यालय गोविन्दपुरा, भोपाल
श्री सुशील कुमार शर्मा, शिक्षक, शास. लक्ष्मी मंडी उ.मा.विद्यालय, अशोका गार्डन, भोपाल
विज्ञान
डॉ. अशोक कुमार पारीक उपसंचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
डॉ. सुसम्मा जॉनसन, व्याख्याता एस.आई.एस.ई. जबलपुर मध्यप्रदेश
डॉ.सुबोध सक्सैना, समन्वयक एससीईआरटी मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
श्री आर. पी. त्रिपाठी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री अरूण भार्गव, वरि. व्याख्याता, एससीईआरटी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
श्रीमती सुषमा भट्ट, वरि.व्याख्याता, एससीईआरटी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री ब्रजेश सक्सेना, प्राचार्य, एससीईआरटी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. रेहाना सिद्दकी से.नि. व्याख्याता सेन्ट फ्रांसिस हा. से. स्कूल भोपाल

*TESS-India (*विद्यालय समर्थित शिक्षक शिक्षा*)* का उद्देश्य मुक्त शैक्षिक संसाधनों की सहायता से भारत में प्रारंभिक और सेकेण्डरी शिक्षको के कक्षा शिक्षण व कक्षा निष्पादन को सुधारना है जिसमें वे इन संसाधनों की सहायता से बालकेंद्रित, सहभागी दृष्टिकोणों का विकास कर सकें। टेस इंडिया के मुक्त शैक्षिक संसाधन, शिक्षकों के लिए स्कूल पाठ्य पुस्तक के अतिरिक्त, सहयोगी पुस्तिका या संसाधन की तरह हैं। इसमें शिक्षकों के लिए कुछ गतिविधियां दी गई हैं जिन्हे वे कक्षाओ में बच्चों के साथ प्रयोग में ला सकते हैं, इसके साथ–साथ कुछ केस स्टडी भी दी गई हैं जो यह बताती हैं कि कैसे अन्य शिक्षकों ने विषयवस्तु को कक्षाओं में पढ़ाया। अपनी विषय संबंधी जानकारियों को बढ़ाने तथा पाठ योजनाओं को तैयार करने में संसाधनों का उपयोग किया।

TESS-India OER भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल भारतीय तथा अंतर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार किये गये है और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट रूप में उपयोग के लिए उपलब्ध हैं (*http://www.tess-india.edu.in*) OER कार्यक्रम से जुड़े प्रत्येक भारतीय राज्य के शिक्षकों के उपयोग के लिए उपयुक्त तथा कई संस्करणों में उपलब्ध हैं तथा शिक्षक व उपयोगकर्ता इन्हे अपनी स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों के अनुरूप इनका स्थानीय करण करके उपयोग कर सकते हैं।

प्रस्तुत संस्करण मध्यप्रदेश की स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को ध्यान में रखकर तैयार किया गया है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई में कुछ गतिविधियों के साथ यह आइकॉन (संकेत) दिया गया है: . इसका अर्थ है कि आप उक्त विशिष्ट विषय वस्तु या शैक्षणिक प्रविधि को और अधिक समझने के लिए TESS-India के वीडियो संसाधनों की मदद ले सकते हैं।

TESS-India वीडियो ससांधन (Resources) भारतीय परिप्रेक्ष्य में कक्षाओं में उपयोग की जा सकने वाली सीखने–सिखाने की विविध तकनीकों को दर्शाते हैं। हमें यकीन है कि इनसे आपको इसी प्रकार की तकनीकें अपनी कक्षा में करने में मदद मिलेगी। यदि इन वीडियो संसाधनों तक आपकी पहुँच नहीं हो तो कोई बात नहीं। यह वीडियो पाठ्यपुस्तक का स्थान नहीं लेते, बल्कि उसको पढ़ाने में आपकी मदद करते हैं।

TESS-India के वीडियो संसाधनों को TESS-India की वेबसाइट *http://www.tess-india.edu.in/* पर ऑनलाइन देखा जा सकता है या डाउनलोड किया जा सकता है। इसके अतिरिक्त आप इन वीडियो को सीडी या मेमोरी कार्ड में लेकर भी देख सकते हैं।

संस्करण *2.0* *EM13v2*
Madhya Pradesh

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है*: http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/*

TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है

बीजगणित ऐसा विषय है जहाँ कई विद्यार्थी यह कहने लगते हैं कि गणित कठिन है। इसके कई कारण हो सकते हैं; युवा विद्यार्थियों को चीज़ें सीधी और ठोस पसंद आती हैं, जबकि बीजगणित चर और मानकों को दर्शाने वाले अमूर्त चिह्नों के बारे में होता है। हालाँकि कई कठिनाइयाँ इसलिए होती हैं, क्योंकि विद्यार्थी जिस तरह संख्याओं के साथ कार्य करते हैं और जिस तरह वे बीजगणित में कार्य करते हैं, उनमें अंतरों को स्पष्ट नहीं किया जाता है और इसलिए विद्यार्थी शुरुआत में ही दुविधा में पड़ जाते हैं।

इस इकाई में आप इसके बारे में सोचेंगे कि बीजगणित का परिचय कैसे किया जाए और विद्यार्थियों को भ्रम में और दुविधा में डाले बिना बीजगणितीय तरीके से सोचने में मदद करने के लिए किन-किन अन्य तरिको का उपयोग किया जाए। गतिविधियों में विद्यार्थियों को संख्याओं को सुरक्षित रूप से इस्तेमाल करते हुए बीजगणितीय उपायों के साथ कार्य करने के लिए कहा जाता है। वे दो महत्वपूर्ण बीजगणितीय विचारों, अनुमान लगाने और समान्यीकरण के प्रति अपनी सोच को विकसित करेंगे।

दो गतिविधियों में कार्ड का अलग अलग तरीके से उपयोग करके विद्यार्थियों को बीजगणितीय विचारो की खोज करने और उन उपायों को उनकी खुद की सोच में विस्तारित करने के लिए प्रेरित किया जाता है। गतिविधियों की एक और विषय योजना है यह पता लगाना कि जो उनके सामने प्रस्तुत किया गया है वह हमेशा सत्य है, कभी-कभी सत्य है या गलत है।

