म.प्र. राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्

सा विद्या या विमुक्तये

शिक्षा का अधिकार

सर्व शिक्षा अभियान

सब पढ़ें सब बढ़ें

मध्य प्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल

TESS India

गणित

हाईस्कूल / हायर सेकेण्डरी

सहयोगपूर्वक अधिगम और गणितीय चर्चा : त्रिभुज

भारत में विद्यालय समर्थित शिक्षक शिक्षा

www.TESS-India.edu.in

http://creativecommons.org/licenses/

The Open University

UKaid from the British people

एस.आर.मोहन्ती
अपर मुख्य सचिव

अ.शा.पत्र क्र R.S.K/10
दूरभाष कार्यालय - 0755-4251330
मध्यप्रदेश शासन
स्कूल शिक्षा विभाग
मंत्रालय, वल्लभ भवन, भोपाल-462 004
भोपाल, दिनांक 20-1-2016

संदेश

प्रिय शिक्षक साथियों,

बच्चों की शिक्षा को गुणवत्तापूर्ण और रोचक बनाने के लिए स्कूल शिक्षा विभाग निरन्तर प्रयासरत् है। आप सभी के प्रयासों से शिक्षकों के शिक्षण कौशल में भी निखार आया है और शालाओं में कक्षा शिक्षण भी आंनददायी तथा बेहतर हुआ है।

इसी दिशा में शिक्षकों को बाल केन्द्रित शिक्षण की ओर उन्मुख करने और शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्देश्यों को लेकर, TESS India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) का विकास किया गया हैं। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता व सुगमतापूर्वक किया जा सकता है। आशा है कि ये संसाधन, शिक्षकों एवं शिक्षक प्रशिक्षकों के व्यावसायिक उन्नयन और क्षमतावर्द्धन में लाभकारी और उपयोगी सिद्ध होंगे।

राज्य शिक्षा केन्द्र के संयुक्त तत्वाधान में TESS India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार किये गये मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) को www.educationportal.mp.gov.in पर भी उपलब्ध कराया गया हैं। आशा है इन संसाधनों के उपयोग से प्रदेश के शिक्षक और शिक्षक प्रशिक्षक लाभान्वित होंगे और कक्षाओं में पठन पाठन को रूचिकर और गुणवत्तायुक्त बनाने में मदद मिलेगी।

शुभकामनाओं सहित,

(एस.आर.मोहन्ती)

दीप्ति गौड मुकर्जी
आयुक्त
राज्य शिक्षा केन्द्र एवं
सचिव
मध्यप्रदेश शासन
स्कूल शिक्षा विभाग

अर्द्ध शा. पत्र क्र. : 8
दिनांक : 12-1-16
पुस्तक भवन, वी-विंग
अरेरा हिल्स, भोपाल-462011
फोन : (का.) 2768392
फैक्स : (0755) 2552363
वेवसाइट : www.educationportal.mp.gov.in
ई-मेल : rskcommmp@nic.in

संदेश

प्रिय शिक्षक साथियों,

सभी बच्चों को रूचिकर और बाल केन्द्रित शिक्षा उपलब्ध हो इसके लिए आवश्यक है कि हमारे शिक्षकों को शिक्षण की नवीनतम तकनीकों और शिक्षण विधियों से परिचित कराया जाए साथ ही इन तकनीकों के उपयोग के लिए उन्हे प्रोत्साहित भी किया जाए। TESS India द्वारा तैयार किये गये मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) के उपयोग से शिक्षक शिक्षण प्रविधि के व्यावहारिक उपयोग को सीख सकते हैं। इनकी सहायता से शिक्षक न केवल विषय वस्तु को सुगमता पूर्वक पढ़ा सकते हैं बल्कि पठन पाठन की इस प्रकिया में बच्चों की अधिक से अधिक सहभागिता भी सुनिश्चित कर सकते हैं।

राज्य शिक्षा केन्द्र स्कूल शिक्षा विभाग ने स्थानीय भाषा में तैयार किये गये इन मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) को अपने पोर्टल www.educationportal.mp.gov.in पर भी उपलब्ध कराया है।

आशा हैं, कि आप इन संसाधनों का कक्षा शिक्षण के दौरान नियमित रूप से उपयोग करेंगे और अपने शिक्षण कौशल में वृद्धि करते हुए बच्चों की पढ़ाई को आनंददायक बनाने का प्रयास करेंगे।

शुभकामनाओं सहित,

(दीप्ति गौड़ मुकर्जी)

शिक्षा का अधिकार

सर्व शिक्षा अभियान
सब पढ़ें सब बढ़ें

टेस–इण्डिया स्थानीयकृत ओईआर निर्माण में सहयोग

मार्गदर्शन एवं समीक्षा :
श्रीमती स्वाति मीणा नायक, अपर मिशन संचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एच. के. सेनापति, प्राचार्य, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. ओ.पी.शर्मा, अपर संचालक, मध्यप्रदेश एससीईआरटी
डॉ. अशोक कुमार पारीक उपसंचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री आर. पी. त्रिपाठी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
प्रो.जयदीप मंडल, विभागाध्यक्ष विज्ञान एवं गणित शिक्षा संकाय, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. आर. रायजादा, सहप्राध्यापक एवं विभागाध्यक्ष विस्तार शिक्षा, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. वी.जी. जाधव, से.नि. प्राध्यापक भौतिक, एनसीईआरटी
डॉ. के. बी. सुब्रमण्यम से.नि. प्राध्यापक गणित, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. आई. पी. अग्रवाल से.नि. प्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. अश्विनी गर्ग सहा. प्राध्यापक गणित संकाय, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. एल. के. तिवारी, सहप्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
श्री एल.एस.चौहान, सहा. प्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. श्रुति त्रिपाठी, सहा. प्राध्यापक अंग्रेजी, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. रजनी थपलियाल, व्याख्याता अंग्रेजी, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. मधु जैन, व्याख्याता शास. उच्च शिक्षा उत्कृष्टता संस्थान, भोपाल
डॉ. सुशोवन बनिक, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. सौरभ कुमार मिश्रा, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
श्री. अजी थॉमस, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. राजीव कुमार जैन, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
स्थानीयकरण :
भाषा एवं साक्षरता
डॉ. लोकेश खरे, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एम.एल. उपाध्याय से.नि. व्याख्याता शास. उत्कृष्ट उ.मा.विद्यालय मुरैना
श्री रामगोपाल रायकवार ,कनि. व्याख्याता, डाइट कुण्डेश्वर, टीकमगढ़
डॉ. दीपक जैन अध्यापक, शास. उत्कृष्ट उ.मा.विद्यालय क्र 1 टीकमगढ़
अंग्रेजी
श्री राजेन्द्र कुमार पाण्डेय, प्राचार्य, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्रीमती कमलेश शर्मा. डायरेक्टर , ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री हेमंत शर्मा, प्राचार्य, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री मनोज कुमार गुहा वरि. व्याख्याता, एससीईआरटी. मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एफ.एस.खान, वरि.व्याख्याता, प्रगत शैक्षिक अध्ययन संस्थान (आईएएसई) भोपाल
श्री सुदीप दास, प्राचार्य, शास.उ.मा.विद्यालय दालौदा, मन्दसौर
श्रीमती संगीता सक्सेना, व्याख्याता, ,शास.कस्तूरबा कन्या उ.मा.विद्यालय भोपाल
गणित
श्री बी.बी. पी. गुप्ता, समन्वयक गणित, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री ए. एच. खान प्राचार्य शास.उ.मा.विद्यालय रामाकोना, छिंदवाड़ा
डॉ. राजेन्द्र प्रसाद गुप्त , प्राचार्य शास. जीवाजी ऑब्जर्वेटरी उज्जैन
डॉ.आर,सी. उपाध्याय, वरि. व्याख्याता, डाइट, सतना
डॉ. सीमा जैन, व्याख्याता, शास. कन्या उ.मा.विद्यालय गोविन्दपुरा, भोपाल
श्री सुशील कुमार शर्मा, शिक्षक, शास. लक्ष्मी मंडी उ.मा.विद्यालय, अशोका गार्डन, भोपाल
विज्ञान
डॉ. अशोक कुमार पारीक उपसंचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
डॉ. सुसम्मा जॉनसन, व्याख्याता एस.आई.एस.ई. जबलपुर मध्यप्रदेश
डॉ.सुबोध सक्सैना, समन्वयक एससीईआरटी मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
श्री आर. पी. त्रिपाठी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री अरूण भार्गव, वरि. व्याख्याता, एससीईआरटी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
श्रीमती सुषमा भट्ट, वरि.व्याख्याता, एससीईआरटी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री ब्रजेश सक्सेना, प्राचार्य, एससीईआरटी ,मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. रेहाना सिद्दकी से.नि. व्याख्याता सेन्ट फ्रांसिस हा. से. स्कूल भोपाल

*TESS-India (*विद्यालय समर्थित शिक्षक शिक्षा*)* का उद्देश्य मुक्त शैक्षिक संसाधनों की सहायता से भारत में प्रारंभिक और सेकेण्डरी शिक्षको के कक्षा अभ्यास व कक्षा निष्पादन को सुधारना है जिसमें वे इन संसाधनों की सहायता से छात्र -केंद्रित, सहभागी दृष्टिकोणों का विकास कर सकें। टेस इंडिया के मुक्त शैक्षिक संसाधन शिक्षकों के लिए स्कूल पाठ्य पुस्तक के अतिरिक्त,सहयोगी पुस्तिका या संसाधन की तरह हैं। इसमें शिक्षकों के लिए कुछ गतिविधियां दी गई हैं जिन्हे वे कक्षाओ में विद्यार्थियों के साथ प्रयोग में ला सकते हैं, इसके साथ साथ कुछ केस स्टडी दी गई हैं जो यह बताती हैं कि कैसे अन्य शिक्षकों ने पाठ्य विषय को कक्षाओं में पढ़ाया और अपनी विषय संबंधी जानकारियों को बढ़ाने तथा पाठ योजनाओं को तैयार करने में संसाधनों का उपयोग किया।

