म.प्र. राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्
सा विद्या या विमुक्तये

शिक्षा का अधिकार
सर्व शिक्षा अभियान
सब पढ़ें सब बढ़ें
मध्य प्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल

TESS India

गणित
हाईस्कूल / हायर सेकेण्डरी

गणितीय पठन लेखन और प्रतिरूपण शब्द समस्याएँ

भारत में विद्यालय समर्थित
शिक्षक शिक्षा

www.TESS-India.edu.in

CC BY SA
http://creativecommons.org/licenses/

The Open University

UKaid from the British people

एस.आर.मोहन्ती
अपर मुख्य सचिव

अ.शा.पत्र क्र R.S.K/10..............
दूरभाष कार्यालय - 0755-4251330
मध्यप्रदेश शासन
स्कूल शिक्षा विभाग
मंत्रालय, वल्लभ भवन, भोपाल-462 004
भोपाल, दिनांक 20-1-2016

संदेश

प्रिय शिक्षक साथियों,

बच्चों की शिक्षा को गुणवत्तापूर्ण और रोचक बनाने के लिए स्कूल शिक्षा विभाग निरन्तर प्रयासरत् है। आप सभी के प्रयासों से शिक्षकों के शिक्षण कौशल में भी निखार आया है और शालाओं में कक्षा शिक्षण भी आंनददायी तथा बेहतर हुआ है।

इसी दिशा में शिक्षकों को बाल केन्द्रित शिक्षण की ओर उन्मुख करने और शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्‌देश्यों को लेकर, TESS India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) का विकास किया गया हैं। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता व सुगमतापूर्वक किया जा सकता है। आशा है कि ये संसाधन, शिक्षकों एवं शिक्षक प्रशिक्षकों के व्यावसायिक उन्नयन और क्षमतावर्द्धन में लाभकारी और उपयोगी सिद्ध होंगे।

राज्य शिक्षा केन्द्र के संयुक्त तत्वाधान में TESS India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार किये गये मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) को www.educationportal.mp.gov.in पर भी उपलब्ध कराया गया हैं। आशा है इन संसाधनों के उपयोग से प्रदेश के शिक्षक और शिक्षक प्रशिक्षक लाभान्वित होंगे और कक्षाओं में पठन पाठन को रूचिकर और गुणवत्तायुक्त बनाने में मदद मिलेगी।
शुभकामनाओं सहित,

(एस.आर.मोहन्ती)

दीप्ति गौड मुकर्जी
आयुक्त
राज्य शिक्षा केन्द्र एवं
सचिव
मध्यप्रदेश शासन
स्कूल शिक्षा विभाग

अर्द्ध शा. पत्र क्र. : 8
दिनांक : 12/1/16
पुस्तक भवन, वी-विंग
अरेरा हिल्स, भोपाल-462011
फोन : (का.) 2768392
फैक्स : (0755) 2552363
वेबसाइट : www.educationportal.mp.gov.in
ई-मेल : rskcommmp@nic.in

संदेश

प्रिय शिक्षक साथियों,

सभी बच्चों को रूचिकर और बाल केन्द्रित शिक्षा उपलब्ध हो इसके लिए आवश्यक है कि हमारे शिक्षकों को शिक्षण की नवीनतम तकनीकों और शिक्षण विधियों से परिचित कराया जाए साथ ही इन तकनीकों के उपयोग के लिए उन्हे प्रोत्साहित भी किया जाए। TESS India द्वारा तैयार किये गये मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) के उपयोग से शिक्षक शिक्षण प्रविधि के व्यावहारिक उपयोग को सीख सकते हैं। इनकी सहायता से शिक्षक न केवल विषय वस्तु को सुगमता पूर्वक पढ़ा सकते हैं बल्कि पठन पाठन की इस प्रक्रिया में बच्चों की अधिक से अधिक सहभागिता भी सुनिश्चित कर सकते हैं।

राज्य शिक्षा केन्द्र स्कूल शिक्षा विभाग ने स्थानीय भाषा में तैयार किये गये इन मुक्त शैक्षिक संसाधनों (Open Educational Resources) को अपने पोर्टल www.educationportal.mp.gov.in पर भी उपलब्ध कराया है।

आशा हैं, कि आप इन संसाधनों का कक्षा शिक्षण के दौरान नियमित रूप से उपयोग करेंगे और अपने शिक्षण कौशल में वृद्धि करते हुए बच्चों की पढ़ाई को आनंददायक बनाने का प्रयास करेंगे।

शुभकामनाओं सहित,

(दीप्ति गौड मुकर्जी)

शिक्षा का अधिकार
सर्व शिक्षा अभियान
सब पढ़ें सब बढ़ें

टेस–इण्डिया स्थानीयकृत ओईआर निर्माण में सहयोग

मार्गदर्शन एवं समीक्षा :
श्रीमती स्वाति मीणा नायक, अपर मिशन संचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एच. के. सेनापति, प्राचार्य, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. ओ.पी.शर्मा, अपर संचालक, मध्यप्रदेश एससीईआरटी
डॉ. अशोक कुमार पारीक उपसंचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री आर. पी. त्रिपाठी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
प्रो.जयदीप मंडल, विभागाध्यक्ष विज्ञान एवं गणित शिक्षा संकाय, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. आर. रायजादा, सहप्राध्यापक एवं विभागाध्यक्ष विस्तार शिक्षा, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. वी.जी. जाधव, से.नि. प्राध्यापक भौतिक, एनसीईआरटी
डॉ. के. बी. सुब्रमण्यम से.नि. प्राध्यापक गणित, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. आई. पी. अग्रवाल से.नि. प्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. अश्विनी गर्ग सहा. प्राध्यापक गणित संकाय, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. एल. के. तिवारी, सहप्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
श्री एल.एस.चौहान, सहा. प्राध्यापक विज्ञान, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. श्रुति त्रिपाठी, सहा. प्राध्यापक अंग्रेजी, क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. रजनी थपलियाल, व्याख्याता अंग्रेजी, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. मधु जैन, व्याख्याता शास. उच्च शिक्षा उत्कृष्टता संस्थान, भोपाल
डॉ. सुशोवन बनिक, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. सौरभ कुमार मिश्रा, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
श्री. अजी थॉमस, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
डॉ. राजीव कुमार जैन, सहा. प्राध्यापक क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान, भोपाल म.प्र.
स्थानीयकरण :
भाषा एवं साक्षरता
डॉ. लोकेश खरे, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एम.एल. उपाध्याय से.नि. व्याख्याता शास. उत्कृष्ट उ.मा.विद्यालय मुरैना
श्री रामगोपाल रायकवार ,कनि. व्याख्याता, डाइट कुण्डेश्वर, टीकमगढ़
डॉ. दीपक जैन अध्यापक, शास. उत्कृष्ट उ.मा.विद्यालय क्र 1 टीकमगढ़
अंग्रेजी
श्री राजेन्द्र कुमार पाण्डेय, प्राचार्य, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्रीमती कमलेश शर्मा. डायरेक्टर , ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री हेमंत शर्मा, प्राचार्य, ईएलटीआई, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री मनोज कुमार गुहा वरि. व्याख्याता, एससीईआरटी. मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. एफ.एस.खान, वरि.व्याख्याता, प्रगत शैक्षिक अध्ययन संस्थान (आईएएसई) भोपाल
श्री सुदीप दास, प्राचार्य, शास.उ.मा.विद्यालय दालौदा, मन्दसौर
श्रीमती संगीता सक्सेना, व्याख्याता, ,शास.कस्तूरबा कन्या उ.मा.विद्यालय भोपाल
गणित
श्री बी.बी. पी. गुप्ता, समन्वयक गणित, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री ए. एच. खान प्राचार्य शास.उ.मा.विद्यालय रामाकोना, छिंदवाड़ा
डॉ. राजेन्द्र प्रसाद गुप्त , प्राचार्य शास. जीवाजी ऑब्जर्वेटरी उज्जैन
डॉ.आर,सी. उपाध्याय, वरि. व्याख्याता, डाइट, सतना
डॉ. सीमा जैन, व्याख्याता, शास. कन्या उ.मा.विद्यालय गोविन्दपुरा, भोपाल
श्री सुशील कुमार शर्मा, शिक्षक, शास. लक्ष्मी मंडी उ.मा.विद्यालय, अशोका गार्डन, भोपाल
विज्ञान
डॉ. अशोक कुमार पारीक उपसंचालक, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
डॉ. सुसम्मा जॉनसन, व्याख्याता एस.आई.एस.ई. जबलपुर मध्यप्रदेश
डॉ.सुबोध सक्सैना, समन्वयक एससीईआरटी मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
श्री आर. पी. त्रिपाठी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री अरूण भार्गव, वरि. व्याख्याता, एससीईआरटी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र भोपाल
श्रीमती सुषमा भट्ट, वरि.व्याख्याता, एससीईआरटी, मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
श्री ब्रजेश सक्सेना, प्राचार्य, एससीईआरटी ,मध्यप्रदेश राज्य शिक्षा केन्द्र, भोपाल
डॉ. रेहाना सिद्दकी से.नि. व्याख्याता सेन्ट फ्रांसिस हा. से. स्कूल भोपाल