इस इकाई से आप क्या सीख सकते हैं

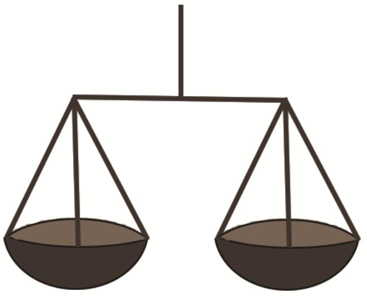
- आप विद्यार्थियों को अंकगणित और बीजगणित के बीच के अंतरों को समझने में कैसे मदद प्रदान करें।
- विद्यार्थियों को बीजगणितीय रूप से सोचने में सक्षम करने के लिए अनुमान लगाने और समान्यीकरण का उपयोग करने से संबंधित सुझाव।
- कुछ विधियाँ जो विद्यार्थियों को खुद यह तय करने में कि कथन सही है या गलत और साथ मिल कर गणित का अन्वेषण करने में मदद करती हैं।

इस इकाई का संबंध NCF (2005) और NCFTE (2009) की दर्शाई गई शिक्षण आवश्यकताओं से है। संसाधन 1।

1 बीजगणित में बराबर का चिह्न

अंकगणित में, बराबर का चिह्न अक्सर कोई क्रिया करने या उत्तर ढूँढने के एक आदेश के रूप में देखा जाता है। इसलिए, जब कोई विद्यार्थी किसी समीकरण में बराबर का चिह्न देखता है, तो वह उससे पहले दी गई संक्रिया को पूरा करने की सोच सकता है। कई विद्यार्थियों के लिए, बराबर चिह्न का अर्थ है :– और उत्तर है', जो कि बीजगणित करते समय सहायक नहीं होता है।

बराबर का चिह्न हमेशा दो व्यंजकों के बीच के संबन्ध को दर्शाता है। बराबर का चिह्न मात्रात्मक समानता दर्शाता है – दूसरे शब्दों में, बराबर चिह्न की बाई ओर का व्यंजक वही मात्रा दर्शाता है जो दाई ओर वाला व्यंजक दर्शाता है। बराबर के चिह्न को 'के समान है' या 'के समतुल्य है' या 'समान मूल्य का है' के रूप में पढ़ा जा सकता है। यह समझने पर समीकरणों के साथ कार्य करते समय आपके विद्यार्थियों को मदद प्राप्त होगी।



चित्र 1 बराबर का चिह्न संतुलन दर्शाता है।

'बराबर का चिह्न संतुलन दर्शाता है' की अवधारणा को समानता के विचार को दृढ़ करने के लिए उपयोग किया जा सकता है – कि संख्या वाक्य के दोनों पक्षों को समान होना चाहिए और समीकरण संतुलित होना चाहिए। प्रत्येक पड़ले में अलग अलग रंग के ब्लॉक (या समान वज़न की अन्य छोटी वस्तुएँ) के साथ सरल संतुलन तराजू के एक सेट का उपयोग किया जा सकता है। वैकल्पिक रूप से, हैंगर से लटके कोट छोटे पैकेट या कैन से भरे थैले किसी घड़ी पर लटकाते हुए इस अवधारणा को दृश्य रूप से दर्शाएँगे।

विचार कीजिए

- बराबर चिह्न के कुछ ऐसे उपयोगों के बारे में विचार करें, जो आपके विद्यार्थियों को उनके आसपास ही दिखाई दे सकते हैं जिसके कारण गलत व्याख्या या सही सोच नहीं हो सकती है। उदाहरण के लिए, बराबर चिह्न का कभी-कभी गणितीय समीकरणों के बाहर भी उपयोग किया जा सकता है, जैसे 'MATHS = FUN' या 'Ravi = 9'।

2 बीजगणितीय रूप से विचार करना

बीजगणितीय रूप से विचार करना और स्कूल में बीजगणित के उपयोग में पैटर्न को पहचानना और उनका विश्लेषण करना, चिह्नों का उपयोग और सामान्यीकरण विकसित करना शामिल है। 'अंकगणित की भाषा' उत्तर पाने पर केंद्रित है, जबकि 'बीजगणित की भाषा' संबंधों पर केंद्रित है। उदाहरण के लिए, '$a + 0 = a$' उस सामान्यीकरण का एक प्रतीकात्मक प्रतिनिधित्व हैं जो कि जब किसी संख्या में शून्य जोड़ा जाता है, तो वह समान रहती है।

बीजगणित एक समान्यीकृत संबंध को व्यक्त करने पर केन्द्रित रहता है, जबकि अधिकांश गणितीय सबक उत्तर ढूँढने पर केंद्रित रहते हैं। तो पहली बात जो समझी जानी चाहिए वो ये है कि बीजगणित अलग है।

इस इकाई की गतिविधियाँ बीजगणितीय सोच के बारे में विचार विकसित करने पर कार्य करेगी:

- गतिविधि 1 में आपके विद्यार्थियों को संख्याओं के साथ खेलने के लिए और ऐसी अभिव्यक्ति बनाने के लिए प्रोत्साहित किया जाता है जो उन्हें बराबर के चिह्न को 'उत्तर ढूँढें' की बजाय 'के समान है' के अर्थ में देखने के लिए प्रेरित करती है।
- गतिविधि 2 विद्यार्थियों की बीजगणितीय सोच को विस्तारित करना आरंभ करती है, उन्हें यह अन्वेषण करने के लिए कहती है कि कोई कथन सच है या झूठ और यह अनुमान लगाने के लिए कहती है कि वह सदा सच है, कभी-कभी सच होता है या हमेशा गलत है।
- गतिविधि 3 में है सामान्यीकरण, जिसमें विद्यार्थियों को यह विचार करने के लिए प्रोत्साहित किया जाता है कि उनका अनुमान (या सिद्धांत) सारी संख्याओं के लिए काम करता है या नहीं। इसका अर्थ यह है कि वे संख्या गुणों के बारे में बीजगणितीय रूप से सामान्यीकरण करना आरंभ करेंगे।