TESS-India OER भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल भारतीय तथा अंतर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार किये गये है और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट रूप में उपयोग के लिए उपलब्ध हैं *(http://www.tess-india.edu.in)*। *OER* कार्यक्रम से जुड़े प्रत्येक भारतीय राज्य के शिक्षकों के उपयोग के लिए उपयुक्त तथा कई संस्करणों में उपलब्ध हैं तथा शिक्षक व उपयोगकर्त्ता इन्हे अपनी स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों के अनुरूप इनका स्थानीय करण करके उपयोग कर सकते हैं।

प्रस्तुत संस्करण मध्यप्रदेश की स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को ध्यान में रखकर तैयार किया गया है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई में कुछ गतिविधियों के साथ यह आइकॉन (संकेत) दिया गया है*:* . इसका अर्थ है कि आप उक्त विशिट विषयवस्तु या शैक्षणिक प्रविधि को और अधिक समझने के लिए *TESS-India* के वीडियो संसाधनों की मदद ले सकते हैं।

TESS-India वीडियो ससांधन (Resources) भारतीय परिप्रेक्ष्य में कक्षाओं में उपयोग की जा सकने वाली सीखने–सिखाने की विविध तकनीकों को दर्शाते हैं। हमें यकीन है कि इनसे आपको इसी प्रकार की तकनीकें अपनी कक्षा में करने में मदद मिलेगी। यदि इन वीडियो संसाधनों तक आपकी पहुँच नहीं हो तो कोई बात नहीं। यह वीडियो पाठ्यपुस्तक का स्थान नहीं लेते, बल्कि उसको पढ़ाने में आपकी मदद करते हैं।

TESS-India के वीडियो संसाधनों को *TESS-India* की वेबसाइट *http://www.tess-india.edu.in/* पर ऑनलाइन देखा जा सकता है या डाउनलोड किया जा सकता है*)*। इसके अतिरिक्त आप इन वीडियो को सीडी या मेमोरी कार्ड में लेकर भी देख सकते हैं।

संस्करण 2.0 SM06v1
Madhya Pradesh

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन–शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है: http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/

TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है

त्रिभुजों को अक्सर ज्यामिति के मूल आकार के रूप में माना जाता है, क्योंकि अन्य सभी बहुभुजों को त्रिभुज में विभाजित किया जा सकता है। इसलिए, 'एक गणितज्ञ की तरह बोलें' और सिर्फ़ एक विषय के रूप में याद करने के बजाय गणित को समझें, यह सीखने के लिए आपके विद्यार्थियो को प्रचलित शब्दावली का प्रयोग करते हुए त्रिभुज और उसके गुणों के बारे में जानने, उपयोग करने और परस्पर संवाद करने के लिए प्रेरित करना एक महत्वपूर्ण क़दम है।

यह इकाई इस बात पर ध्यान केंद्रित करेगी कि आपके विद्यार्थियो को गणित सीखने के लिए बातचीत का उपयोग करने में कैसे मदद करें। इसमें यह भी चर्चा की जाएगी और विचारों की पेशकश होगी कि किस प्रकार विद्यार्थी अपने शिक्षण में एक दूसरे की सहायता कर सकते हैं और एक दूसरे को प्रभावी प्रतिक्रिया दे सकते हैं। इस तरह के सहयोगी शिक्षण से विद्यार्थियो को और अधिक प्रेरित महसूस करने में मदद मिलती है। यह बड़ी कक्षाओं में कार्य करते समय भी विशेष रूप से उपयोगी है।

चित्र 1 त्रिभुज के साथ काम कर रहे विद्यार्थियो का एक समूह।

इस इकाई से आप क्या सीख सकते हैं

- गणित सीखने में आपके विद्यार्थी एक दूसरे की मदद कर सकें, इस दृष्टि से किस प्रकार एक दूसरे से सीखना का उपयोग किया जाए।
- औपचारिक गणितीय भाषा का उपयोग करते हुए बातचीत के माध्यम से आपके विद्यार्थियो की मदद के लिए कुछ विचार।
- आपके विद्यार्थियो को प्रभावी फ़ीडबैक का उपयोग करने में मदद के लिए कुछ विचार।

इस इकाई का संबंध संसाधन 1 में दी गई एनसीएफ (2005) और एनसीएफटीई (2009) में दी गई शिक्षण आवश्यकताओं से है।

1 गणित में बातचीत करना और सीखना

गणित के बारे में बात करने के लिए विद्यार्थियो को प्रोत्साहित करना और ऐसा करने के लिए उपयुक्त शब्दावली विकसित करने में उनकी मदद करना अधिगम (सीखने) का एक महत्वपूर्ण हिस्सा है। विचार करना एवं एक दूसरे को बता सकना परस्पर घनिष्ट रूप से जुड़े हैं (Sfard, 2010). यदि आप चाहते हैं कि आपके विद्यार्थी गणित के बारे में सोचे, समझें और इस प्रकार प्रभावी रूप से गणित सीखें, तो उन्हें अपने गणितीय विचारों को संप्रेषित करने की विधि भी सीखने की ज़रूरत होगी।

यदि आप गणितीय शब्दावली और पदावली का प्रयोग करते हुए संवाद करने के लिए अपने विद्यार्थियो की मदद करते हैं, तो आप उनके काम के दौरान प्रस्तुतिकरण और बात करते हुए उन्हें सुनने में सक्षम होंगे। सुन कर आप पता लगा सकते हैं कि उन्होंने गणितीय विचारों को समझा है या नहीं। इससे आपको उनके अधिगम का मूल्यांकन करने में मदद मिलेगी।

विद्यार्थियो को एक दूसरे के साथ उस बारे में बात करना सीखने की ज़रूरत है जो वे सोच रहे हैं। दूसरों को संप्रेषित करने के लिए विचारों को क्रमबद्ध करने की क्रिया या कार्य से उन्हें धारणाओं को सीखने में मदद मिलेगी (Lee, 2006) और कभी–कभी वे ग़लत अवधारणाओं को सुधारने में भी सक्षम होंगे।

विचार कीजिए

- स्वयं अपनी कक्षा के बारे में विचार करें। आपकी कक्षा में विद्यार्थियो और आपके बीच, या सिर्फ़ विद्यार्थियो के बीच कितना विचारों का आदान–प्रदान होता है? विद्यार्थी गणितीय शब्दावली का उपयोग करना कितना आसान पाते हैं? आपको ऐसा क्यों लगता है?
- आपने गणितीय अवधारणाओं को संप्रेषित करना किस प्रकार सीखा? आपने गणित के बारे में किससे बात की थी? क्या बातचीत से आपको अपने विचारों को सुलझाने में मदद मिली?

विद्यार्थियो से मुख्य शब्दों का उपयोग करने की उम्मीद करना और उन्हें ऐसी स्थिति में डालना, जहाँ उनके लिए मुख्य शब्दों का उपयोग ज़रूरी हो, अत्यंत महत्वपूर्ण है। इसे प्रभावी रूप से हासिल करने के लिए, नई शब्दावली का उपयोग करने वाले कार्य परिणाम के लिए महत्वपूर्ण हैं। गतिविधि 1 विद्यार्थियो को त्रिभुज बनाते हुए और उसका वर्णन करते हुए ऐसा करने के लिए कहती है।

इस यूनिट में अपने विद्यार्थियो के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने के पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह (या आंशिक रूप से) स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा यदि आप इसका प्रयास अपने किसी साथी के साथ करें क्योंकि जब आप अनुभव पर विचार करेंगे तो आपको मदद मिलेगी। स्वयं प्रयास करने से आपको शिक्षार्थी के अनुभवों के भीतर झांकने का मौका मिलेगा, जो परोक्ष रूप से आपके शिक्षण और एक शिक्षक के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित करेगा। जब आप तैयार हों, तो अपने विद्यार्थियों के साथ गतिविधियों का उपयोग करें। पाठ के बाद, सोचें कि गतिविधि किस तरह हुई और उससे क्या सीखा । इससे आपको विद्यार्थी–केंद्रित शैक्षिक वातावरण बनाने में मदद मिलेगी।

गतिविधि 1: त्रिभुज के बारे में गणितीय रूप से बात करना

तैयारी

इस गतिविधि के लिए, आपको विभिन्न लंबाई वाली ढेर सी छड़ियो की ज़रूरत होगी। आप बाँस से उपयुक्त छड़ियाँ काट सकते हैं। छड़ियों की लंबाई पर्याप्त रूप से बड़ी होना चाहिए – मान लें, 2 इंच से 18 इंच तक।

आदर्श रूप से प्रत्येक विद्यार्थी के लिए कम से कम तीन छड़ियाँ होनी चाहिए। यदि यह संभव नहीं है, तो विद्यार्थियो की प्रत्येक जोड़ी के लिए या तीन विद्यार्थियो के एक जैसे समूहों के लिए तीन छड़ियों का उपयोग करें। प्रत्येक विद्यार्थी (या विद्यार्थियो की जोड़ी)बिना सोचे विचारे रूप से तीन छड़ियाँ उठाता है। सुनिश्चित करें कि उन्हें अपनी छड़ियों को लंबाई के आधार पर छांटने का मौका न मिले । विद्यार्थियो को बाहर ले जाना बेहतर होगा जहाँ उन्हें चलने–फिरने के लिए पर्याप्त जगह मिले।