*TESS-India (*विद्यालय समर्थित शिक्षक शिक्षा*)* का उद्देश्य मुक्त शैक्षिक संसाधनों की सहायता से भारत में प्रारंभिक और सेकेण्डरी शिक्षको के कक्षा अभ्यास व कक्षा निष्पादन को सुधारना है जिसमें वे इन संसाधनों की सहायता से छात्र **-**केंद्रित**,** सहभागी दृष्टिकोणों का विकास कर सकें। टेस इंडिया के मुक्त शैक्षिक संसाधन शिक्षकों के लिए स्कूल पाठ्य पुस्तक के अतिरिक्त,सहयोगी पुस्तिका या संसाधन की तरह हैं। इसमें शिक्षकों के लिए कुछ गतिविधियां दी गई हैं जिन्हे वे कक्षाओ में विद्यार्थियों के साथ प्रयोग में ला सकते हैं, इसके साथ साथ कुछ केस स्टडी दी गई हैं जो यह बताती हैं कि कैसे अन्य शिक्षकों ने पाठ्य विषय को कक्षाओं में पढ़ाया और अपनी विषय संबंधी जानकारियों को बढ़ाने तथा पाठ योजनाओं को तैयार करने में संसाधनों का उपयोग किया।

TESS-India OER भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भो के अनुकूल भारतीय तथा अंतर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार किये गये है और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट रूप में उपयोग के लिए उपलब्ध हैं *(http://www.tess-india.edu.in)*। *OER* कार्यक्रम से जुड़े प्रत्येक भारतीय राज्य के शिक्षकों के उपयोग के लिए उपयुक्त तथा कई संस्करणों में उपलब्ध हैं तथा शिक्षक व उपयोगकर्त्ता इन्हे अपनी स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भो के अनुरूप इनका स्थानीय करण करके उपयोग कर सकते हैं।

प्रस्तुत संस्करण मध्यप्रदेश की स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को ध्यान में रखकर तैयार किया गया है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई में कुछ गतिविधियों के साथ यह आइकॉन (संकेत) दिया गया है*:* **.** इसका अर्थ है कि आप उक्त विशिट विषयवस्तु या शैक्षणिक प्रविधि को और अधिक समझने के लिए *TESS-India* के वीडियो संसाधनों की मदद ले सकते हैं।

TESS-India वीडियो ससांधन (Resources) भारतीय परिप्रेक्ष्य में कक्षाओं में उपयोग की जा सकने वाली सीखने–सिखाने की विविध तकनीकों को दर्शाते हैं। हमें यकीन है कि इनसे आपको इसी प्रकार की तकनीकें अपनी कक्षा में करने में मदद मिलेगी। यदि इन वीडियो संसाधनों तक आपकी पहुँच नहीं हो तो कोई बात नहीं। यह वीडियो पाठ्यपुस्तक का स्थान नहीं लेते, बल्कि उसको पढ़ाने में आपकी मदद करते हैं।

TESS-India के वीडियो संसाधनों को *TESS-India* की वेबसाइट *http://www.tess-india.edu.in/* पर ऑनलाइन देखा जा सकता है या डाउनलोड किया जा सकता है*)*। इसके अतिरिक्त आप इन वीडियो को सीडी या मेमोरी कार्ड में लेकर भी देख सकते हैं।

संस्करण 2.0 SM13v1
Madhya Pradesh

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन–शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है: http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/
TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है

विद्यार्थी और प्रौढ़ भी अक्सर गणित को बहुत कठिन पाते हैं, क्योंकि वे गणितीय तथ्यों को वास्तविक जीवन से नहीं जोड़ पाते और न ही वास्तविक जीवन को गणितीय तथ्यों से शब्द समस्याओं को अक्सर वास्तविक जीवन और गणित की कक्षा के बीच अंतर को खत्म करने वाले पुल के रूप में देखा जाता है। हालांकि दुनिया भर के विद्यार्थी शब्द समस्याओं वाली परीक्षाओं में अक्सर खराब प्रदर्शन करते हैं। जब विद्यार्थियों ने शब्द समस्याओं से संबंधित गणितीय प्रचालनों की तकनीकी क्षमताओं में महारत हासिल कर ली हो, तब भी उन्हें शब्द समस्याओं का समाधान करने के लिए आवश्यक इन तकनीकों को लागू करने में कठिनाई आ सकती है। (मोरेल्स और अन्य, 1985)। गणित में शब्द समस्याओं को लेकर होने वाली परेशानियों के संबंध में काफी अनुसंधान हुआ है।

इस इकाई में शब्द समस्याओं के साथ काम करते हुए शिक्षण को देखा गया है और आपको ऐसे सुझाव दिये गये हैं कि अपने विद्यार्थियों को गणितीय शब्द समस्याएं पढ़ने और लिखने में मदद कैसे करें। यह गणितीय प्रतिरूपण के विचार का प्रयोग करके आपके विद्यार्थियों को यह समझने में मदद करता है कि शब्द समस्याएं प्रतिरूप हैं और ज़रूरी नहीं कि वे दैनिक जीवन का प्रतिनिधित्व करती हों।

इस इकाई में प्रयुक्त कई शब्द समस्याएं एन.सी.ई.आर.टी. की कक्ष IX और X की पाठ्य पुस्तकों में दी गई शब्द समस्याओं पर आधारित हैं।