इस अंक में अपने विद्यार्थियों के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने से पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह या आंशिक रूप से स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा अगर आप अपने किसी सहकर्मी के साथ मिलकर इसे करने का प्रयास करें क्योंकि स्वयं के अनुभव के आधार पर सिखाना आसान होगा। स्वयं प्रयास करने से आपको किसी शिक्षा ग्रहण करने वाले व्यक्ति के अनुभव का ज्ञान होगा, जो आपके शिक्षण और एक शिक्षक के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित करेगा।

गतिविधि 1: समानता का खेल

तैयारी

यह खेल एक दूसरे के साथ खेलने वाली दो टीमों के समूह के द्वारा खेला जाता है। तय करें कि आप अपनी कक्षा को दो टीमों के कितने समूहों में बाँटना चाहते हैं।

दो टीमों के हर समूह के लिए आपको निम्नलिखित की आवश्यकता होगी:

- 1 से 9 संख्याओं में से हरेक के लिए दो नंबर कार्ड
- जोड़ने (+), घटाने (–), गुणा (×) और भाग (÷) के संक्रिया कार्ड – (प्रत्येक के कई कार्ड)
- बराबर के चिह्न (=) के लिए एक कार्ड।

काग़ज़ के एक बड़े टुकड़े पर वह संख्या लिख कर संख्या कार्ड बनाया जा सकता है। आप काग़ज़ पर लिखने के लिए एक स्केच या मार्कर पेन का उपयोग कर सकते हैं ताकि उसकी स्याही इतनी गाढ़ी हो कि उसे सारे विद्यार्थी देख सकें।

विद्यार्थियों को घूमने के लिए आपको कुछ जगह की आवश्यकता पड़ेगी। यदि आपकी कक्षा में टेबलों और बेंचों को पर्याप्त रूप से हटाया नहीं जा सकता, तो बाहर जाने के बारे में विचार करें। कक्षा को पुनगर्ठित करके बनाएँ:

- संख्या कार्ड के साथ दो टीमें (A और B)।
- चार सदस्यों की एक परिचालन टीम जो 'संक्रिया' कार्ड पकड़ कर रखेंगे।
- 'बराबर' (=) कार्ड के साथ एक विद्यार्थी (जो मॉनिटर बराबर कहा जाएगा)।

खेल कैसे खेला जाता है

टीम A उसके किसी भी दो सदस्यों और जोड़ने या घटाने के परिचालन का उपयोग करके एक गणितीय अभिव्यक्ति बनाती है। उदाहरण के लिए:

9 + 8

7 – 4

मानीटर बराबर करते हुए फिर से आते हैं और टीम एक की अभिव्यक्ति के किसी भी सिरे पर खड़े हो जाते हैं।

फिर टीम B अपने सदस्यों की किसी भी संख्या को लेकर और बची हुई संक्रियाओं में से किसी एक को लेकर एक और अभिव्यक्ति बनाती है, जो टीम A द्वारा बनाई गई अभिव्यक्ति के 'समान मूल्य' है। टीम B के सदस्य मानीटर बराबर के दूसरी ओर खड़े होते हैं।

उदाहरण के लिए, ऊपर टीम A द्वारा बनाई गई दो अभिव्यक्तियों के सापेक्ष टीम B निम्नलिखित बना सकती है:

'9 + 8 = 19 – 2' या '9 + 8 = 21 – 4', आदि।

'7 – 4 = 6 ÷ 2' या '7 – 4 = 9 – 6', आदि।

यदि टीम B एक ऐसी अभिव्यक्ति बनाने में सफल रहती है जो कि टीम A द्वारा बनाई गई अभिव्यक्ति के बराबर हो, तो उसे उसकी अभिव्यक्ति बनाने में उपयोग की गई सबसे बड़ी संख्या के बराबर पॉइंट मिलेंगे।

यदि टीम B एक ऐसी अभिव्यक्ति बनाने में विफल रहती है जो कि टीम A द्वारा बनाई गई अभिव्यक्ति के बराबर हो, तो टीम A को उसकी अभिव्यक्ति बनाने में उपयोग की गई सबसे बड़ी संख्या के बराबर पॉइंट मिलेंगे।

अगली चाल के लिए टीम B पहले जाएगी। दोनों टीमों को समान संख्या में चालों की अनुमति है।

केस स्टडी 1: श्रीमती अपराजिता समानता के खेल का उपयोग करने के बारे में बताती हैं

यह एक अध्यापक की कहानी है जिसने अपने प्राथमिक कक्षा के विद्यार्थियों के साथ गतिविधि 1 का प्रयास किया।

इस गतिविधि में बहुत से प्रबंधन की आवश्यकता थी और हम वास्तव में आरंभ कर सके इसके पहले काफी समय लगा। मैंने कुछ काफी मुख्य कार्ड लिए और इसकी मदद से कार्ड बनाए। गतिविधि पूर्ण होने पर मैंने उन्हें एक साथ एकत्रित किया और उन्हें एक सुरक्षित स्थान पर रख दिया, ताकि बाद में फिर उपयोग कर सकूँ।

मेरी एक सहकर्मी मीना ने मुझे उन कार्ड को रखते देखा और मुझसे उनके बारे में पूछा। जब मैंने उसे गतिविधि के बारे में बताया [चित्र 2]?, तो उसने कहा कि वह भी उनका उपयोग करना चाहेगी, तो उनका अब तक दो बार उपयोग हो चुका है और जिससे उन्हें बनाने में लगा समय और भी उपयुक्त लगता है। अगली बार जब मैं कार्ड का उपयोग करूँगी – और मैं ज़रूर करूँगी क्योंकि विद्यार्थी उससे इतना कुछ सीखे थे – तो मीना और मैं मिल कर कार्ड बनाने का काम करेंगे।

अध्याय से पहले हमें तालिकाओं को हटाना पड़ा ताकि हमारे पास खाली स्थान रहे। लेकिन हमारा समय लगाना व्यर्थ नहीं गया। असल में सभी विद्यार्थियों को गतिविधि में बड़ा मज़ा आया और उन्होंने मेरे विचार से बराबर के चिह्न के बारे में बहुत कुछ सीखा।