बोर्ड पर या दीवार पर काग़ज़ के एक बड़े टुकड़े पर शब्द लिखें।

<u>गतिविधि</u>

विद्यार्थियो से कहें कि वे अपने द्वारा चुनी गई तीन छड़ियों का उपयोग करते हुए एक त्रिभुज बनाएँ।

अपने विद्यार्थियो से निम्नलिखित पूछें:

- क्या आप में से कुछ लोग त्रिभुज नहीं बना पा रहे हैं? यदि हाँ, तो आप चर्चा करें कि इसका क्या कारण है।
- यदि आपको केवल एक छड़ी बदलने की अनुमति दी जाती है, तो वह छड़ी कौन–सी होगी और क्यों?
- इन शब्दों में से जितने चाहे उतने शब्दों का उपयोग करते हुए अपने त्रिभुज का वर्णन करें (आवश्यकतानुसार इस सूची को बढ़ाएँ या घटाएँ):

  न्यून, अधिक, सम, लम्ब, विषम, समद्विबाहु, समबाहु, कोण, भुजा, लंबाई, अंश, बड़ा, छोटा, लंबा, लघु, क्षेत्रफल, वर्ग, विपरीत, संलग्न।

अब विद्यार्थियो को एक और छड़ी दें, ताकि उनके पास कुल मिलाकर चार छड़ियाँ हो जाएँ।

अपने विद्यार्थियों से कहें:

- कि वे चार अलग त्रिभुज बनाएँ
- पुनः उपर्युक्त सूची से यथा संभव जितने चाहे उतने शब्दों का उपयोग करते हुए, उनके सहपाठी को बताएँ कि चार त्रिभुज में क्या समानता है और क्या असमानता।

केस स्टडी 1: श्रीमती दुबे गतिविधि 1 के उपयोग का अनुभव बताती हैं

यह एक शिक्षिका की कहानी है, जिसने अपने हाई स्कूल कक्षा के विद्यार्थियो के साथ गतिविधि 1 का प्रयास किया।

मैंने यह सुनिश्चित किया कि शुरुआत में ही मैं कक्षा को बता दूँ कि वे क्यों यह गतिविधि कर रहे हैं। मैंने उन्हें बताया कि यह वास्तव में महत्वपूर्ण है कि वे त्रिभुज के सभी विभिन्न भागों को पहचानें और उनके बारे में बात करें। इससे वे अपने पाठ्यपुस्तक में या परीक्षा में हल करने के लिए पूछे जाने वाले सवालों को बेहतर रूप से समझने में सक्षम होंगे। मैंने उनसे यह भी कहा कि पाठ के अंत में, मैं उनसे यह जाँचने के लिए कहूँगी कि वे त्रिभुज के हर हिस्से के लिए प्रचलित शब्दावली का प्रयोग कर सकते हैं, क्योंकि उनके लिए यह सुनिश्चित करना महत्वपूर्ण है कि उन्होंने समझा है और वे ठीक तरह से नामों का उपयोग कर सकते हैं।

चूँकि मेरी कक्षा में बहुत विद्यार्थी हैं, इसलिए यह अभ्यास करने के लिए मैंने उन्हें तीन–तीन के समूह में काम करने के लिए कहा। प्रत्येक समूह से एक विद्यार्थी आगे आया और उसने तीन छड़ियाँ उठाई; मैंने उन्हें इस तरह से पकड़ रखा था, ताकि उन्हें पता न चले कि वे छोटी छड़ियाँ उठा रहे हैं या बड़ी।

फिर मैंने उनसे कहा कि वे तीन छड़ियों के सिरे मिलाते हुए त्रिभुज बनाएँ और जब यह कार्य पूरा हो जाए, तो अपने हाथ ऊपर उठाएँ। कुछ समूहों ने बहुत जल्दी अपने हाथ ऊपर उठा दिए, लेकिन विशेष रूप से दो समूहो मे ऐसा करने के लिए बहुत ही कोशिश की जा रही थी। मैंने उन्हें रुकने को कहा और जो समूह त्रिभुज बना चुके थे उन्हें बैठने के लिए कहा।

फिर उन दो समूहों से,,जो अभी भी खड़े थे। मिस' हम त्रिभुज नहीं बना सकते उन्होंने कहा। मैने पूछा 'क्यों नहीं?' पहले उन्होंने इस प्रकार कहना शुरू किया 'छड़ियाँ आपस में मिल नहीं पा रहीं या हम नोक नहीं मिला पा रहें हैं'। मैंने उन्हें रोका और कक्षा से पूछा कि जब छड़ियों त्रिभुज के आकार में हों तो छड़ियों और नोक को क्या कहा जाता है। अंततः डैना ने कहा 'वे भुजा और शीर्ष हैं,' इस पर सही शब्दावली का उपयोग करने के लिए मैंने उसे बधाई दी –और उन्हें पाठ के उद्देश्य का स्मरण कराया। बहुत सी चर्चा और एक दूसरों से मदद लेने के बाद, दो समूह यह कहने में सक्षम हो पाए कि 'त्रिभुज बनाने के लिए, दो छोटी भुजाओं की लंबाइयों का योग लंबी भुजा की लंबाई से अधिक होनी चाहिए'। यह वास्तव में समूह का प्रयास था, इसलिए मुझे यक़ीन हो गया कि उन सबने योगदान दिया था और इस बिंदु को समझा था। इसके बाद उन्हें दूसरे समूह के साथ अपनी छड़ियों की अदला–बदली करने की अनुमति दी गई और हम दूसरे भाग की ओर बढ़े।

मैंने विद्यार्थियो से कहा कि उन्हें प्रचलित गणितीय भाषा का प्रयोग करते हुए बाक़ी कक्षा को अपने त्रिभुज के बारे में बताना होगा। मैंने उनके द्वारा उपयोग किए जाने वाले शब्दों को ब्लैकबोर्ड पर लिखा, और पाठ्यपुस्तक का उपयोग करते हुए जाँचा कि उनके लिए ज़रूरी सभी चीज़ें मैंने समझा दी हैं। मैंने उन्हें अपने त्रिभुज को नाम देने और यथा संभव ब्लैकबोर्ड पर मौजूद अनेक शब्दों का उपयोग करते हुए परिचय पर विचार करने के लिए दस मिनट दिए।

क्योंकि मैंने शब्दों की सूची लिख दी थी, इसलिए विद्यार्थी गणितीय रूप से बोल सकते थे; इसके अलावा, मैंने हर विद्यार्थी को उनके द्वारा बनाए गए त्रिभुज के बारे में कुछ कहना आवश्यक कर दिया ताकि चर्चा में हर विद्यार्थी भाग ले।

यह दिलचस्प रहा क्योंकि कुछ विद्यार्थियो ने अपने त्रिभुज के लिए बहुत ही असामान्य विवरण प्रस्तुत किए। सोना ने कहा कि उसने 'एक बूढ़ा त्रिभुज बनाया है। जब मैंने इस प्रकार कहने का मतलब उससे जानना चाहा, तो उसने कहा कि वह झुक रहा है। मैंने उसे गणितीय शब्द का उपयोग करने को कहा, लेकिन वह उसके लिए शब्द सोच नहीं पाई, तब मैंने उसे ब्लैकबोर्ड पर चित्रित करने को कहा और दूसरों से पूछा कि वे उसे क्या कहेंगे। रवि ने फ़ौरन कहा कि वह 'अधिक कोण' है। हमने इन त्रिभुजो पर चर्चा की और, परिणामस्वरूप, हमने कई चीज़ों पर चर्चा की। जैसे–जैसे प्रत्येक समूह ने अपने त्रिभुज का परिचय दिया मैंने ब्लैकबोर्ड पर 'कर्ण', 'विपरीत', 'न्यून', 'अधिक', आदि को सही का चिन्ह लगाया, और उन्हें बताया कि वे कितने सफल रहे। किसी ने सभी शब्दों का उपयोग नहीं किया, लेकिन वे इसके क़रीब पहुँच गए।

आपके शिक्षण अभ्यास के बारे में सोचना

जब आप अपनी कक्षा के साथ ऐसी कोई गतिविधि करें, तो बाद में सोचे कि क्या ठीक रहा और कहाँ गड़बड़ हुई। ऐसे प्रश्नों पर विचार करें जिसमें विद्यार्थियो ने दिलचस्पी दिखाई और वे प्रश्न, जहाँ आपको स्पष्ट करने की ज़रूरत हुई। ऐसे चिंतन से वह 'स्क्रिप्ट' मिल जाती है, जिसकी मदद से आप विद्यार्थियो के मन में गणित के प्रति रुचि जगा सकते हैं और उसे मनोरंजक बना सकते हैं। अगर विद्यार्थियो को समझ नहीं आ रहा है और वे कुछ नहीं कर पा रहे हैं, तो इसका मतलब है कि उनकी इसमें सम्मिलित होने की रुचि नहीं है। जब भी आप गतिविधियाँ करें,, कुछ छोटी–छोटी ऐसी चीज़ों को नोट करते हुए जिनसे काफ़ी फ़र्क पड़ा, गातिविधि की प्रतिक्रिया को जाने जैसा कि श्रीमती दुबे ने किया।

विचार कीजिए

ऐसे चिंतन को बढ़ाने वाले अच्छे प्रश्न निम्नलिखित हैं:

- आपकी कक्षा में इसका प्रदर्शन कैसा रहा?
- विद्यार्थियो से किस प्रकार की प्रतिक्रिया की उम्मीद नहीं थी? क्यों?
- अपने विद्यार्थियों की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि पाठ के अंत में आपको दुबारा समझाना पड़ा?
- अगले पाठ में आप किस प्रकार इस सीख पर पुनः जोर देंगे?