इस इकाई से आप क्या सीख सकते हैं

- आपके विद्यार्थियों को शब्द समस्याओं को पढ़ने, लिखने और उनका समाधान करना सिखाने के बारे में कुछ विचार।
- आपके विद्यार्थियों को यह दर्शाने के लिए कुछ सुझाव कि शब्द समस्याओं को गणितीय प्रतिरूपण साधनों के रूप में किस प्रकार उपयोग करें।
- विद्यार्थियों को उनकी शिक्षण प्रक्रियाओं के बारे में विचार करने और अधिक सोच–विचार करने वाले शिक्षार्थी बनने में मदद करने के तरीक़ों के बारे में विचार।

इस इकाई में शिक्षण का संबंध संसाधन 1 में निर्दिष्ट की गई एनसीएफ (2005) और एनसीएफटीई (2009) में दी गई शिक्षण आवश्यकताओं से है।

1 शब्द समस्याओं के साथ होने वाली परेशानियां

विद्यार्थियों को शब्द समस्याओं को हल करना समझने में कठिनाई हो सकती है (Morales आदि, 1985)। वर्णन से उनका ध्यान भटक सकता है, जो वास्तविक जीवन पर आधारित होने का दावा कर सकता है, लेकिन वास्तव में अवास्तविक होता है। उदाहरण के लिए, निम्नलिखित शब्द समस्या पर विचार करें, जिसके अनेक रूपांतरण मौजूद हैं:

> एक कार्यालय भवन के भूमि–तल पर बयासी लोग लिफ्ट में चढ़ने की लाइन में लगे हैं। लिफ्ट एक बार में अधिकतम नौ लोगों को ले सकती है। लाइन में लगे सभी लोगों को ले जाने में लिफ्ट को कितनी बार आना–जाना पड़ेगा?

ऐसा प्रतीत होता है कि यह शब्द समस्या वास्तविक जीवन की स्थिति पर आधारित है – एक कार्यालय भवन में लोग लिफ्ट के लिए लाइन में लगे हैं। यह वास्तविकता का प्रतिनिधित्व नहीं करता है, क्योंकि इस प्रकार की लंबी कतार होने पर कुछ लोग लिफ्ट का इंतज़ार करने के बाद सीढ़ियों से जाना चुन सकते हैं, या ऐसे लोग हो सकते हैं, जो भवन की ऊपरी मंज़िलों में जाने के लिए कुछ समय बाद तक इंतज़ार कर सकते हैं।

लेकिन, किसी गणितीय शब्द समस्या में, वास्तविक जीवन के ऐसे पहलुओं को प्रासंगिक नहीं माना जाता। इसलिए कभी–कभी विद्यार्थियों को यह विचार करने में मदद देनी पड़ती है कि संदर्भ का कौन सा पहलू गणित के लिए प्रासंगिक है और कौन सा नहीं है – दूसरे शब्दों में, वे उस पर ध्यान दें, जो महत्वपूर्ण है और शेष को छोड़ दें। विद्यार्थियों को निम्नलिखित के लिए कुछ उपकरणों की आवश्यकता होती है:

- शब्द समस्याओं का अर्थ निकालना
- गणित के तत्वों पर ध्यान देना
- ध्यान रखना कि शब्द समस्याओं में गणितीय विचारों का प्रतिरूपण किया जाता है।

शब्द समस्याएं आम तौर पर गणितीय प्रतिरूपण का उदाहरण होती हैं। विद्यार्थियों को यह ध्यान दिलाना ज़रूरी है की स्कूल के बाद के जीवन में ज़्यादातर गणित में इसी का उपयोग होता हैः दुनिया में जो होता है (या हो सकता है) उसका प्रतिरूपण करना, ताकि जटिल स्थितियों और प्रायः असामान्य संख्याओं में अधिक सरल ढंग से फेरबदल किया जा सके और समस्याओं के समाधान निकाले जा सकें। विद्यार्थी शब्द समस्याओं को ‘‘डिकोड करके’ और स्वयं शब्द समस्याएं बनाकर इसे जान सकते हैं।

विचार कीजिए

अपनी कक्षा के बारे में सोचकर बताएं, आपके विद्यार्थी शब्द समस्याओं को किस रूप में देखते हैं? क्या वे उन्हें पसंद करते क्या विद्यार्थियों को वे समस्याएं बेहद कठिन लगती हैं? आपको ऐसा क्यों लगता है?

एक गणित सीखने वाले के रूप में अपने अनुभवों के बारे में सोचने पर, आप शब्द समस्याओं को कैसे देखते थे? आपको समझने में किसने मदद की कि उनका सामना कैसे किया जाए?

2 शब्द समस्याओं को पढ़ना और डिकोड करना

चित्र 1 समस्या का समाधान करना।

शब्द समस्याओं को ‘पढ़ने’ के लिए जानकारी को ‘डिकोड’ करना होता है, ताकि समझा जा सके कि गणितीय प्रतिरूप क्या है और इसलिए समाधान प्रदान करने के लिए किन विचारों की आवश्यकता है। कुछ शब्द समस्याओं में अप्रासंगिक जानकारी होती है और कुछ में नहीं। अपने विद्यार्थियों के मस्तिष्क को इस बात के लिए प्रशिक्षित करना ज़रूरी है कि वे किसी शब्द समस्या में गणितीय जानकारी की प्रासंगिकता (या प्रासंगिकता के स्तर) को पहचान सकें।

इस प्रक्रिया के पहले ही चरण में विद्यार्थी को मुख्य शब्दों की पहचान करने के लिए समस्या पर नज़र डालनी होती है। फिर विद्यार्थी को निर्णय लेना होता है कि कौन सी जानकारी प्रासंगिक है और कौन सी नहीं। फिर विद्यार्थी समस्या का समाधान करना शुरू करने के लिए समस्या को छोटे–छोटे हिस्सों में पुनर्संगठित करता है। हो सकता है कि आपके कुछ विद्यार्थी हमेशा किसी शब्द समस्या के सभी शब्दों को न समझ पायें, खासकर अगर यह उनकी भाषा में नहीं लिखी गई है। आपको उन्हें गणित की समस्या हल करने का प्रयास करने का आत्मविश्वास देना होगा, भले ही वे सभी हिंदी या अंग्रेज़ी शब्दों के बारे में आश्वस्त न हों।

गतिविधि 1 में आपका ध्यान अपने विद्यार्थियों के मस्तिष्क को इस बात के लिए प्रशिक्षित करने पर होता है कि प्रासंगिक जानकारी की पहचान कैसे करें और फिर शब्द समस्याओं को छोटे हिस्सों में कैसे बांटे। यह गतिविधि तब विशेष रूप से कारगर होती है, जब विद्यार्थी जोड़ों या छोटे समूहों में काम करते हैं।

इस यूनिट में अपने विद्यार्थियों के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने के पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह (या आंशिक रूप से) स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा यदि आप इसका प्रयास अपने किसी सहकर्मी के साथ करें क्योंकि जब आप अनुभव पर विचार करेंगे तो आपको मदद मिलेगी। स्वयं प्रयास करने से आपको शिक्षार्थी के अनुभवों के भीतर झांकने का मौका मिलेगा, जो परोक्ष रूप से आपके शिक्षण और एक शिक्षक के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित करेगा। जब आप तैयार हों, तो अपने विद्यार्थियों के साथ गतिविधियों का उपयोग करें। पाठ

के बाद, सोचें कि गतिविधि किस तरह हुई और उससे क्या सीख मिली। इससे आपको विद्यार्थी केन्द्रित प्रभावी शैक्षिक वातावरण बनाने में मदद मिलेगी।