आरंभ में मैंने उन्हें दस-दस विद्यार्थियों की दो टीमों की मदद से खेल समझाया लेकिन मैंने पहले ही तय कर लिया था कि मुझे दो की जगह चार टीमें बनानी पड़ेंगी, क्योंकि मेरी कक्षा में बहुत से विद्यार्थी थे और अन्यथा कई विद्यार्थी इसमें शामिल नहीं हो पाते थे। मैंने चार विद्यार्थियों को मूल्यांकनकर्ता के रूप में भी नियुक्त किया था जो विद्यार्थियों के हर समूह द्वारा बनाई गई अभिव्यक्तियों का मूल्यांकन करेंगे और देखेंगे कि वे सही हैं या नहीं और स्कोर रखने के लिए दो विद्यार्थी नियुक्त किए थे। कक्षा के अलग-अलग सिरों पर टीम A टीम B के साथ खेली और टीम C टीम D के साथ खेली और फिर उन्होंने जगह बदल ली।

मैंने देखा कि टीम B में कुछ गहन सोच रखने वाले विद्यार्थी थे। उन्होंने अधिक अंक पाने और दूसरी टीम को बाहर रखने के लिए हमेशा सबसे बड़ी संख्याओं का उपयोग करने का फैसला किया। बेशक इसका अर्थ था कि उन्हें उनकी बड़ी संख्याओं के साथ काफी कठिन अंकगणित करना पड़ा था। उनको खुद को चुनौती देना उनका ही चयन था लेकिन मुझे देख कर खुशी हुई कि उन्होंने खुद कैसे सवाल सेट किए और यह सुनिश्चित करने के लिए उन्होंने काफी मेहनत की कि वो सही थे और उन्होंने पॉइंट स्कोर किए।

> अध्याय के अंत में हमने एक नॉकआउट प्रतियोगिता रखने का फैसला किया। टीम A ने टीम B से खेला और उनके विजेता ने टीम C तथा D के विजेता से खेला और इस तरह आगे किया। मुझे लगा यह काफी कारगर रहा क्योंकि हम हर प्रयास पर रुके और हमने हर किसी के दिए गए उत्तरों का मूल्यांकन किया और देखा कि वे सही क्यों थे और गलत क्यों थे। इसके कारण काफी चर्चा हुई और मैं यह देख कर फिर एक बार हैरान थी कि हर विद्यार्थी ने अपने मन में ही तेज़ी से अंकगणित करने के लिए खुद को कितनी चुनौती दी।

आपके शिक्षण अभ्यास के बारे में सोचना

अपनी कक्षा के साथ ऐसा कोई अभ्यास करने पर बाद यह सोचें कि क्या ठीक रहा और कहाँ गड़बड़ी हुई। ऐसे प्रश्नों की ओर ध्यान दें जिसमें विद्यार्थियों की रुचि दिखाई दे और वे आगे बढ़ते हुए नज़र आएँ और वे जिनका स्पष्टीकरण करने की आवश्यकता हो। ऐसे चिंतन से वह 'स्क्रिप्ट' मिल जाती है, जिसकी मदद से आप विद्यार्थियों के मन में गणित के प्रति रुचि जगा सकते हैं और उसे मनोरंजक बना सकते हैं। अगर विद्यार्थियों को समझ नहीं आ रहा है और वे कुछ नहीं कर पा रहे हैं, तो इसका मतलब है कि उनकी इसमें सम्मिलित होने की रुचि नहीं है। जब भी आप गतिविधियां करें, इस विचार करने वाले अभ्यास का उपयोग करें।

श्रीमती अपराजिता की तरह कुछ छोटी-छोटी बातें नोट करें जिनसे काफी फर्क पड़ जाता है।

विचार कीजिए

ऐसे चिंतन को गति देने वाले अच्छे प्रश्न निम्नलिखित हैं:

- इस गतिविधि को लेकर आपके विद्यार्थियों की कैसी प्रतिक्रिया थी? विद्यार्थियों से कैसी प्रतिक्रियाएँ अनपेक्षित थीं? क्यों?
- क्या किसी भी समय आपको ऐसा लगा कि हस्तक्षेप करना चाहिए?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे आपका क्या कारण था?

3 अनुमान लगाना और सामान्यीकरण

अनुमान लगाना (सिद्धांत) और बाद में तर्क देना कि वे सच हैं, कभी-कभी सच हैं या गलत हैं, सामान्यीकरण के विचारों को विकसित करने का हिस्सा है जिन पर बीजगणितीय सोच निर्भर करती है।

'योगात्मक पहचान' – अर्थात, यह विचार कि शून्य जोड़ने या घटाने से मूल संख्या वही रहती है – अपेक्षाकृत रूप से आसानी से समझ लिया जाता है। हालाँकि बाद में बीजगणितीय समीकरण हल करने में बाद में उसके उपयोग के कारण इस पहचान का अन्वेषण आवश्यक हो जाता है।

विद्यार्थियों के लिए ऐसी पहचानों की समझ को स्पष्ट रूप से कह पाना बेहद महत्वपूर्ण है और ऐसा विद्यार्थियों से अनुमान विकसित करने के लिए कह कर किया जा सकता है। जब किसी संख्या में शून्य जोड़ा जाता है या उसमें से घटाया जाता है तो क्या होता है इस बारे में कक्षा कथन या अनुमान विकसित कर सकती है।

विद्यार्थी अक्सर अपने विचारों को जाँचने के लिए कई अलग-अलग संख्याएँ आज़मा कर देखते हैं। विद्यार्थियों को यह विचार करने के लिए प्रोत्साहित करना महत्वपूर्ण है कि उनके अनुमान (या सिद्धांत) सारी संख्याओं के लिए काम करते हैं या नहीं। इस तरह से आपके विद्यार्थी संख्या के गुणों के बारे में बीजगणितीय रूप से सामान्यीकृत करना आरंभ कर देंगे।

किसी कक्षा द्वारा विकसित किए गए नियम या अनुमान प्रदर्शित किए जा सकते हैं और/या जिस विद्यार्थी की अवधारणा थी उसके नाम से उस नियम का नाम रखा जा सकता है, उदाहरण के लिए 'प्रखर का नियम'।

यहाँ विद्यार्थियों द्वारा जोड़ने के बारे में विकसित किए गए कुछ अनुमानों के उदाहरण दिए गए हैं:

> प्रखर का नियम: 'जब आप किसी संख्या में शून्य जोड़ते हैं तो इससे वह संख्या नहीं बदलती जिससे आपने आरंभ किया था।' ($a + 0 = a$)
>
> सलमा का नियम: 'जब आप किसी संख्या में से शून्य घटाते हैं तो इससे वह संख्या नहीं बदलती जिससे आपने आरंभ किया था।' ($a – 0 = a$)
>
> ज्योत्सना का नियम: 'यदि आपने जिस संख्या से आरंभ किया था उसमें से वही संख्या निकाल लेते हैं तो उत्तर 0 आता है।' ($a – a = 0$)

> जान का नियम: 'यदि संख्या वाक्य के प्रत्येक ओर से संख्याओं की अदलाबदली कर दी जाए तो इससे कोई फर्क नहीं पड़ता। यदि संख्याएं समान हैं, तो संख्या वाक्य तब भी संतुलित होगा।' (a + b = b + a)
>
> सरिता का नियम: 'जब आप दो संख्याएँ जोड़ते हैं, तो आप जोड़ी जाने वाली संख्याओं का क्रम बदल सकते हैं और आपको तब भी वहीं संख्या प्राप्त होगी।' (a + b = b + a)

अन्वेषण और अनुमान लगाना

निम्नलिखित गतिविधि आपको दिखाती है कि कैसे आप अंकगणित कथनों का अन्वेषण करके और वे सच हैं, कभी-कभी सच हैं या कभी सच नहीं हैं, इसके बारे में अनुमान लगा कर विद्यार्थियों को बीजगणितीय रूप से सोचना आरंभ करने में मदद कर सकते हैं। कई बार यह देख कर विद्यार्थी आश्चर्यचकित हो सकते हैं कि उन्हें 'यह सत्य नहीं है' कहने की अनुमति है। यह वाकई महत्वपूर्ण है कि उन्होंने संख्याओं के साथ दिखने वाली हर चीज़ का यूं ही स्वीकार नहीं कर लेना चाहिए बल्कि उन्हें यह सोचने के लिए तैयार रहना चाहिए 'क्या यह हमेशा सत्य है या मैं इसे असत्य ठहरा सकता/सकती हूँ?'

गतिविधि 2: अनुमान

तैयारी

ब्लैकबोर्ड पर कई अंकगणितीय कथन लिखें। कुछ उदाहरण जिन्हें आप उपयोग कर सकते हैं:

- (3 + 5) + 8 = 3 + (5 + 8)
- (3 + 5) × 8 = 3 + (5 × 8)
- (3 – 5) – 8 = 3 – (5 – 8)
- (3 × 5) + 8 = 3 × (5 + 8)

नोट करें कि कुछ कथन सत्य होने चाहिए और कुछ असत्य होने चाहिए।

संसाधन 2 में कथनों के और उदाहरण हैं।

गतिविधि

अपने विद्यार्थियो से निम्नलिखित करने को कहें:

- प्रत्येक कथन की वैधता की जांच करें।
- सारे सही कथनों के लिए, एक, दो या सारी तीन संख्याएँ बदल कर कई मिलते जुलते कथन लिखें। क्या ये सभी सत्य हैं? यदि हाँ, तो क्या आपको लगता है कि ये कथन संख्याओं के सभी संभावित चयनों के लिए सत्य होंगे? अपने विचारों को अनुमान के रूप में लिख कर रखें।
- सारे गलत कथनों के लिए, एक, दो या सारी तीन संख्याएँ बदल कर कई मिलते जुलते कथन लिखें। क्या इनमें से सभी गलत है या आप एक सही कथन ढूँढ सकते हैं? क्या आपको लगता है कि संख्याओं के सभी संभावित चुनावों के लिए ये कथन गलत होंगे? अपने विचारों को अनुमान के रूप में लिख कर रखें।

यह गतिविधि विद्यार्थियों को बातें करके सीखने के मूल्यवान अवसर प्रदान करती है। आप शायद गतिविधि के इस पहलू के लिए अपने नियोजन में मदद के लिए मुख्य संसाधन 'सीखने के लिए संवाद' को देखना चाहें।

वीडियो: सीखने के लिए बातचीत

केस स्टडी 2: श्रीमती कपूर गतिविधि 2 के उपयोग के बारे में बताती हैं

मैंने विद्यार्थियों को पाँच के समूह में बाँटा और फिर मैंने ब्लैकबोर्ड पर लिखे कथनों की वैधता पर चर्चा के लिए उन्हें दस मिनट दिए।

समूहों के बीच बहुत चर्चा हुई [चित्र 3]। इससे मुझे बहुत ही खुशी हुई क्योंकि जब मैंने उनकी बातों को सुना तो वे सब सोच रहे थे कि कथन सही क्यों थे या क्या वे उन संख्याओं की सोच सकते थे जो उन्हें असत्य बना सके या इसका विपरीत सही हो।

ऐसे कुछ विद्यार्थी थे जो अपने समूह में सोच में कोई योगदान नहीं दे रहे थे, इसलिए मैंने समूह से यह सुनिश्चित करने को कहा कि वे उन्हें भी चर्चा में शामिल करें। उनमें से एक ने स्कूल में कुछ समय खो दिया था और उसे फिर से समूह का हिस्सा बन पाने में मदद की ज़रूरत थी। उसका अंकगणित खास तौर पर अच्छा था, इसलिए उन्होंने जल्द ही उसके योगदान की सराहना की। मैंने कक्षा से कहा कि हर किसी को उसके हिस्से का सोचना ज़रूरी था और विचार साझा करना हर किसी के लिए मददगार होगा। मैंने यह भी कहा कि मैं उस विद्यार्थी को चुनूँगी जो प्रस्तुति देगा इसलिए जो भी कहा गया है उस पर हर किसी को रिपोर्ट करना आवश्यक था। तो फिर वे सभी अभ्यास में लग गए।

मैंने अलग अलग विद्यार्थियों से उनके अपने समूह की चर्चाओं से उत्तर देने को कहा और यह बताने को कहा कि उन्हें क्या लगता था कि कथन हमेशा सत्य, कभी-कभी सत्य था या कभी सत्य नहीं था। मैंने उनसे पूछा कि उन्होंने कौन सी संख्याएँ आज़माई थीं और उनसे यह बताने की कोशिश करने के लिए भी कहा कि उन्होंने वो विशेष मान क्यों चुने थे। फिर मैंने अन्य समूहों को भी उनके द्वारा चुनी गई संख्याओं का योगदान करने के लिए कहा, तो इस तरह हमारे पास उदाहरणों की एक सूची एकत्रित हो गई।