गणितीय वार्तालाप को प्रोत्साहित करने के लिए एक व्यावहारिक गतिविधि का उपयोग करना एक ऐसी तकनीक है, जिसका आप कई अलग–अलग विषयों में उपयोग कर सकते हैं। दो अन्य ऐसे विषयों के बारे में सोचने का प्रयास करें, जहाँ आप इस तकनीक का उपयोग कर सकते हैं। अपने विचारों को अपने स्कूल या स्थानीय स्कूलों के गणित के साथी शिक्षकों के साथ बांटें और उनके विचारों का नोट तैयार करें, जिसे आपकी पाठ योजना में जोड़ा जा सके।

2 प्रभावी फ़ीडबैक

फ़ीडबैक शिक्षण में बहुत बड़ा फ़र्क लाते हुए देखा गया है (Hattie and Timperley, 2007) जब वह स्पष्ट रूप से इन तीन प्रश्नों का उत्तर दें:

- मैं किस दिशा में बढ़ रहा/रही हूँ?
- मैं कैसे काम कर रहा/रही हूँ?
- अब इसके आगे क्या?

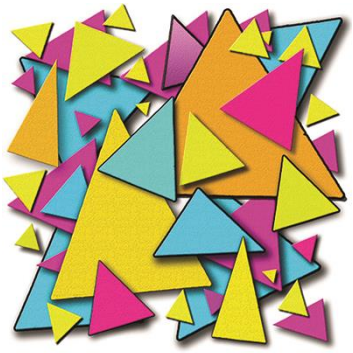
सर्वप्रथम विद्यार्थी को अधिगम का उद्देश्य के प्रयोजन या उद्देश्य (मैं किस दिशा में बढ़ रहा/रही हूँ) बहुत स्पष्ट होने चाहिए । मैं कैसे काम कर रहा/रही हूँ? पर फ़ीडबैक ने विद्यार्थियो को अधिगम के मामले में वे किस दिशा में बढ़ रहे हैं और इस समय वे कहाँ है के बीच के अंतराल को कम करने के लिए अधिक ध्यान और प्रेरणा प्रदर्शित करते हुए दर्शाया है। लेकिन, वे उस प्रेरणा को तभी व्यावहारिक रूप से लागू कर सकते हैं, जब वे तीसरे प्रश्न 'अब इसके आगे क्या?' का उत्तर जानते हुए अंतराल को और अधिक पाट सकें।

फ़ीडबैक देने और प्राप्त करने के लिए शिक्षक और विद्यार्थी, दोनों को पर्याप्त कौशल की ज़रूरत है। इसके लिए कक्षा लोकाचार की आवश्यकता है, जो विद्यार्थियो को किसी के द्वारा हँसी उड़ाए बगैर अपने विचारों को अभिव्यक्त करने का मौक़ा दे और जहाँ हर किसी के शिक्षण और मिलजुल कर सुधार करने पर पूरी तरह ध्यान केंद्रित हो। ऐसे लोकाचार के तहत शिक्षकों या अन्य विद्यार्थियो के लिए 'मैं किस दिशा में बढ़ रहा/रही हूँ?' और 'अब इसके आगे क्या?' पर आधारित फ़ीडबैक देना, और विद्यार्थियो के लिए उस फ़ीडबैक को सुनना और उस पर कार्य करना संभव है।

यदि विद्यार्थी मिलजुल कर अपनी धारणाओं को आज़माने का प्रयास करते हैं, तो वे एक दूसरे से लगातार प्रतिक्रिया प्राप्त कर सकते हैं। फ़ीडबैक शिक्षकों के समरूप गुणवत्ता वाली नहीं होगी, क्योंकि विद्यार्थियो का विषय ज्ञान उतना गहरा नहीं होगा और ना ही वे शिक्षक की भाँति विषय की विभिन्न अवधारणओं में जोड़ पाते हैं; लेकिन, फ़ौरन फ़ीडबैक प्राप्त करने का मौक़ा गुणवत्ता के मुद्दे से कहीं ज्यादा महत्वपूर्ण है।

अगली गतिविधि का उद्देश्य त्रिभुजो के बारे में अधिक जानना है, लेकिन यह कक्षा को प्रभावी फ़ीडबैक के लिए तीन प्रश्नों ('मैं किस दिशा में बढ़ रहा/रही हूँ?', 'मैं कैसे काम कर रहा/रही हूँ?' और 'अब इसके आगे क्या?') का उपयोग करते हुए आज़माने का मौक़ा भी देता है। आप इस गतिविधि से विचारों को अन्य गणितीय विषयों पर भी लागू कर सकते हैं।

गतिविधि 2: क्या होगा यदि ...?



चित्र 2 विद्यार्थी कितने अलग प्रकार के त्रिभुज बना सकते हैं?

प्रत्येक विद्यार्थी, या विद्यार्थियो के समूह के सामने छड़ियों से तैयार किया गया त्रिभुज होना चाहिए।

अपने विद्यार्थियो से कहें कि वे समूहों में निम्न प्रश्नों पर चर्चा करें:

- उन्हीं तीन छड़ियों का प्रयोग करते हुए, आप कितने अलग त्रिभुज बना सकते हैं? क्यों? क्या होगा यदि आप दो छड़ियों की स्थिति में अदला–बदली करते हैं?
- यदि आप एक छोटी या लंबी छड़ी में अदला–बदली करें तो त्रिभुज का क्या होगा?
- क्या होगा यदि आप दो छड़ियों के बीच कोण को कम करें या बढ़ा दें?
- तीन भुजाओं और तीन कोणों को मापें। इन मापों को घटते क्रम में व्यवस्थित करें। आप क्या देखते हैं? क्या अन्य विद्यार्थियो ने भी यही देखा? त्रिभुज के लिए इसके परिणामस्वरूप अपने प्रेक्षण का उल्लेख करें।
- दो ऐसे त्रिभुज के बारे में विशेषताऐं तैयार करें, जिनकी संगत भुजाओं की लंबाइयाँ समान हैं। क्या आपके विचार में सभी त्रिभुज के लिए यह कथन सही है? क्या आप इस कथन का विस्तार कर अन्य बहुभुज में प्रयोग कर सकतें हैं।

इसके अलावा विद्यार्थियो से विचार–विमर्श के दौरान और बाद में प्रश्नों पर विचार करने के लिए कहें:

- मैं किस दिशा में बढ़ रहा/रही हूँ?
- मैं कैसे काम कर रहा/रही हूँ?
- अब इसके आगे क्या?

फिर उनसे कक्षा के साथ अपने निष्कर्षों को साझा करने के लिए कहें। समूहों से कहें कि वे 'मैं किस दिशा में बढ़ रहा/रही हूँ?', 'मैं कैसे काम कर रहा/रही हूँ?' और 'अब इसके आगे क्या?' पर अपने विचार सम्मिलित करें। विद्यार्थियो से कहें कि वे अन्य समूहों को सुनें और तैयारी करें तथा इन प्रश्नों पर अपनी प्रतिक्रिया दें।

फिर अलग–अलग विद्यार्थियो से कक्षा के सामनेअपने विचारों को प्रस्तुत करने के लिए कहें। अन्य विद्यार्थियो को टिप्पणी करने के लिए प्रोत्साहित करें। सुनिश्चित करने का प्रयास करें कि विभिन्न समूहों के विद्यार्थियो को बोलने का मौक़ा मिले है।

केस स्टडी 2: श्रीमती दुबे गतिविधि 2 के उपयोग का अनुभव बताती हैं

मैंने गतिविधि 1 के बाद सीधे गतिविधि 2 का उपयोग किया। विद्यार्थियो ने विभिन्न त्रिभुज बनाने की कोशिश में बहुत समय लगाया और मुझे छड़ियों के सिरों को मिलाने के बारे में उन्हें याद दिलाते रहना पड़ा। अंततः उन सबने महसूस किया कि उनके पास पहले चार सवालों के जवाब थे। इस बार मैंने उनसे किसी दूसरे समूह को अपने परिणाम प्रस्तुत करने और उन्हें सही साबित करने की कोशिश करने के लिए कहा। मैंने कक्षा को फीडबैक के बारे में यह कह कर अवगत कराया कि वे किस दिशा में आगे बढ़ रहा/रही हूँ?' पर सोचे एक एक दूसरे को सुनना शुरू करे फिर मैंने सुनने वाले समूह से मे कैसे काम कर रहा हूँ/रही हूँ पर अपने विचार प्रस्तुत करते हुए फ़ीडबैक देने के लिए कहा। पाँच मिनट के बाद मैंने कक्षा को याद दिलाया कि वे सुनना छोड़े और प्रस्तुतिकरण दें।

उसके बाद, हमने कक्षा में विचार–विमर्श किया। मैंने पहले पूछा, 'क्या आसान था?' कक्षा ने कहा कि उन्हें अपने त्रिभुज और भुजाओं के बारे में बात करना बहुत आसान लगा, लेकिन जब तक किसी ने विचार करने और बदलने की याद नहीं दिलाई वे बता नहीं पाए कि क्यों त्रिभुज समरूप थे – लेकिन भिन्न–भिन्न थे। उन्होंने त्रिभुज का वर्णन करने के लिए 'समरूप' शब्द का भी प्रयोग किया, जिसे सुन