गतिविधि 1: मुख्य शब्द और समस्याओं के टुकड़े करना

अपने विद्यार्थियों से एक या दो अन्य विद्यार्थियों के साथ मिलकर काम करने को कहें। सुनिश्चित करें प्रत्येक विद्यार्थी किसी के साथ काम कर रहा है। फिर अपने विद्यार्थियों से कहें कि वे नीचे दी गई प्रत्येक शब्द समस्या को पढ़ें और उन मुख्य शब्दों या वाक्यांशों की सूची बनाएं, जो उन्हें समस्या हल करने में मदद कर सकते हैं। इसके बाद उन्हें समस्याओं को सूचनाओं के अधिक सरल टुकड़ों में बांट देना चाहिए।

1. एक वर्गाकार उद्यान में किनारे–किनारे आठ फुट चौड़ी पैदल चलने की ट्रैक है। अगर उद्यान का एक किनारा दस मीटर लंबा है, तो हामिद द्वारा उद्यान के दो चक्कर लगाने पर तय की गई दूरी का पता लगाएं।
2. कविता को उसके 16वें जन्मदिन पर उसके चाचा ने कुछ पैसे दिए थे। उसने इस पैसे से एक स्टोर से रु. 950 प्रति पैंट की दर से दो जीन्स खरीदीं जो 20 प्रतिशत छूट दे रहा था। खरीद के बाद उसके पास रु. 150 बचे हुए थे। उसके चाचा ने कितनी धनराशि दी थी?

चित्र 2 दुकान में सजे हुए जीन्स।

3. रीता मंगलवार को 280 रूपये में 3 किलो आम और 12 केले खरीदती है । उसी दुकान से तीन दिनों के बाद, राहुल 2 किलो आम और 18 केले रु. 300 में खरीदता है। वह समीकरण लिखिए जिससे 1 किलो आम और एक दर्जन केलों का दाम पता चल सके।

जब वे इसे पूरा कर लें, तब अपने विद्यार्थियों से इन प्रश्नों का उत्तर देने के लिए कहें:

- आपके विचार से जो भी मुख्य शब्द या वाक्यांश उपयोगी हैं, उनके लिए इसका कारण बताइए।
- आपको यह निर्णय लेने में किससे मदद मिली कि कौन सा आँकडा उपयोगी है और कौन सा नहीं? क्या आपसे कोई उपयोगी जानकारी छूटी?
- क्या कोई ऐसी जानकारी थी, जिसे आपको 'उपयोगी' या 'अनूपयोगी' के रूप में वर्गीकृत करना मुश्किल था? आप इस जानकारी को कैसे स्वीकार या अस्वीकार करेंगे?
- आपको किसी शब्द समस्या को सूचना के छोटे टुकड़ों में बांटने में क्या कठिन या आसान लगा?
- क्या आपने मुख्य शब्दों की पहचान करने या टुकड़े करने से पहले उपरोक्त में से किसी समस्या का पूर्वानुमान किया था? पूर्वानुमान लगाना कैसे उपयोगी था?

पाठ की समाप्ति से पहले, विद्यार्थियों से कहें कि अपने उत्तरों को एकत्र करें और इस प्रकार की समस्याओं को हल करने के बारे में मिलकर अच्छे सामान्य विचार बनाएं।

केस स्टडी 1: गतिविधि 1 के उपयोग का अनुभव श्रीमती जोशी बताती हैं

यह एक शिक्षिका की कहानी है, जिसने अपने हाईस्कूल कक्षा के विद्यार्थियों के साथ गतिविधि 1 का प्रयास किया।

मेरी कक्षा को शब्द समस्याओं में बहुत कठिनाई होती है। विद्यार्थी गणित के सवालों का जल्दी से उत्तर देना चाहते हैं, लेकिन शब्द समस्याएं हमेशा उन्हें धीमा कर देती हैं। चूंकि परीक्षाओं में शब्द समस्याओं का उत्तर देना महत्वपूर्ण होता है, इसलिए मैंने उन्हें हल करने में अपने विद्यार्थियों की मदद करने के लिए कुछ समय निकालने का निर्णय लिया। सबसे पहले मैंने उनसे पूछा कि शब्द समस्याओं को हल करने में उन्हें किन कौशलों की आवश्यकता हैं। वे पहले तो इसका उत्तर नहीं दे सके, तो मैंने उनसे कहा कि वे जोड़े बनाकर प्रश्नों पर चर्चा करें। उनके उत्तर थे कि आपको निम्नलिखित करना चाहिए:

- ध्यान से समस्या को पढ़ें
- पहचानें कि संदर्भ क्या है और गणित हल करने के लिए क्या महत्वपूर्ण है
- महत्वपूर्ण शब्दों, संख्याओं और जानकारी को नोट करें, हो सके, तो एक रेखाचित्र बनाकर उस पर दर्ज करें
- असंगत शब्दों और संख्याओं पर ध्यान न दें
- सोचें कि इसे हल करने के लिए किस गणित का उपयोग होगा, फिर उसका प्रयोग करें
- जांच करके तय करें कि कौन सा उत्तर सही लगता है
- इस प्रकार उत्तर दें जो पूछे गए प्रश्न से संबंधित लगे – जैसे मापन की उपयुक्त इकाइयों का प्रयोग करना।

फिर मैंने कक्षा से पूछा कि गतिविधि 1 में दी गई समस्याओं को देखें। वे केवल प्रश्नों का उत्तर देना चाहते थे, लेकिन मैं चाहता था कि वे प्रक्रिया के बारे में सोचें और समस्या के समाधान के उन कौशलों का प्रयोग करें, जो हमने निकाले थे। इसलिए हमने मिलकर कविता द्वारा जीन्स की खरीददारी से संबंधित दूसरे प्रश्न को देखा।

पहले मैंने उनसे जानकारी को बांटने के लिए कहा। हमें महत्वपूर्ण जानकारी के ये अंश मिले:

- कविता को कुछ धन दिया गया।
- उसने दो जोड़ी जींस खरीदी।
- जीन्स की प्रत्येक जोड़ी की कीमत है 950 रूपये है।
- उसके पास अब 150 रूपये बचे थे।
- उसके चाचा ने कितनी धनराशि दी थी?

फिर हमने हर चरण में शामिल गणित को देखा। मैंने कक्षा से कहा कि वे हर शब्द या वाक्यांश का अर्थ बताएं और यह क्या गणितीय अर्थ संप्रेषित बताने की कोशिश कर रहा है। पहली बार मुझे उनकी मदद करनी पड़ी, लेकिन उसके बाद वे इसे समझ गए:

- 'कविता को कुछ धन दिया गया।' यह 'अज्ञात' है – माना कि x.
- 'उसने दो जोड़ी जीन्स खरीदी।' उसे जो भी खर्च करना है उसे x से घटाना होगा।
- 'जीन्स की प्रत्येक जोड़ी की कीमत है 950 रूपये।' अतः, उसने खर्च किए 2 × 950 = 2*990=1900 रूपयें
- 'उसके पास अब बचे थे 150 रूपये।' इसे होना चाहिए।
- 'उसके चाचा ने कितनी धनराशि दी थी?' यह x है।