इसमें काफी समय लग गया, खासकर एक गलत कथन के साथ क्योंकि कई समूहों को यकीन था कि वे उसे सत्य बनाने का कोई तरीका ढूँढ सकते थे। इसका अर्थ था हम उन सारे कथनों को नहीं देख पाए जो मैंने तैयार किए थे और इसलिए मैंने उन्हें अपने खुद के अनुमान लिख कर बाकी को गृहकार्य के रूप में पूरा करने के लिए कहा।

उन्हें जो मिला था उस पर हमने अगले दिन चर्चा की और उसमें अधिकांश ने काफी योगदान दिया। मैंने देखा कि कक्षा में पीछे बैठे कुछ विद्यार्थी बहुत शांत थे। जब मैं उनसे बात करने गई, तो उनमें से कुछ ने कहा वे नहीं समझे थे कि क्या करना था, तो मैंने उनसे पूछा कि दूसरों के द्वारा बनाए गए अनुमान सही या गलत क्यों थे।

विचार कीजिए

कक्षा के पीछे बैठे शांत विद्यार्थियों से श्रीमती कपूर ने जिस तरह बात की उसके बारे में आपका क्या सोचना है? उन्हें क्या करना है यह उनके न समझने के क्या संभावित कारण हो सकते हैं?

अब इस बारे में सोचें कि आपके विद्यार्थियों ने गतिविधि पर कैसी प्रतिक्रिया दी और निम्नलिखित प्रश्नों पर विचार करें:

- विद्यार्थियों से कैसी प्रतिक्रियाएँ अनपेक्षित थीं? क्यों?
- अपने विद्यार्थियों की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे आपका क्या कारण था?

4 अधिक औपचारिक सामान्यीकरणों पर जाना

कथनों के बारे में अनुमान लगाने से चिह्नों का उपयोग करके सामान्यीकरण पर जाना एक बहुत बड़ी छलांग हो सकती है, लेकिन यदि आपके विद्यार्थी गतिविधि 1 और 2 में दिए गए खेलों पर काम करते आ रहे हैं, तो उन्होंने शायद पहले ही प्रतीकों का उपयोग आरंभ कर दिया होगा।

उदाहरण के लिए, उन्होंने कुछ इस तरह की बातें कही होगी 'यदि आप किसी संख्या से 2 लेते हैं और उसमें पाँच जोड़ देते हैं, तो उत्तर हमेशा तीन अधिक ही होगा'। इस सन्दर्भ में किसी संख्या को दिखाने के सुविधाजनक तरीके के रूप में x या n का उपयोग पूरी तरह से स्वाभाविक प्रतीत हो सकता है।

अगली गतिविधि अधिक औपचारिक सामान्यीकरणों को प्रोत्साहित करने लगती है।

गतिविधि 3: सामान्यीकरण
तैयारी दो प्रकार के फ्लैश कार्ड बनाएं: • S-कार्ड – इनके विशिष्ट अंकगणितीय कथन होते हैं जो सत्य हो सकते हैं या नहीं भी हो सकते। • G-कार्ड – इनके सामान्यीकृत कथन (अनुमान) होते हैं जो S-कार्ड के कथनों के संगत होते हैं। संसाधन 3 में S-कार्ड और G-कार्ड के उदाहरण दिए गए हैं। आप इन्हें अपनी कक्षा के स्तर के अनुसार बदल सकते हैं। कक्षा को समूहों में बांटें। इस गतिविधि के लिए छः से दस लोगों के समूह अच्छे रहते हैं। सारे S-कार्ड और सारे G-कार्ड अलग अलग फेंट दें। अपनी कक्षा को समूहों में व्यवस्थित करने के बारे में सोचते समय आप शायद प्रमुख संसाधन 'समूहकार्य का उपयोग' पर नज़र डालना चाहें। हर समूह को दो बराबर-बराबर भागों में विभाजित करें। पहले आधे भाग को S-कार्ड और दूसरे आधे भाग को G-कार्ड वितरित करें। गतिविधि भाग 1 अपने विद्यार्थियों को S-कार्ड और G-कार्ड की जोड़ियाँ बनाने के लिए कहें और फिर देखें कि किया गया अनुमान हमेशा सत्य है, कभी-कभी सत्य है या असत्य है। एक दूसरा उपाय है विद्यार्थियों को पाँच या छः के समूहों में कार्य करने के लिए कहना और उन्हें छः S-कार्ड और G-कार्ड सौंप देना। यदि उनके पास एक विशिष्टिकृत (S) कार्ड है तो उन्हें उस कार्ड को सामान्यीकृत (G कार्ड बनाना) करना पड़ेगा। यदि उनके पास G-कार्ड है तो उन्हें उसके लिए एक S-कार्ड बनाना पड़ेगा और फिर चर्चा करनी होगी कि वह हमेशा सत्य है, कभी-कभी सत्य है या कभी भी सत्य नहीं है। संसाधन 4 प्रत्येक प्रकार के कार्ड की सामग्री के लिए कुछ उदाहरण प्रदान करता है। भाग 2 विद्यार्थियों से उनके अपने S-कार्ड और G-कार्ड बनाने के लिए कहें।

वीडियो: समूह में कार्य का उपयोग करना

केस स्टडी 3: श्री अग्रवाल गतिविधि 3 के उपयोग का अनुभव बताती हैं

मैंने [संसाधन 3 में] दिए सुझावों का उपयोग करके S-कार्ड और G-कार्ड बनाए। मुझे यह गतिविधि अच्छी लगी क्यों मैंने सोचा इससे विद्यार्थियों को प्रोत्साहन मिलेगा कि वे अभिव्यक्ति की तुलना करें और फिर देखें कि कैसे प्रत्येक अभिव्यक्ति को गणितीय भाषा में संदर्भित किया जा सकता है।

मैंने इस तरह समूह बनाए कि हर समूह में एक विद्यार्थी था जिसे बीजगणित की अच्छी समझ थी। फिर मैंने उनसे यह सुनिश्चित करने के लिए कहा कि समूह के सारे विद्यार्थी इस चर्चा में भाग ले रहे हैं कि उनके अनुमानित सामान्यीकरण पूरी तरह असत्य थे, कभी-कभी सत्य थे (यदि ऐसा