कर मुझे बेहद खुशी हुई। हमने 'समरूप' के गणितीय अर्थ पर चर्चा की और मैंने गणितीय त्रिभुज और आकारों में 'समरूप' के अर्थ एवं उसकी गणितीय परिभाषा लिखने के लिए प्रत्येक समूह से कहा।

फिर मैंने विद्यार्थियो से पूछा कि उन्हें क्या कठिन लगा। उन्होंने कहा कि सही तरह से फ़ीडबैक देना कठिन था, लेकिन उसने उन्हें वाक़ई सोचने पर मजबूर किया। 'मैं कैसे काम कर रहा/रही हूँ?'उनका सटीक उत्तर देना आसान नहीं था, लेकिन उसके कारण आपने जो कहा उसके बारे में सोचना पड़ा। मैंने जवाब दिया, 'हाँ, मैं जानती हूँ!' यह भी एक दिलचस्प सत्र बन गया और मुझे लगता है कि बहस ने काफ़ी विद्यार्थियो की मदद की, क्योंकि वे कक्षा के बाद काफ़ी खुश नज़र आ रहे थे।

वीडियोः सभी की सहभागिता

आप 'सभी की सहभागिता' से संबंधित मुख्य संसाधन पर भी नज़र डालना चाहेंगे।

विचार कीजिए

- विद्यार्थियो से किस प्रकार की प्रतिक्रिया की उम्मीद नहीं थी? क्यों?
- अपने विद्यार्थियों की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे क्या कारण था?

यदि आपके पास इंटरनेट की सुविधा है, तो आप भी इसी तरह के नियत कार्यों को तैयार करने के लिए गतिशील ज्यामिति सॉफ़्टवेयर (जैसे कि निःशुल्क डाउनलोड करने के लिए उपलब्ध प्रोग्राम GeoGebra) का उपयोग कर सकते हैं।

3 एक दूसरे से सीखना

भरी हुई कक्षा में सीखने के अवसरों को बढ़ाने के लिए, विद्यार्थियो को चाहिए कि वे केस स्टडी 2 के लिए श्रीमती दुबे की कक्षा में किए गए अनुसार एक दूसरे की मदद करें। तथापि, माध्यमिक गणित कक्षाओं में शायद ही कभी एक दूसरे से सीखना को लागू किया जाता है और जहाँ ऐसा होता है, वहाँ ऐसा करने के उद्देश्य नहीं होता बल्कि ऐसा अपने आप होता है। Slavin et al. (2003) ने प्रमाण की काफ़ी समीक्षा की और निष्कर्ष निकाला कि 'सहकारी शिक्षण आधुनिक अनुसंधान के इतिहास की सबसे बड़ी सफलता की कहानियों में से एक है' (पृ. 177). इस सफलता के चार प्रमुख कारण (Wiliam, 2011) निम्न प्रतीत होते हैंः

1. **प्रेरणाः** विद्यार्थी एक दूसरे को सीखने में मदद करते हैं, क्योंकि ऐसा करना स्वयं उनके हित में है। इसका चौतरफ़ा प्रयास बढ़ाने पर प्रभाव पड़ता है, जिसके फलस्वरूप सीखने में अधिक सफलता हासिल होती है और उसके कारण चुनौतीपूर्ण अवधारणाओं को हल करने के लिए अधिक प्रेरणा मिलती है।
2. **सामाजिक एकजुटताः** विद्यार्थी अपने साथियों की मदद इसलिए करते हैं कि वे एक ही समूह का हिस्सा हैं और उनके लिए समूह की सफलता मायने रखती है।
3. **वैयक्तिकरणः** यदि किसी विशेष विद्यार्थी को परेशानी हो रही हो, तो इस बात की संभावना है कि समूह में कोई और उसकी मदद करे। जहाँ समूह की रचना अच्छी तरह से की गई हों, जहाँ मद्द करने वाले या मद्द लेने वाले लोग हर बार वही नहीं होते।
4. **संज्ञानात्मक विस्तारः** विचार–विमर्श में योगदान देने वाले लोगों पर दबाब रहता है कि वे सोचें और उन विचारों को स्वयं के लिए भी स्पश्ट करें तथा दुसरे को भी स्पष्ट करें।

   यदि किसी बड़ी कक्षा में विद्यार्थियो को अपेक्षित मदद पाना हो, तो उन्हें एक दूसरे की मदद करने के लिए उपलब्ध होना चाहिए। विद्यार्थियो द्वारा एक दूसरे को पढ़ाना आश्चर्यजनक रूप से प्रभावी हो सकता हैः एक अध्ययन में विद्यार्थियो ने अपने शिक्षक से वैयक्तिक रूप से पढ़ाए जाने पर जितना सीखा लगभग उतना ही साथी द्वारा पढ़ाए जाने पर भी सीखा, संभवतः इसका कारण यह हो कि उन्हें साथी द्वारा प्रश्न पूछे जाने पर कम भय महसूस होता है (chacter, 2000).

अगली गतिविधि का उद्देश्य एक समस्या को हल करने के लिए अन्य गणितीय विचारों के साथ संबंध स्थापित करते हूए में विद्यार्थियो को सहयोगपूर्वक एक साथ काम करने के लिए कहना है।

गतिविधि 3: संबंध जोड़ना

इस गतिविधि के लिए आपको प्रत्येक विद्यार्थी के लिए कम से कम तीन छड़ियों की ज़रूरत है। यदि यह संभव नहीं है, तो विद्यार्थियो की प्रत्येक जोड़ी के लिए या तीन विद्यार्थियो के एक जैसे समूहों के लिए तीन छड़ियों का उपयोग करें। प्रत्येक विद्यार्थी (या विद्यार्थियो की जोड़ी) यादृच्छिक रूप से तीन छड़ियाँ उठाता है। सुनिश्चित करें कि उन्हें अपनी छड़ियों को लंबाई के आधार पर छांटने का मौक़ा न मिले।

अपने विद्यार्थियों से कहें:

- अब आप अपनी छड़ियों को खिसका सकते हैं, ताकि आपके द्वारा तैयार त्रिभुज की सबसे लंबी भुजा का एक अंश 'काट' सकें, जिससे तीन लंबाइयाँ एक समकोण त्रिभुज का निर्माण करें।
- अपने समूहों में चर्चा करें कि आप किस प्रकार काटी जाने वाली सही लंबाई जानेंगे। इस लंबाई का पता लगाने के लिए किन तथ्यो का आप उपयोग करेंगे?
- समकोण त्रिभुज बनाने के लिए आपके द्वारा प्रयुक्त तीन छड़ियों को यथासंभव सटीक रूप से मापें।
- तीन छड़ियों में से प्रत्येक की लंबाई का एक दूसरे के सापेक्ष अनुपात का पता लगाएँ।
- किसी और विद्यार्थी को खोजें, जिससे ये अनुपात मेल खाते हों।
- दूसरे विद्यार्थी से छानबीन करें कि आपके त्रिभुजों के बीच क्या एक जैसा था (common), जिसके परिणामस्वरूप अनुपात मेल खा रहे हैं।
- निरूपित करें और अपने निष्कर्ष कक्षा में प्रस्तुत करें।

केस स्टडी 3: श्रीमती दुबे गतिविधि 3 के उपयोग का अनुभव बताती हैं

मैंने कुछ समय पहले कक्षा में पाइथागोरस प्रमेय पढ़ाया और त्रिकोणमिति पर आगे बढ़ना चाहती थी। अब चूँकि कक्षा में साथ मिल कर त्रिभुज के बारे में खुशी से बात हो रही थी और सही शब्दावली का उपयोग कर रहे थे, मैंने सोचा कि मैं स्वयं इस अभ्यास का उपयोग कर सकती हूँ कि उन्हें पाइथागोरस प्रमेय कितनी अच्छी तरह याद हैं और क्या मुझे दुबारा पढ़ाना चाहिए या नहीं।

मैंने उन्हें बताया कि इस सत्र का उद्देश्य समकोण त्रिभुजों के साथ काम करना, उनके द्वारा सीखे गये अन्य गणितीय विचारों के लिए संबंध जोड़ना और उन्हें जो पता था उस ज्ञान में विस्तार करना है। इसका मतलब था कि वे जब भी संबंध जोड़ सकें, तो उन्हें अपने लिए उसे नोट करना होगा, ताकि वे कक्षा के साथ उन्हें साझा कर सकें और मैं अंत में उनसे पूछूँगी कि क्या उन्होंने नया कुछ सीखा है।

उन्होंने स्वाभाविक रूप से समूहों का गठन किया, जो कल गतिविधि 1 और 2 करते समय उन्होंने इस्तेमाल किया था और अपनी छड़ियों को पकड़ लिया। उन्होंने बात करना शुरू किया कि वे कैसे आश्वस्त थे कि उनके पास 'काटने' के लिए सही लंबाई है – मैंने वास्तव में उन्हें अपनी छड़ी को काटने नहीं दिया, सिर्फ़ उन्हें चिह्नित करने के लिए कहा। पहले उन्होंने माप के बारे में यह कहते हुए बातचीत शुरू की कि यदि हम सही तरह 90° मापते हैं, तो वह ठीक होगा, इसके लिए उन्होंने अपना कोण मापक निकाला और मापना शुरू कर दिया। मैं देखना चाहती थी कि जब वे एक दूसरे के साथ बात कर रहे थे, तब क्या हो सकता है, इसलिए मैं बस विभिन्न समूहों को सुन रही थी। मैंने कुछ लोगों को कहते सुना 'निशान लगाओ', 'हाय, यह तो सरक गया' और 'ऐसा करना मुश्किल है'। मैंने पूरी कक्षा से इस बारे में सोचने के लिए कहा कि उस समय वे गणित के साथ कौन–सा संबंध जोड़ रहे थे, जिसे वे जानते हैं, क्योंकि मुझे लगा कि वे बस मापने में तल्लीन हैं। मैंने उन सबको चुप रहने और 30 सेकंड सोचने, और फिर काम पर लौटने के लिए कहा।