जब हमने ऐसा कर लिया, तो विद्यार्थियों ने उसी ढंग से दो अन्य शब्द समस्याओं को भी हल किया, उन्हें छोटे भागों में बांटा और जो वे कर रहे थे, उसके गणितीय अर्थों को लिखने की कोशिश की। उन्हें काफी जल्दी ही समझ आ गया कि पहले प्रश्न का उत्तर देने के लिए उनको यह जानना होगा कि हामिद रास्ते पर कहां चल रहा था, और मापन फीट तथा मीटर में थे, इसलिए कुछ रूपांतरण करने की आवश्यकता होगी। तीसरे प्रश्न पर यह विवाद भी हुआ कि क्या इस बात से कोई अन्तर पड़ता है कि दुकान पर दो बार जाने के बीच तीन दिनों का अंतर था, इसलिए हमने शब्द समस्याओं में अप्रासंगिक सूचनाओं के बारे में चर्चा की।

गृहकार्य के लिए मैंने विद्यार्थियों से कहा कि वे मज़े के लिए खुद कुछ ऐसी शब्द समस्याएं बनाएं, जिनमें कुछ अच्छा गणित और कुछ ऐसी अप्रासंगिक सूचनाएं हों, जो बिल्कुल स्पष्ट न हों।

वीडियोः जोड़ी में किये गये कार्य का उपयोग करना

अधिक विचारों के लिए संसाधन 2, 'जोड़ी में किए कार्य का उपयोग करना' को पढ़ें।

आपके शिक्षण अभ्यास के बारे में सोचना

जब आप अपनी कक्षा के साथ ऐसी कोई गतिविधि करें, तो बाद में सोचे कि क्या ठीक रहा और कहाँ गड़बड़ हुई। ऐसे सवाल की ओर ध्यान दें, जिसमें विद्यार्थियों की रुचि दिखाई दे और वे आगे बढ़ते हुए नजर आएं और वे जिनका स्पष्टीकरण करने की आवश्यकता हो। ऐसी बातें ऐसी 'स्क्रिप्ट' पता करने में सहायक होती हैं, जिससे आप विद्यार्थियों में गणित के प्रति रुचि जगा सकें और उसे मनोरंजक बना सकें। अगर विद्यार्थियों को समझ नहीं आ रहा है और वे कुछ नहीं कर पा रहे हैं, तो इसका मतलब है कि उनकी इसमें सम्मिलित होने की रुचि नहीं है। जब भी आप गतिविधियां करें, इस विचार करने वाले अभ्यास का उपयोग करें। जैसे श्रीमती जोशी ने कुछ छोटी–छोटी चीजें की, जिनसे काफी अन्तर आया।

विचार कीजिए

ऐसे चिंतन को गति देने वाले अच्छे प्रश्न निम्नलिखित हैंः

- आपकी कक्षा में इसका प्रदर्शन कैसा रहा?
- विद्यार्थियों से किस प्रकार की प्रतिक्रिया अनपेक्षित थी? क्यों?
- अपने विद्यार्थियों की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे आपका क्या कारण था?

3 शब्दों से बीज गणित से शब्दों तक

शब्द समस्याओं में कठिन विचारों में से एक है, शब्दों को बीजगणित में अनुवादित करना और बीजगणित को शब्दों में। अगली गतिविधि के दो भाग हैं। पहला भाग आपके विद्यार्थियों को दिलचस्प तरीके से शब्दों तथा बीजगणितीय अभिव्यक्तियों का मिलान करने का अभ्यास करने का अवसर देता है। दूसरे भाग में विद्यार्थियों से कहा जाता है कि वे कुछ बीजगणितीय समीकरणों से खुद अपनी शब्द समस्याएं बनाएं।

गतिविधि 2: शब्द और बीजगणित

भाग A: फ्लैश कार्ड

तैयारी

दो भिन्न रंगों के फ्लैश कार्ड बनाएं (या भिन्न शेडिंग वाले, जैसा चित्र 3 में है)। फ्लैश कार्ड के एक तरफ सादा छोड़ दें, ताकि विद्यार्थी उस तरफ लिख सकते हैं। हरे कार्डों पर, अंग्रेज़ी में (या आपके स्कूल में चलने वाली शिक्षा की भाषा में) एक अंकगणितीय वक्तव्य लिखें। नारंगी कार्डों पर, गणितीय प्रतीकों और प्रचालनों का उपयोग करके संगत वक्तव्य लिखें। कार्डों को उस प्रकार के कार्य से प्रासंगिक बनाएं, जिसमें आपके विद्यार्थी लगे हुए हैं। यह त्रिकोणमिति, वृत्त या गणित का कोई अन्य पहलू हो सकता है – चित्र 3 में उदाहरण देखें।

x से 5 अधिक	5 से x कम	5 से x कम	5 गुना x	
x + 5	x – 5	5 – x	5 x	

5 और x का भागफल	x तथा 5 का भागफल	5 बटा x	x बटा 5	
5/x	x/5	5/x	x/5	
5 और x का योग	5 और x का अंतर	5 और x का गुणनफल	5 x	
5 + x	$\|5 - x\|$	5x	5^x	
5 x	5 वर्ग	5 गुना x से 5 अधिक	5 और x से 5 अधिक का अनुपात	
x^5	5^2	5x + 5	5/ (x + 5)	

चित्र 3 शब्द और बीजगणित फ्लैशकार्ड

यदि आपकी कक्षा में 30 विद्यार्थी हैं, तो आपको 15 जोड़ी कार्डों की आवश्यकता होगी।

गतिविधि

कार्डों को यादृच्छिक ढंग से विद्यार्थियों को वितरित कर दें। अपने विद्यार्थियों से कहें कि उस विद्यार्थी को तलाशें, जो आपकी जोड़ी को पूरा करता है।

भाग B : खुद अपनी शब्द समस्याएं लिखना

तैयारी

निम्नलिखित समीकरणों को अपनी कक्षा के लिए प्रासंगिक बनाने के लिए संशोधित करें और उन्हें ब्लैकबोर्ड पर लिखें:

- $y = 3x$
- $x + y = 150$
- $3x - y = 22$
- $2x + y + 3 = 88$
- $A = 16p$
- $32 = x(y + 2)$

गतिविधि

अपने विद्यार्थियों को बताएँ:

- प्रत्येक समीकरण के लिए, जितने अधिक संदर्भ–आधारित शब्द समस्याएं लिखना संभव हो उतनी अधिक लिखें। उदाहरण के लिए,

  समीकरण $y = 3x$ के लिए आप लिख सकते हैं, ''कविता के पांव उसके छोटे भाई के पांव से तीन गुना बड़े हैं"।
- आपके विद्यार्थियों को किस समीकरण के लिए शब्द समस्याएं लिखना सबसे कठिन लगा? आपके अनुसार यह क्या था?

- प्रत्येक समीकरण में, किसके लिए शब्द समस्याएं लिखना सबसे कठिन लगा? क्यों? क्या आप अन्य शब्द समस्याओं को अधिक वास्तविक बनाने का प्रयास कर सकते हैं?