है तो कब) या हमेशा सत्य थे। समूहों को यह चेतावनी भी दी गई थी कि उनके समूह का वर्णन किसी विद्यार्थी द्वारा ही किया जाएगा, इसलिए उन सभी की एक आम सहमति होना आवश्यक है।

ये काफी अच्छा रहा। समूहों में चल रही जो चर्चा मेरे कानों पर पड़ी वो कक्षा के लिए असाधारण थी क्योंकि उनमें से हरेक ने विशिष्ट को सामान्यता के साथ मिलाने की और यह पता करने की कोशिश की कि वह हमेशा सत्य था या नहीं। मैंने हर समूह को कार्ड की एक जोड़ी प्रस्तुत करने और उन्होंने जो तय किया उसका कारण देने को कहा। इसमें कुछ समय लगा लेकिन सिर्फ़ इसलिए क्योंकि वे एक दूसरे के साथ बहुत अधिक चर्चा कर रहे थे! हमें गतिविधि के दूसरे भाग को अगले दिन के लिए छोड़ना पड़ा।

उनके खुद के S-कार्ड और G-कार्ड बनाना भी एक अच्छा अभ्यास था, क्योंकि मैंने उन्हें ये व्यक्तिगत रूप से करने के लिए कहा और फिर उनमें से प्रत्येक ने बताया कि उसने समूहों में क्या बनाया था। तो उन्हें इस बारे में अपने कक्षा के सहपाठियों से बहुत सी जानकारी मिली कि वे उनके कथनों के बारे में सही थे या उनके बीच कोई गलतफहमी थी।

विचार कीजिए

- अपने विद्यार्थियों की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या किसी भी समय आपको ऐसा लगा कि हस्तक्षेप करना चाहिए?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- आपने अपने विद्यार्थियों को टीमों में कैसे विभाजित किया?
- क्या आप इन टीमों का पुनः उपयोग करेंगे?
- इस गतिविधि के लिए आप अपने विद्यार्थियों की समझ का आकलन कर सके?
- क्या ऐसे विद्यार्थी हैं जिन्हें अधिक सहायता की आवश्यकता है?

5 सारांश

इस इकाई ने बीजगणितीय सोच पर और आपके विद्यार्थियों को बीजगणितीय सोच और अंकगणित के बीच समानताओं और असमानताओं पर विचार करने में मदद करने पर ध्यान केंद्रित किया है।

इस इकाई का अध्ययन करने में आपने बराबर के चिह्न को 'और उत्तर है' की बजाय 'के समान है' के अर्थ में समझने के महत्व को पहचान लिया होगा। आपने यह भी सोचा होगा कि आपके विद्यार्थियों को उनकी तर्कशक्ति विकसित करने में कैसे सक्षम करें कि कथन सत्य हैं या असत्य हैं और वे सत्य हैं तो क्या वे सभी संख्याओं के लिए सत्य हैं?

आपने सोचा कि विद्यार्थियों को यह समझने में कैसे मदद करें कि वे गणितज्ञों के रूप में कार्य कर सकते हैं और कथन कारगर हैं या नहीं इसके कारणों का अन्वेषण और निर्माण कर सकते हैं। उन्हें ही यह फैसला करना पड़ेगा कि कोई चीज़ सत्य है या असत्य। इस प्रकार आपके विद्यार्थियों में चिह्न या सामान्यीकरण का उपयोग करते समय दुविधा में या भौंचक्का होने की बजाय बीजगणितीय सोच का उपयोग करके गणितज्ञों के रूप में आत्मविश्वास बढ़ेगा।

आप यह भी देखेंगे कि अपने विद्यार्थियों की शिक्षा की सहायता में बेहतर होने के लिए अपने शिक्षण पर विचार करना कितना महत्वपूर्ण है।

विचार कीजिए

- उन तीन तकनीकों या रणनीतियों की पहचान करें, जिन्हें आपने इस अंक में सीखा है और जिनका उपयोग आप कक्षा में करेंगे, साथ ही कोई दो ऐसे विचार बताएँ जिनके बारे में आप आगे जानना चाहते हैं।

संसाधन

संसाधन 1: एनसीएफ/एनसीएफटीई शिक्षण आवश्यकताएँ

यह इकाई एनसीएफ (2005) और एनसीएफटीई (2009) की निम्नलिखित शिक्षण आवश्यकताओं के साथ संबंध स्थापित करती है तथा उन आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगी:

- शिक्षार्थियों को उनके शिक्षण में सक्रिय प्रतिभागी के रूप में देखें न कि सिर्फ ज्ञान प्राप्त करने वाले के रूप में; ज्ञान निर्माण के लिए उनकी क्षमताओं को कैसे प्रोत्साहित करें; रटने वाली पद्धतियों से शिक्षण को दूर कैसे ले जाएँ।
- विद्यार्थियों को गणित को किसी ऐसी बातो के रूप में लेने दें जिसके बारे में वे बात करें, जिसके द्वारा संवाद करें, जिसकी आपस में चर्चा करें, जिस पर साथ मिलकर कार्य करें।
- चलिए विद्यार्थियों को गणित का महत्व समझने दें और सूत्रों तथा यांत्रिक प्रक्रियाओं से आगे बढ़कर गणित को जानने का प्रयास करने दें।

संसाधन 2: गतिविधि 2 में उपयोग के लिए कथनों के उदाहरण

ब्लैकबोर्ड पर इसके समान कई अंकगणितीय कथन लिखें।

ध्यान दें कि आपके द्वारा उपयोग किए गए कुछ कथन सत्य होने चाहिए और कुछ असत्य होने चाहिए।