शांति से सोचने के समय ने असर दिखाया और एक ने कहना शुरू किया, 'हमें कर्ण का पता लगाना चाहिए, तो हम उपयोग में लाएँगे, हुँ.....' किसी और ने कहा 'पाइथागोरस – अरे वो क्या था!' मैंने देखा कि कई लोग अपनी पाठ्यपुस्तक में पाइथागोरस प्रमेय ढूँढ़ रहे थे। लग रहा था कि वे कुछ ही मिनटों में बस दुहरी जाँच कर रहे थे, वे समकोण नाप रहे थे और वर्गमूल निकाल रहे थे। मैं बेहद खुश थी कि मुझे बस उन्हें सोचने के लिए समय देना है और फिर बड़ी आसानी से पूरी कक्षा ने पाइथागोरस प्रमेय का उपयोग करने और स्वाभाविक रूप से सही उत्तर पाने में एक दूसरे की मदद की।

मुझे लगा कि कक्षा में अधिकांश लोगों को पाइथागोरस प्रमेय की अच्छी समझ थी, लेकिन मैंने देखा कि पवनदीप और कुछ और लोग उलझन में थे। मैंने उनसे कहा कि जब कक्षा के बाक़ी लोग भाग 2 शुरू कर दें वे मुझसे बात करें और मैंने पाया कि वे पाइथागोरस प्रमेय पर पाठ पढ़ाते समय अनुपस्थित थे। साथ मिल कर हमने योजना बनाई कि वे कैसे इसकी पूर्ति करेंगे, जिसमें पाठ्यपुस्तक का उपयोग, इंटरनेट का उपयोग करना शामिल था और उनके अगले पाठ से पहले, अगले सप्ताह उन्हें जो समझ में आया उसे मुझे बताना था।

मैंने विद्यार्थियो को स्वेच्छा से आगे आने और इस कार्य को कैसे हासिल किया, यह बताने के लिए कहा। मैंने उनसे यह भी पूछा कि क्या इस गतिविधि को उन्होंने किसी अलग तरीके से भी हल किया। उन्हें पुनः चार के समूहों में विभाजित करने के बाद इस चर्चा के साथ गतिविधि का दूसरा भाग संपन्न किया गया कि क्या हो रहा है।

उन्होंने अपनी इच्छा से भाग 2 को हल करना शुरू किया। वे जानते थे कि कुछ पता करना है और वे उसका पता लगाना चाहते थे। उन्होंने इसकी दुहरी जाँच करते हुए अंकगणित से हल किया कि उनके पास सही उत्तर है। (वे सामान्य रूप से कहॉ जाँच करते हैं? आम तौर पर वे बस अभ्यास पूरा करने की कोशिश करते हैं!) भिन्न के रूप में रखे जाने पर वे अनुपात की तुलना नहीं कर पाए, इसलिए उनको एहसास हुआ कि उन्हें कुछ और करना चाहिए। कुछ ने कहा कि हम बराबर का भिन्न कर सकते हैं; कुछ को दशमलव में दर्शाना आसान लगा। सौभाग्य से विभिन्न आकार के समद्विबाहु त्रिभुज वाले कई समूह थे और कुछ 30–, 60 और 90 डिग्री के त्रिभुज वाले भी। इसलिए एकसमान उत्तर वाले विद्यार्थियो का स्वाभाविक रूप से समूह गठित हुआ और वे देख सकते थे कि यदि कोण एकसमान हों, सभी भुजाओं के लिए अनुपात एकसमान होंगे – एक मामले में उन्होंने यह भी देखा कि भुजाओं की संख्या दुगुनी हो गई। यह त्रिकोणमिति अनुपात के बारे में सीखने के लिए एकदम सही शुरुआत थी, लेकिन उसे अगले पाठ तक इंतज़ार करना पड़ा। पहले हमें कुछ प्रश्नों के जवाब देने थे, ताकि वे देख सकें कि उन्होंने पाठ के उद्देश्य की सफलतापूर्वक पूर्ति की है।

विचार कीजिए

- कितनी बार आप विद्यार्थियो के अधिगम का मूल्यांकन करने के लिए समस्या हल करने का उपयोग करते हैं? आपके विचार में क्या श्रीमती दुबे को पता चल सका कि उनकी कक्षा में हरेक क्या कर सकता है? उनमें से कई को पाइथागोरस प्रमेय का उपयोग कैसे किया जाए, यह याद करने में कुछ मदद मिली होगी, क्या इसका मतलब है कि वे इसके बारे में नहीं जानते थे?

आपकी कक्षा को प्रश्न हल करते हुए देखने से आपको यह जानने में मदद मिल सकती है कि कौन गणितीय अवधारणा के उपयोग की पद्धति को समझ रहा है, कौन सिर्फ़ एल्गोरिथ्म का अनुसरण कर रहा है और इसलिए संदर्भ से पीछे छूट गया है, कौन बिल्कुल ही नहीं समझ पा रहा है। शायद यहाँ सबसे महत्वपूर्ण बात है कि विद्यार्थी समझ जाएँ कि वे क्या कर सकते हैं और क्या नहीं कर सकते हैं। एक शिक्षक के रूप में, फिर आप 'इसके आगे कहाँ?' प्रश्न पर वाक़ई अच्छा फ़ीडबैक दे सकते हैं, ठीक वैसे ही, जैसे श्रीमती दुबे ने किया।

वीडियोः प्रगति एवं प्रदर्शन का आकलन करना

अधिक विवरण के लिए, संसाधन 2 'प्रगति एवं प्रदर्शन का आकलन' पढ़ें।

4 सारांश

इस इकाई ने त्रिभुजों के बारे में पढ़ाने के लिए तीन महत्वपूर्ण बिदुओं पर ध्यान केंद्रित करने के लिए अवधारणाओं का उपयोग कियाः

- विद्यार्थियो को अपने गणितीय विचारों के बारे में **बात करने** में सक्षम बनाने हेतु मदद करने की आवश्यकता। विद्यार्थियो को यदि उन्हें पूरी तरह समझना हैं और जिस वर्तमान संदर्भ में उसे सीखा, यदि उससे परे उनका उपयोग करना है, तो उन्हें अपने विचारों को अभिव्यक्त करने में सक्षम होने की ज़रूरत है। क्योंकि सोचने के लिए भाषा की आवश्यकता है, वे विद्यार्थी, जिन्हें विशिष्ट गणितीय शब्दावली और पदावली का स्वयं उपयोग करने के लिए मदद दी गई है, उन्हें सोचने के लिए कहने पर फ़ायदेमंद स्थिति में हैं।
- विद्यार्थियो को अपने शिक्षण में अधिक लिप्त होने और अधिक प्रेरित महसूस करने में मदद करने के लिए **फ़ीडबैक** की भूमिका।
- **सहयोगपूर्वक शिक्षण**, जहाँ विद्यार्थी अपने शिक्षण में एक दूसरे की प्रभावी रूप से सहायता करते हैं। यह बड़ी कक्षाओं को पढ़ाते समय विशेष रूप से उपयोगी है।

विचार कीजिए

- इस इकाई में आपके द्वारा उपयोग किए गए तीन विचार पहचानें जो अन्य विषयों को पढ़ाने में भी काम करेंगे। उन दो विषयों पर अब एक नोट तैयार करें, जिन्हें आप जल्द ही पढ़ाने वाले हैं, जहाँ थोड़े–बहुत समायोजन के साथ उन अवधारणाओं का उपयोग किया जा सकता है।

संसाधन

संसाधन 1: एनसीएफ/एनसीएफटीई शिक्षण आवश्यकताएँ

इस इकाई की सीख नीचे बताई गई NCF (2005) और NCFTE (2009) की शिक्षण आवश्यकताओं से जुड़ी है:

- शिक्षार्थियों को उनके अधिगम में सक्रिय प्रतिभागी के रूप में देखें न कि सिर्फ ज्ञान प्राप्त करने वाले के रूप में; ज्ञान निर्माण के लिए उनकी क्षमताओं को प्रोत्साहित करने के लिए; रहने की पद्धतियों से शिक्षण को दूर ले जाने के लिए।
- शिक्षण को निजी अनुभवों से अर्थ की खोज के रूप में और ज्ञान निर्माण को विचारात्मक शिक्षण की निरंतर विकास प्रक्रिया के रूप में देखें।
- विद्यार्थियो को गणित से डरने के बजाय उसका आनंद उठाना सिखाने के लिए समर्थन।

संसाधन 2: प्रगति एवं प्रदर्शन का आकलन

विद्यार्थियो के शिक्षण का मूल्यांकन करने के दो उद्देश्य हैं:

- **योगात्मक मूल्यांकन** पीछे मुड़ कर देखता है और जो पहले से सीखा गया है उसका निर्णय करता है। यह सामान्यतया परीक्षाओं के रूप में आयोजित किया जाता है, जहाँ विद्यार्थियो को परीक्षा में प्रश्नों के द्वारा उनकी उपलब्धियों को बताते हुए श्रेणीकृत किया जाता है। इससे परिणामों की रिपोर्टिंग में मदद मिलती है।
- **रचनात्मक मूल्यांकन** (या शिक्षण का मूल्यांकन) काफ़ी अलग है, जो अधिक अनौपचारिक तथा नैदानिक स्वरूप का होता है। शिक्षक उन्हें अधिगम प्रक्रिया के भाग या हिस्से के रूप में उपयोग करते हैं, उदाहरण के लिए, यहाँ यह पता लगाने के लिए कि क्या विद्यार्थियों ने किसी चीज़ को समझा है या नहीं ये प्रश्न पूछने का इस्तेमाल किया जाता है । इस मूल्यांकन के परिणामों का फिर अगले शिक्षण अनुभव को बदलने के लिए उपयोग किया जाता है। निगरानी और फ़ीडबैक निर्माणात्मक मूल्यांकन का हिस्सा है।

रचनात्मक मूल्यांकन शिक्षा–प्राप्ति को बढ़ाता है, क्योंकि सीखने के लिए, अधिकांश विद्यार्थियो को:

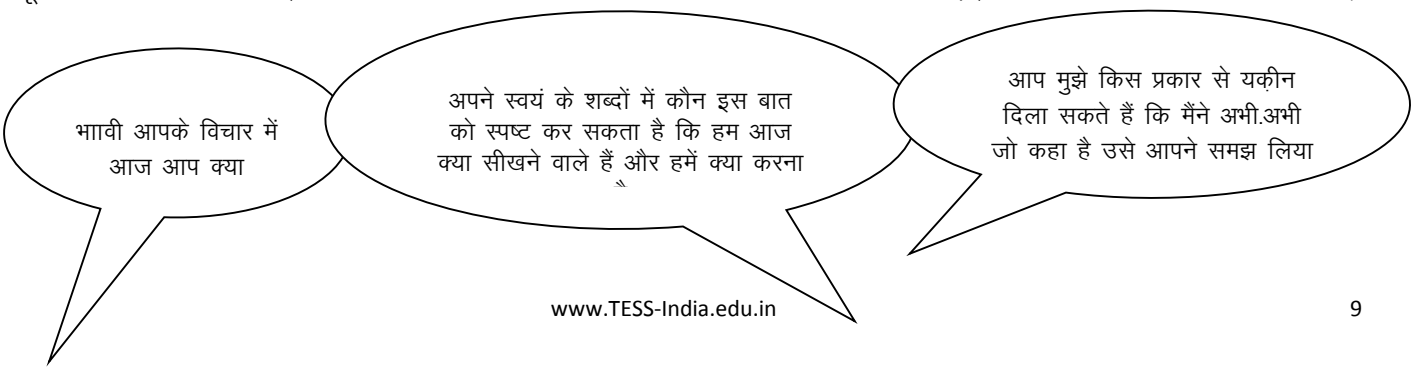
- समझना चाहिए कि उनसे क्या सीखने की उम्मीद की जा रही है
- जानना चाहिए कि अपनी पढ़ाई में वे इस समय किस स्तर पर हैं
- समझना चाहिए कि वे किस प्रकार प्रगति कर सकते हैं (अर्थात् क्या पढ़ना चाहिए और कैसे पढ़ना चाहिए)
- जानना चाहिए कि कब उन्होंने लक्ष्य और अपेक्षित परिणाम हासिल कर लिए हैं।

शिक्षक के रूप में, अगर आप प्रत्येक पाठ में उपर्युक्त चार बिंदुओं पर ध्यान देंगे, तो आप अपने विद्यार्थियों से सर्वश्रेष्ठ परिणाम प्राप्त करेंगे। इस प्रकार पढ़ाने से पहले, पढ़ाते समय और पढ़ाने के बाद मूल्यांकन किया जा सकता है:

- **पहले:** पढ़ाने से पहले मूल्यांकन से आपको यह जानने में मदद मिलती है कि विद्यार्थी क्या जानते हैं और पढ़ाने से पहले क्या कर सकते हैं। यह आधार–रेखा निर्धारित करता है और आपको अपनी शिक्षण योजना तैयार करने के लिए प्रारंभिक बिंदु देता है। विद्यार्थी क्या जानते हैं इस बारे में अपनी समझ को बढ़ाने से, विद्यार्थियो को जिसमें पहले से ही महारत हासिल है, उसे दुबारा पढ़ाने या संभवतः उन्हें जो जानना या समझना है (लेकिन नहीं जानते), उसे छोड़ने के मौक़े कम होंगे।
- **पढ़ाते समय:** कक्षा में पढ़ाते समय मूल्यांकन करने में यह देख पाते है कि क्या विद्यार्थी सीख रहे हैं और उनमें सुधार हो रहा है। इससे आपको अपनी शिक्षण पद्धति, संसाधनों और गतिविधियों का समायोजन करने में मदद मिलेगी। यह आपको यह समझने में मदद करेगा कि विद्यार्थी चाहे गए उद्देश्य की दिशा में किस प्रकार प्रगति कर रहा है और आपका अधिगम कितना सफल है।
- **पढ़ाने के बाद:** शिक्षण के बाद किया जाने वाला मूल्यांकन पुष्टि करता है कि विद्यार्थियो ने क्या सीखा है और आपको दर्शाता है कि किसने सीखा है और किसे अभी मदद की ज़रूरत है। इससे आप अपने शिक्षण लक्ष्य का प्रभावी आकलन कर सकेंगे।

पहले: आपके विद्यार्थी क्या सीखेंगे इस बारे में स्पष्ट रहना

जब आप तय करते हैं कि विद्यार्थियो को पाठ या पाठों की श्रृंखला में क्या सीखना चाहिए, तो आपको उसे उनके साथ साझा करना चाहिए। सावधानी से अंतर करें कि विद्यार्थियो को आप क्या करने के लिए कह रहे हैं, और विद्यार्थियो से क्या सीखने की उम्मीद की जा रही है। ऐसा प्रश्न पूछिये जिससे कि आपको इस बात का आकलन करने का अवसर प्राप्त हो कि क्या उन्होंने वाक़ई समझा है या नहीं। उदाहरण के लिए:



विद्यार्थियो को जवाब देने से पहले सोचने के लिए कुछ सेकंड दें, या शायद विद्यार्थियो को पहले जोड़े या छोटे समूहों में अपने जवाब पर चर्चा करने के कहें। जब वे आपको अपना उत्तर बताएँ, आप जान जाएँगे कि क्या वे समझते हैं कि उन्हें क्या सीखना है।

पहलेः जानना कि विद्यार्थी अपने शिक्षण के किस स्तर पर हैं

आपके विद्यार्थियों में सुधार के लिए मदद करते हुए आपको और उन्हें उनके ज्ञान और समझदारी की वर्तमान स्थिति को जानने की ज़रूरत पड़ेगी। जैसे ही आप वांछित शिक्षण परिणामों या लक्ष्यों को साझा कर लें, आप निम्न कर सकते हैं:

- विद्यार्थी उस विषय के बारे में पहले से क्या जानते हैं, उसे मन में चित्रित करें या सूचीबद्ध करने के लिए जोड़े में कार्य करने के लिए कहें, और उन्हें उसे पूरा करने के लिए पर्याप्त समय दें, लेकिन उन चंद विचारों के लिए बहुत ज्यादा समय नहीं देना चाहिए। उसके बाद आप उन mind map (मानसिक चित्रण) या सूचियों की समीक्षा करें।
- महत्वपूर्ण शब्दावली को बोर्ड पर लिखें और प्रत्येक शब्द के बारे में वे क्या जानते हैं, यह बताने के लिए स्वेच्छा से उन्हें आगे आने के लिए कहें। फिर बाक़ी कक्षा से कहें कि यदि वे शब्द समझते हैं, तो अपना अंगूठा थम्ब्स–अप की मुद्रा में ऊपर उठाएँ, यदि वे बहुत कम जानते हैं या बिल्कुल नहीं जानते हैं, तो थम्ब्स–डाउन की मुद्रा में नीचे करें और यदि वे कुछ जानते हैं, तो अंगूठे को क्षैतिज यानी बीच में रखें।

कहाँ से शुरुआत करनी है, यह जानने का मतलब है कि आप अपने विद्यार्थियो के लिए उसी विषय पर आधारित और रचनात्मक रूप से पाठ की योजना बना सकते हैं। यह भी महत्वपूर्ण है कि आपके विद्यार्थी यह मूल्यांकन करने में सक्षम हों कि वे कितनी अच्छी तरह सीख रहे हैं, ताकि आप और वे, दोनों जान सकें कि उन्हें आगे क्या सीखने की ज़रूरत है। आपके विद्यार्थियो को स्वंय अपने सीखने की जिम्मेदारी लेने का अवसर प्रदान करने से उन्हें आजीवन शिक्षार्थी बनाने में मदद मिलेगी।

पढ़ाते समयः शिक्षा में विद्यार्थियो की प्रगति सुनिश्चित करना

जब आप विद्यार्थियो से उनकी वर्तमान प्रगति के बारे में बात करते हैं, तो सुनिश्चित करें कि उन्हें आपका फीडबैक उपयोगी और रचनात्मक, दोनों लगे। निम्नांकित के द्वारा इस काम को करें:

- विद्यार्थियो को उनकी ताक़त और यह जानने में मदद करना कि वे कैसे और सुधार कर सकते हैं
- इस बारे में स्पष्ट रहना कि आगे और किस चीज़ के विकास की ज़रूरत है
- इस बारे में सकारात्मक रहना कि वे किस प्रकार अपनी शिक्षा का विकास कर सकते हैं, जाँचना कि वे समझते हैं और आपकी सलाह का उपयोग करने में स्वयं सक्षम महसूस करते हैं।