गतिविधि के अंत में, अपने विद्यार्थियों से कहें कि प्रत्येक समीकरण के लिए सबसे दिलचस्प शब्द समस्याओं को चुनें और उन्हें कक्षा की दीवार पर प्रदर्शित करें।

वीडियोः कहानी सुनाना, गीत, रोल प्ले और नाटक

आप मुख्य संसाधन 'कहानी कहना, गीत, रोल प्ले और नाटक पर भी एक नजर डालना चाह सकते हैं।

केस स्टडी 2: गतिविधि 2 के उपयोग का अनुभव श्रीमती जोशी बताती हैं

मेरे विद्यार्थियों ने गतिविधि 1 का उपयोग करने में आनंद लिया और उनका आत्मविश्वास बढ़ रहा था, लेकिन फिर भी उन्हें इस प्रकार के विचारों को लिखने में कठिनाई होती थी, जैसे हमने मिलकर जो प्रश्न हल किया था, उसमें आया विचार 'उसके पास रु. 150 बचे थे'। इसलिए, मैंने गतिविधि 2 से कार्डों का उपयोग करने का निर्णय किया तथा कुछ और कार्ड बना डाले।

मेरी कक्षा में 64 विद्यार्थी थे, इसलिए मैंने 32 जोड़ियां बनाईं, जिससे सभी के पास एक साथी हो। मैं विद्यार्थियों को बाहर खेल के मैदान में ले गयी, ताकि उन्हें एक दूसरे को तलाशने की जगह मिल सके। जब वे अपना साथी तलाशने के लिए इधर–उधर घूम रहे थे तो काफी शोर मचा, लेकिन जल्दी ही यह पूरा हो गया। जब उन सबकी जोड़ियां बन गईं, तो मैंने उनसे कहा कि वे बैठकर अपने कार्ड पर दिए गए बीजगणित से मेल खाती दो संदर्भ–आधारित शब्द समस्याओं पर काम करें, जिनको उन्होंने अपने कार्डों के पीछे लिखा था। फिर प्रत्येक जोड़ी एक अन्य जोड़ी से मिली और एक दूसरे को अपनी संदर्भ–आधारित शब्द समस्याएं दीं, ताकि वे गणितीय वाक्यांशों को अपनी मातृभाषा में लिख लें और फिर बीजगणित को लिख लें। जब विद्यार्थियों में किसी बात पर असहमति हुई, तो हमने उस विचार पर पूरी कक्षा के रूप में विचार किया और मैंने कक्षा के साथ साझा करने के लिए कुछ 'वाकई अच्छी' शब्द समस्याएं मांगीं।

लगता था कि हर किसी को इस विचार से बहुत कुछ समझ में आया। अगर वे निश्चित नहीं होते तो वे लोगों से पूछते थे और उन्होंने बीजगणित को शब्दों और संदर्भों से जोड़ने वाले बहुत से उदाहरण सुने तथा उन पर काम किया।

भाग B के लिए, मैंने विद्यार्थियों से कहा कि वे पहले बनाए चार–चार के समूह में काम करते रहें और प्रत्येक समीकरण के लिए कम से कम चार समस्याएं लिखें। जब प्रत्येक समूह ने कम से कम चार समीकरणों के लिए कुछ बना लिया, तो मैंने उनका काम रोक दिया। इस समय तक कुछ समूहों ने सभी समस्याएं पूरी कर ली थीं और मुझे अहसास हुआ कि शायद मेरे पास गणित में अधिक आत्मविश्वास वाले विद्यार्थियों के लिए कुछ अन्य समस्याएं होनी चाहिए थीं।

फिर मैंने अनुवर्ती (Follow-up-question) प्रश्नों को कक्षा में एक चर्चा में उपयोग किया। मैंने पूछा कि 'क्या चीज़ सबसे कठिन थी और क्यों?' इसका अर्थ था कि विद्यार्थियों को अपनी सोच के बारे में सोचना पड़ा – मेरे ख्याल से इसे 'अधिसंज्ञान' (metacognition) कहते हैं। उनसे यह दृष्टिकोण अपनाने के लिए कहने से मुझे भी इस बात की अधिक जानकारी हुई कि उन्हें क्या कठिन लगता है और इसलिए कहां पर अधिक अभ्यास करना पड़ेगा; इस कक्षा के लिए यह विषय था, कोष्ठकों का प्रयोग करना। मुझे लगा कि वे वास्तविक थे या नहीं इसके बारे में पूछा गया प्रश्न भी उपयोगी था। उन्हें यह सोचना पड़ा कि इस स्तर के गणित से वे क्या प्रतिरूपण कर सकते हैं और उन्होंने देखा कि शब्द समस्याएं कभी–कभी अवास्तविक हो सकती हैं।

विचार कीजिए

- अपने विद्यार्थियों की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?

- क्या किसी भी समय आपको ऐसा लगा कि हस्तक्षेप करना चाहिए?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे आपका क्या कारण था?

4 किसी संदर्भ का गणितीय प्रतिरूपण करना

शब्द समस्याएं अक्सर मूलतः गणितीय समस्याएं होती हैं, जिन्हें दैनिक जीवन की भाषा में प्रस्तुत किया जाता है। उनसे विद्यार्थियों को यह समझने में मदद मिल सकती है कि गणित वाकई वास्तविक दुनिया से संबंध रखता है, और यह कि जब वे शब्द समस्याओं को डिकोड (Decode) करते हैं, तो वे खुद गणितज्ञ की तरह काम करते हैं। यही वजह है कि विद्यार्थियों को यह संकल्पना समझनी चाहिए कि वास्तविक दुनिया की समस्याओं में गणित जटिल स्थितियों का प्रतिरूपण करता है और उनमें से आवश्यक तत्वों को निकालने का आत्मविश्वास तथा ज्ञान उन में होना चाहिए।

किसी जटिल समस्या का अर्थ निकालने की प्रक्रिया पर ध्यान केंद्रित करना और उसका गणितीय प्रतिरूपण करने से भी विद्यार्थियों को शब्द समस्याओं के 'अर्थ निकालने' वाले पहलू पर ध्यान देने में मदद मिल सकती है।

शब्द समस्याओं को हल करने के लिए आवश्यक गणितीय विचारों की पहचान करना, या संदर्भ का गणितीय प्रतिरूपण करना विद्यार्थियों के लिए कठिन हो सकता है। पाठ्यपुस्तकों में उन्हें जो शब्द समस्याएं मिलती हैं, उनके लिए आम तौर पर उसी गणित की आवश्यकता होती है, जिसका अभी ही अध्ययन किया गया है – इसलिए परीक्षाओं को छोड़कर, शायद ही कभी इस बात की आवश्यकता होती है कि किसी स्थिति के प्रतिरूपण के लिए किस अन्य गणित की दरकार होगी उसके बारे में सामान्य रूप से सोचा जाए। अगली गतिविधि विद्यार्थियों द्वारा इस बात पर सोचने पर केंद्रित है कि किस गणित की आवश्यकता है और समस्या को किस रूप में प्रस्तुत किया जाए ताकि गणित का प्रयोग करके समस्या को हल किया जा सके। गतिविधि और केस स्टडी को पढ़ें, और फिर योजना बनाकर अपनी कक्षा के साथ गतिविधि को पूरा करें।