$(3 + 5) + 8 = 3 + (5 + 8)$

$(3 + 5) \times 8 = 3 + (5 \times 8)$

$(3 - 5) - 8 = 3 - (5 - 8)$

$(3 \times 5) + 8 = 3 \times (5 + 8)$

$3 - (5 + 8) = (3 - 5) + 8$

$(8 - 5) \times 3 = (3 - 5) \times 8$

$(8 + 5) \times 3 = 8 \times 3 + 8 \times 5$

$3 \times 5 + 3 \times 8 = (3 + 5) \times 8$

$3 \times 5 - 8 = 8 - 3 \times 5$

$3 \times (5 - 8) = 3 \times 5 - 3 \times 8$

$(5 - 3) \times 8 = 8 \times (3 - 5)$

$3 \times (8 - 5) = 3 \times 8 - 3 \times 5$

S-कार्ड	**G-**कार्ड	सामान्यीकरण
3+4	(a+b)	A
2 × 3	a b	A
2 +(3+4) = (2+3)+4	a+(b+c) = (a + b)+c	A

संसाधन 3: S-कार्ड और G-कार्ड के उदाहरण

*तालिका **R3.1** S-कार्ड और G-कार्ड के उदाहरण।*

S-कार्ड **(**विशिष्टिकरण**)**	**G-**कार्ड **(**सामान्यीकरण**)**	सामान्यीकरण हमेशा सत्य **(A),** कभी**-**कभी सत्य **(S)** या असत्य **(F)** होता है
(3 × 2) × 4 = 3 × (2 × 4)	चाहे जिन दो संख्याओं का पहले गुणा किया जाए तीन संख्याओं का गुणनफल हमेशा समान रहता है	A
12 ÷ 3 = (12 ÷ 4) + 1	ab/b = ab/a + (a – b)	A
12 + 20 = 4 × 8	ab + bc = b(a + c)	A
2 × 4 + 3 × 4 = 4 × 5	a(a + 2) + (a + 1)(a + 2) = (a + 2)(a + 3)	S
$2 \times 1^2 = (2 \times 1)^2$	किसी संख्या के वर्ग का दुगना उस संख्या के दुगने के वर्ग के बराबर होता है	F
4 + 16 – 8 = 8 + 8 – 4	4 + 4(a – 2) = 2a + 2(a – 2)	S
4 + 4 × 1 = 6 + 1 + 1	4 + 4(a –2) = 3(a – 1) + (a – 2) + 1	A
3 + 2 + 1 = 3 × 2 × 1	तीन लगातार संख्याओं का योग उन संख्याओं के गुणनफल के बराबर होता है	S
4 + (6 ÷ 2) = 4 + 3	a + bc/c = a + b	A

461 + 200 = 200 + 461	यदि आप दो संख्याओं को साथ जोड़ते हैं तो आप क्रम बदल सकते हैं और आपको फिर भी वही उत्तर मिलेगा	A
7 × 4 = 9 × 7 – 5 × 7	c(a – b) = ac – bc	A

संसाधन 4: S-कार्ड और G-कार्ड का उपयोग

*तालिका **R4.1** S-कार्ड और G-कार्ड का उपयोग।*

S-कार्ड **(**विशिष्टिकरण**)**	**G-**कार्ड **(**सामान्यीकरण**)**	सामान्यीकरण हमेशा सत्य **(A),** कभी**-**कभी सत्य **(S)** या असत्य **(F)** होता है
(3 × 2) – 1 = (3 + 2)	दो संख्याओं के गुणनफल का पूववर्ती उन दो संख्याओं के योग के बराबर होता है	
(3 × 2) × 4 = 3 × (2 × 4)	यदि किन्हीं दो संख्याओं के गुणनफल को तीसरी संख्या से गुणा किया जाए, तो तीन संख्याओं का गुणनफल समान रहता है	
12 ÷ 3 = (12 ÷ 4) + 1	ab/b = ab/a + (a – b)	

अतिरिक्त संसाधन

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: https://www.ncetm.org.uk/
- National STEM Centre: http://www.nationalstemcentre.org.uk/
- National Numeracy: http://www.nationalnumeracy.org.uk/home/index.html
- BBC Bitesize: http://www.bbc.co.uk/bitesize/
- Khan Academy’s math section: https://www.khanacademy.org/math
- NRICH: http://nrich.maths.org/frontpage
- Art of Problem Solving’s resources page: http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php
- Teachnology: http://www.teach-nology.com/worksheets/math/
- Math Playground’s logic games: http://www.mathplayground.com/logicgames.html
- Maths is Fun: http://www.mathsisfun.com/
- Coolmath4kids.com: http://www.coolmath4kids.com/
- National Council of Educational Research and Training’s textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm
- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 1 (‘Aspects of Teaching Mathematics’), Block 2 (‘Numbers (I)’), Block 3 (‘Numbers (II)’): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 (‘Approaches to Learning’) Block 2 (‘Encouraging Learning in the Classroom’), Block 4 (‘On Spatial Learning’), Block 6 (‘Thinking Mathematically’): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html

- *Manual of Mathematics Teaching Aids for Primary Schools*, published by NCERT: http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/pks-primarymanual.pdf
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremjifoundation.org/Foundation_Publications
- Textbooks developed by the Eklavya Foundation with activity-based teaching mathematics at the primary level: http://www.eklavya.in/pdfs/Catalouge/Eklavya_Catalogue_2012.pdf
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including *List of Hands-on Activities in Mathematics for Classes III to VIII*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': http://cbse.nic.in/welcome.htm

संदर्भ/संदर्भग्रंथ सूची

Mason, J., Burton, L. and Stacey, K. (2010) *Thinking Mathematically*, 2nd edn. Harlow: Pearson Education.

National Council for Teacher Education (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education* (online). New Delhi: NCTE. Available from: http://www.ncte-india.org/publicnotice/NCFTE_2010.pdf (accessed 6 March 2014).

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework* (NCF). New Delhi: NCERT.

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

Zack, V. and Graves, B. (2001) 'Making mathematical meaning through dialogue: "Once you think of it, the Z minus three seems pretty weird'', *Educational Studies in Mathematics,* vol. 46, pp. 229–71.

अभिस्वीकृतियाँ

यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/) के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है, जब तक कि अन्यथा निर्धारित न किया गया हो। यह लाइसेंस TESS-India, OU और UKAID लोगो के उपयोग को वर्जित करता है, जिनका उपयोग केवल TESS-India परियोजना के भीतर अपरिवर्तित रूप से किया जा सकता है।

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएं करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत भर के उन अध्यापक शिक्षकों, मुख्याध्यापकों, अध्यापकों और विद्यार्थियों के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन यूनिवर्सिटी के साथ काम किया है।