आपको विद्यार्थियो के लिए उनके शिक्षण को बेहतर बनाने के लिए अवसर मुहैया कराने की ज़रूरत पड़ेगी। इसका अर्थ यह हुआ कि पढ़ाई के मामले में विद्यार्थियो के वर्तमान स्तर और जहाँ आप उन्हें देखना चाहते हैं, इसके बीच के अंतराल को पाटने के लिए हो सकता है कि आपको अपनी पाठ योजना को संशोधित करना पड़े। ऐसा करने के लिए आपको निम्नतः करना होगाः

- कुछ ऐसे कार्य पर वापस नज़र दौड़ाना होगा, जिनके बारे में आपने सोचा था कि वे पहले से जानते हैं
- आवश्यकता के अनुसार विद्यार्थियो के समूह बनाना, उन्हें अलग–अलग कार्य देना
- विद्यार्थियो को स्वयं यह निर्णय लेने के लिए प्रोत्साहित करना कि उन्हें किन संसाधनों को पढ़ने की ज़रूरत है ताकि वे 'स्वयं अपना अंतराल पाट सकें'
- अवधारणा संबंधी सरल से कठिन की ओर वाले कार्यों का उपयोग करना, ताकि सभी विद्यार्थी प्रगति कर सकें – इन्हें इसलिए अभिकल्पित किया गया है कि सभी विद्यार्थी काम शुरू कर सकें, लेकिन अधिक समर्थ को प्रतिबंधित न किया जाए और वे अपने ज्ञान के विस्तार के लिए प्रगति कर सकें।

पाठों की रफ्तार को धीमा करके, अक्सर आप दरअसल पढ़ाई को तेज़ करते हैं, क्योंकि आप विद्यार्थियो को उस पर सोचने और समझने का समय और आत्मविश्वास देते हैं, जिसमें उन्हें सुधार लाने की ज़रूरत होती है। विद्यार्थियो को आपस में अपने काम के बारे में बात करने का मौक़ा देकर, और इस बात पर चिंतन करके कि अंतराल कहाँ पर है और वे इसे किस प्रकार से ख़त्म कर सकते हैं, आप उन्हें स्वयं का आकलन करने के तरीक़े उपलब्ध करा रहे हैं।

पढ़ाने के बादः प्रमाण एकत्रित करना और उसकी व्याख्या करना, और आगे की योजना बनाना

जब पढ़ाना–सीखना चल रहा हो और कक्षा–कार्य और गृह–कार्य निर्धारित करने के बाद, ज़रूरी है किः

- इस बात का पता लगाएँ कि आपके विद्यार्थी कितनी अच्छी तरह कार्य कर रहे हैं
- इसे अगले पाठ के लिए अपनी योजना को बताने के लिए उपयोग में लाएँ
- विद्यार्थियो को प्रतिक्रिया दें।

मूल्यांकन की चार प्रमुख स्थितियों की नीचे चर्चा की गई है।

सूचना या प्रमाण एकत्रित करना

प्रत्येक विद्यार्थी, स्वयं अपनी गति और शैली में, स्कूल के अंदर और बाहर अलग प्रकार से सीखता है। इसलिए, विद्यार्थियो का मूल्यांकन करते समय आपको दो चीज़ें करनी होंगीः

- विविध स्त्रोतों से जानकारी एकत्रित करें – स्वयं अपने अनुभव से, विद्यार्थी, अन्य विद्यार्थियो, अन्य शिक्षकों, अभिभावकों और समुदाय के सदस्यों से।
- विद्यार्थियो का व्यक्तिगत रूप से, जोड़ों में और समूहों में मूल्यांकन करें, तथा स्व–मूल्यांकन को बढ़ावा दें। अलग विधियों का प्रयोग महत्वपूर्ण है, क्योंकि कोई एक पद्धति आपको वह सभी जानकारी उपलब्ध नहीं कराती, जिसकी आपको ज़रूरत है। विद्यार्थियो के सीखने और प्रगति के बारे में जानकारी इकट्ठा करने के विभिन्न तरीक़ों में शामिल हैं, देखना, सुनना, विषयों और प्रकरणों पर चर्चा, तथा लिखित कक्षा और गृह–कार्य की समीक्षा करना।

अभिलेखन

भारत भर के सभी स्कूलों में रिकॉर्डिंग का सबसे प्रचलित स्वरूप रिपोर्ट कार्ड के उपयोग के माध्यम से होता है, लेकिन इसमें आपको एक विद्यार्थी के सीखने या व्यवहार के सभी पहलुओं को रिकॉर्ड करने की अनुमति नहीं हो सकती है। इस काम को करने के कुछ सरल तरीक़े हैं, जिन पर भी आप विचार कर सकते हैं, जैसे किः

- पढ़ाते–सीखते समय जो आप देखते हैं उसे डायरी/नोटबुक/रजिस्टर में नोट करना
- विद्यार्थियो के कार्य के नमूने (लिखित, कला, शिल्प, परियोजनाएँ, कविताएँ आदि) पोर्टफ़ोलियो में रखना
- प्रत्येक विद्यार्थी का प्रोफ़ाइल तैयार करना
- विद्यार्थियो की किन्हीं असामान्य घटनाओं, परिवर्तनों, समस्याओं, शक्तियों और अधिगम प्रमाणों को नोट करना।

प्रमाण की व्याख्या

जैसे ही सूचना और प्रमाण एकत्रित और अभिलिखित हो जाए, उसकी व्याख्या करना ज़रूरी है, ताकि यह समझ सकें कि प्रत्येक विद्यार्थी किस प्रकार सीख रहा है और प्रगति कर रहा है। ,इस पर सावधानी से विचार करने और विश्लेषण की आवश्यकता है। फिर आपको शिक्षण में सुधार करने, संभवतः विद्यार्थियो को फ़ीडबैक देकर या नए संसाधनों की खोज करके, समूहों को पुनर्व्यवस्थित करके, या शिक्षण बिंदु को दोहरा कर अपने निष्कर्षों पर कार्य करने की आवश्यकता है।

सुधार के लिए योजना बनाना

मूल्यांकन, विशिष्ट और अलग–अलग प्रकार की सीखना गतिविधियों की स्थापना द्वारा प्रत्येक विद्यार्थी को ठीक तरह से सीखने के अवसर प्रदान करने, अधिक मदद की ज़रूरत वाले विद्यार्थियो पर ध्यान देने और अधिक होशियार विद्यार्थियो को चुनौती देते हुए सार्थक शिक्षण अवसर उपलब्ध कराने में आपकी मदद कर सकते हैं।

अतिरिक्त संसाधन

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics
- Class X maths study material: http://www.zietmysore.org/stud_mats/X/maths.pdf
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: https://www.ncetm.org.uk/
- National STEM Centre: http://www.nationalstemcentre.org.uk/
- OpenLearn: http://www.open.edu/openlearn/
- BBC Bitesize: http://www.bbc.co.uk/bitesize/
- Khan Academy's math section: https://www.khanacademy.org/math
- NRICH: http://nrich.maths.org/frontpage
- Mathcelebration: http://www.mathcelebration.com/
- Art of Problem Solving's resources page: http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php
- Teachnology: http://www.teach-nology.com/worksheets/math/
- Maths is Fun: http://www.mathsisfun.com/
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm

- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremjifoundation.org/Foundation_Publications
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including the *Teachers Manual for Formative Assessment – Mathematics (Class IX)* – select 'CBSE publications', then ' Books and support material': http://cbse.nic.in/welcome.htm

संदर्भ / संदर्भग्रंथ सूची

De Geest, E. (2007) *Many Right Answers: Learning in Mathematics through Speaking and Listening*. Basic Skills Agency, London. Available from: http://shop.niace.org.uk/media/catalog/product/m/a/manyrightanswers.pdf (accessed 24 July 2014).

Hattie, J. and Timperley, H. (2007) 'The power of feedback', R*eview of Educational Research*, vol. 77, no. 1.

Lee, C. (2006) Language for Learning: Assessment for Learning in Practice. Maidenhead: Open University Press.

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*. New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education (NCFTE)*. New Delhi: NCERT.

Pimm, D. (1995) Symbols and Meanings in School Mathematics. London: Routledge.

Schacter, J. (2000) 'Does individual tutoring produce optimal learning?', *American Educational Research Journal*, vol. 37, no. 3.

Sfard, A. (2010) *Thinking as Communicating*. Cambridge: Cambridge University Press.

Slavin, R., Hurley, E. and Chamberlain, A. (2003) 'Cooperative learning and achievement' in Reynolds, W.M. and Miller, G.J. (eds) *Handbook of Psychology: Vol. 7, Educational Psychology*. Hoboken, NJ: Wiley.

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

Wiliam, D. (2011) *Embedded Formative Assessment*. Bloomington, IN: Solution Tree Press.

Zack, V. and Graves, B. (2001) 'Making mathematical meaning through dialogue: "Once you think of it, the Z minus three seems pretty weird"', *Educational Studies in Mathematics*, vol. 46, pp. 229–71.

अभिस्वीकृतियाँ

यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन–शेयरएलाइक लाइसेंस (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/) के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है, जब तक कि अन्यथा निर्धारित न किया गया हो। यह लाइसेंस TESS-India, OU और UKAID लोगो के उपयोग को वर्जित करता है, जिनका उपयोग केवल TESS-India परियोजना के भीतर अपरिवर्तित रूप से किया जा सकता है।

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएं करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत–भर के उन अध्यापक शिक्षकों, मुख्याध्यापकों, अध्यापकों और विद्यार्थियो के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन युनिवर्सिटी के साथ काम किया।