गतिविधि 3ः किसी शब्द समस्या के लिए गणितीय मॉडल की पहचान करना

अपने विद्यार्थियों को बताएँः

यहां तीन शब्द समस्याएं हैंः

1. कक्षा IX की दो छात्राएं, यामिनी और फातिमा, मिलकर भूकंप–पीड़ितों की सहायता के लिए प्रधानमंत्री सहायता कोष में रु. 100 का अंशदान करती हैं। इस पाठ्य से मेल खाता हुआ रैखिक समीकरण लिखिए।
2. मैरी अपने क्रिसमस ट्री को सजाना चाहती है। वह ट्री को रंगीन कागज से ढंके लकड़ी के बक्से पर रखना चाहती है, जिस पर सांता क्लॉज़ का चित्र बना है। उसे पता होना चाहिए कि इस उद्देश्य के लिए ठीक कितनी मात्रा में कागज़ चाहिए। यदि बक्सा 80 से.मी. लंबा, 40 सेमी चौड़ा और 20 से.मी. ऊंचा है, तो उसे 40 से.मी. के कितने वर्गाकार टुकड़ों की आवश्यकता होगी?
3. शांति स्वीट स्टाल अपनी मिठाइयां पैक करने के लिए कार्डबोर्ड बॉक्स बनाने के ऑर्डर देरहा था। दो आकार के बॉक्सों की ज़रूरत थीः 25 सेमी × 20 सेमी × 5 सेमी माप का बड़ा बॉक्स, और 15 सेमी × 12 सेमी × 5 सेमी माप का छोटा बॉक्स. सभी अधिव्याप्तियों के लिए, कुल सतह क्षेत्र के 5 प्रतिशत अतिरिक्त की आवश्यकता होगी। अगर कार्डबोर्ड की लागत 4 रूपये प्रति वर्ग से.मी. है, तो दोनों प्रकार के 250 बॉक्सों की लागत ज्ञात कीजिए।

दी गई प्रत्येक शब्द समस्या के लिएः

- समस्या के लिए एक चित्र बनाइए।
- समस्याओं में अज्ञात चीजों की पहचान कीजिए।
- आप जो जानते हैं, उसकी पहचान कीजिए।
- ज्ञात और अज्ञात के बीच का संबंध पता कीजिए।
- संबंध को गणितीय ढंग से व्यक्त करिए।

केस स्टडी 3: श्रीमती राऊल गतिविधि 3 के बारे में सोचती है

मैंने कक्षा को गतिविधि 3 की तीन समस्याओं के बारे में बताया और उनसे कहा कि उन्हें हल न करें बल्कि उस स्थिति में गणित के प्रतिरूपण के पांचों चरणों को पूरा करें। निस्संदेह, कई विद्यार्थियों ने समस्याओं को हल करना शुरू कर दियाः जब उन्होंने उत्तर देने के लिए हाथ उठाए, तो मैंने उनसे पूछा कि क्या उनका कोई प्रश्न है और वे खड़े होकर पूछें, ताकि पूरी कक्षा उसे सुन सके और उत्तर देने में मदद कर सके। इससे वे थोड़ा भ्रमित हुए, लेकिन मैंने उन्हें याद दिलाया कि उन्हें क्या करना है!

मैंने देखा कि जब जगदेव ने उत्तर देने के लिए हाथ उठाया तो उसने काम करना और सोचना बंद कर दिया। मैं ऐसा नहीं था। मुझे याद आया कि मैंने कक्षा में 'हाथ न उठाने' की नीति के बारे में पढ़ा था। [Black और अन्य., 2003]। मैंने उसी समय यह नियम बनाने का फैसला किया 'हाथ उठाना' केवल प्रश्न पूछने के लिए प्रयोग किया जाएगा। मुझे आशा थी कि जब तक मैं रुकने के लिए नहीं कहूंगा, तब तक हर कोई काम के बारे में सोचना और दूसरों से चर्चा करना जारी रखेगा, और 'मैंने पूरा कर लिया' कहने में पहला आने की होड़ नहीं करेगा। जब मैं उत्तर चाहता हूं, तो मैं किसी व्यक्ति से सीधे पूछता हूं, क्योंकि तब बाकी सभी सोचना जारी रखेंगे। मेरे विचार से जब हम सब याद रखेंगे कि हमारी कक्षा में 'केवल पूछने के लिए हाथ उठाना' होता है, तो सोचने का काम ज़यादा होता है। अगर जगदेव या कोई अन्य अपना काम पूरा कर ले, तो अब ज्यादा संभावना होगी कि वे अपने काम के बारे में किसी और से चर्चा करें क्योंकि पहले उत्तर देने या पूरा करने की कोई होड़ नहीं होगी। इससे पूरी कक्षा अधिक सहयोगपूर्ण और आत्मविश्वास से भरपूर बन गई है।

शब्द समस्याओं पर इस ध्यान से मेरे विद्यार्थी अब उन्हें हल करने में ज़्यादा खुश महसूस करते हैं। अब हम कक्षा में जिस वाक्यांश का बार–बार प्रयोग करते हैं वह है 'क्या हम इस तरह प्रतिरूपण कर सकते हैं?'

विचार कीजिए

'हाथ न उठाने' के शिक्षाशयीय दृष्टिकोण के बारे में सोचिएः क्या आपके विद्यार्थियों ने समस्या के उत्तर के साथ हाथ उठा दिया जबकि आपने उन्हें प्रक्रिया के बारे में सोचने के लिए कहा था? क्या आप सोचते हैं कि प्रश्न पूछने के अलावा 'हाथ न उठाने' का नियम आपके विद्यार्थियों को अधिक सहयोगपूर्ण ढंग से काम करने और इस तरह अधिक सोचने और सीखने के लिए प्रोत्साहित करेगा?

5 सारांश

यह इकाई शब्द समस्याओं के व्यापकतम अर्थ में उनके साथ काम करना सीखने पर केंद्रित है। इसमें संदर्भों और उस संदर्भ का प्रतिरूपण करने वाले गणित के बीच संबंध पर तथा इसे समझने में विद्यार्थियों के सामने आने वाली कुछ बाधाओं पर चर्चा की गई है। इन बाधाओं को दूर करने के लिए इस इकाई ने कुछ तरीके सुझाए जो आपके विद्यार्थियों को गणितीय समस्याएं पढ़ने और लिखने में मदद कर सकते हैं। गणितीय प्रतिरूपण के विचार का प्रयोग करना आपके विद्यार्थियों को यह समझने में मदद करता है कि शब्द समस्याएं प्रतिरूप हैं और ज़रूरी नहीं कि वे दैनिक जीवन का वास्तविक प्रतिनिधित्व करती हों।

इस तरीके से शब्द समस्याओं के साथ काम करने से विद्यार्थी के व्यक्तिगत अनुभव पर आधारित गणित का अर्थ समझ आ सकता है और इस तरह वे खुद अपने शिक्षण में सक्रिय भागीदार बन सकते हैं क्योंकि वे अपनी स्थितियों के प्रतिरूपण में गणित का प्रयोग करते हैं।

विचार कीजिए

इस इकाई में आपके द्वारा उपयोग किए गए तीन विचार पहचानें जो अन्य विषयों को पढ़ाने में भी काम करेंगे। उन दो विषयों पर अब एक नोट तैयार करें, जिन्हें आप जल्द ही पढ़ाने वाले हैं, जहाँ थोड़े–बहुत समायोजन के साथ उन अवधारणाओं का उपयोग किया जा सकता है।

संसाधन

संसाधन 1: एनसीएफ/एनसीएफटीई शिक्षण आवश्यकताएँ

यह यूनिट NCF (2005) तथा NCFTE (2009) की निम्न शिक्षण आवश्यकताओं से जोड़ता है तथा उन आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगा:

- विद्यार्थियों को उनके सीखने में सक्रिय प्रतिभागी के रूप में देखें न कि सिर्फ ज्ञान प्राप्त करने वाले के रूप में; ज्ञान निर्माण के लिए उनकी क्षमताओं को कैसे प्रोत्साहित करें; रटन पद्धतियों से सीखने को दूर कैसे ले जाएं।
- शिक्षण को निजी अनुभवों से अर्थ की खोज के रूप में और ज्ञान निर्माण को विचारात्मक शिक्षण की निरंतर विकास प्रक्रिया के रूप में देखें।
- विद्यालय के ज्ञान को समुदाय के ज्ञान और विद्यालय के बाहर के जीवन से जोड़ें।

संसाधन 2: जोड़ों में कार्य करना

दैनिक जीवन की स्थितियों में लोग काम करते हैं, और साथ–साथ दूसरो से बोलते हैं और उनकी बात सुनते हैं, तथा देखते हैं कि वे क्या करते हैं और कैसे करते हैं। लोग इसी तरह से सीखते हैं। जब हम दूसरों से बात करते हैं, तो हमें नए विचारों और जानकारियों का पता चलता है। कक्षाओं में अगर सब कुछ शिक्षक पर केंद्रित होता है, तो अधिकतर विद्यार्थियों को अपनी पढ़ाई को प्रदर्शित करने के लिए या प्रश्न पूछने के लिए पर्याप्त समय नहीं मिलता। कुछ विद्यार्थी केवल संक्षिप्त उत्तर दे सकते हैं और कुछ बिल्कुल भी नहीं बोल सकते। बड़ी कक्षाओं में, स्थिति और भी बदतर है, जहां बहुत कम विद्यार्थी ही कुछ बोलते हैं।

जोडों में कार्य क्यों करें?

जोड़े में कार्य विद्यार्थियों के लिए ज्यादा बात करने और सीखने का एक स्वाभाविक तरीका है। यह उन्हें विचार करने और नए विचारों तथा भाषा को कार्यान्वित करने का अवसर देता है। यह विद्यार्थियों को नए कौशलों और संकल्पनाओं के माध्यम से काम करने और बड़ी कक्षाओं में भी अच्छा काम करने का सुविधाजनक तरीका प्रदान करता है।

जोड़े में कार्य करना सभी आयु वर्गों और लोगों के लिए उपयुक्त होता है। यह विशेष तौर पर बहुभाषी, बहूवर्गीय(multi grade) कक्षाओं में उपयोगी होता है, क्योंकि एक दूसरे की सहायता करने के लिए जोड़ों को बनाया जा सकता है। यह तब सबसे अच्छा काम करता है जब आप विशिष्ट कार्यों की योजना बनाते हैं और यह सुनिश्चित करने के लिए सामान्य प्रक्रियाओं(routines) की स्थापना करते हैं कि आपके सभी विद्यार्थी शिक्षण में शामिल हैं और प्रगति कर रहे हैं। एक बार इन सामान्य प्रक्रियाओं(routines) को स्थापित कर लिए जाने के बाद, आपको पता लगेगा कि विद्यार्थी तुरंत जोड़ों में काम करने के अभ्यस्त हो जाते हैं और इस तरह सीखने में आनंद लेते हैं।

जोड़े में कार्य करने के लिए काम

आप शिक्षण के अभीष्ट परिणाम के आधार पर विभिन्न प्रकार के कामों का जोड़े में कार्य करने के लिए उपयोग कर सकते हैं। जोड़े में कार्य को अवश्य ही स्पष्ट और उपयुक्त होना चाहिए ताकि सीखने में अकेले काम करने के मुकाबले साथ मिलकर काम करने में अधिक मदद मिले। अपने विचारों के बारे में बात करके, आपके विद्यार्थी स्वचलित रूप से खुद को और विकसित करने के बारे में विचार करेंगे।

जोड़े में कार्य इस प्रकार है:–

- **'विचार करें–जोड़ी बनाए–साझा करें':** विद्यार्थी किसी समस्या या मुद्दे के बारे में खुद ही विचार करते हैं और फिर दूसरे विद्यार्थियों के साथ अपने उत्तर साझा करने से पूर्व संभावित उत्तर निकालने के लिए जोड़ों में कार्य करते हैं। इसका उपयोग वर्तनी, परिकलनों के जरिये कामकाज, प्रवर्गों या क्रम में चीजों को रखने, विभिन्न दृष्टिकोण प्रदान करने, कहानी आदि का पात्र होने का अभिनय करने आदि के लिए किया जा सकता है।
- **जानकारी साझा करना:** आधी कक्षा को विषय के एक पहलू के बारे में जानकारी दी जाती है; और शेष आधी कक्षा को विषय के भिन्न पहलू के बारे में जानकारी दी जाती है। फिर वे समस्या का हल निकालने के लिए या निर्णय करने के लिए अपनी जानकारी को साझा करने के लिए जोड़ो में कार्य करते हैं।

- **सुनने जैसे कौशलों का अभ्यास करनाः** एक विद्यार्थी कहानी पढ़ सकता है और दूसरा प्रश्न पूछता है; एक विद्यार्थी अंग्रेजी में पाठ्यांश (passage) पढ़ सकता है, जबकि दूसरा इसे लिखने का प्रयास करता है; एक विद्यार्थी किसी चित्र या आरेख (Diagram) का वर्णन कर सकता है जबकि दूसरा विद्यार्थी वर्णन के आधार पर इसे बनाने की कोशिश करता है।
- **अनुगामी (following) निर्देशः** एक विद्यार्थी कार्य पूरा करने के लिए दूसरे विद्यार्थी हेतु निर्देश पढ़ सकता है।
- **कहानी सुनाना या भूमिका अदा करनाः** विद्यार्थी जो भाषा वे सीख रहे हैं, उसमें कहानी या संवाद बनाने के लिए जोड़ों में कार्य कर सकते हैं।

सभी की सहभागिता से जोडों का प्रबंधन करना–

जोड़े में कार्य करने का अर्थ सभी को काम में शामिल करना है। चूंकि विद्यार्थी भिन्न होते हैं, इसलिए जोड़ों का प्रबंधन इस तरह से करना चाहिए कि सभी को जानकारी हो कि उन्हें क्या करना है, वे क्या सीख रहे हैं और आपकी अपेक्षाएं क्या हैं। अपनी कक्षा में जोड़े में कार्य को सामान्य प्रक्रियाओं (Routines) बनाने के लिए, आपको निम्नलिखित काम करने होंगेः

- उन जोड़ों का प्रबंधन करना जिनमें विद्यार्थी काम करते हैं। कभी–कभी विद्यार्थी मैत्री जोड़ों में काम करेंगे; कभी–कभी वे काम नहीं करेंगे। सुनिश्चित करें कि उन्हें बोध है कि आप उनके सीखने की प्रक्रिया को अधिकतम करने में सहायता करने के लिए जोड़ें तय करेंगे।
- अधिकतम चुनौती पेश करने के लिए, कभी–कभी आप मिश्रित योग्यता वाले और भिन्न भाषायी विद्यार्थियों के जोड़े बना सकते हैं ताकि वे एक दूसरे की मदद कर सकें; किसी समय आप एक स्तर पर काम करने वाले विद्यार्थियों के जोड़े बना सकते हैं।
- रिकॉर्ड रखें ताकि आपको अपने विद्यार्थियों की योग्यताओं का पता हो और आप उसके अनुसार उनके जोड़े बना सकें।
- आरंभ में, विद्यार्थियों को पारिवारिक और सामुदायिक संदर्भों से उदाहरण लेकर, जहां लोग सहयोग करते हैं, जोड़े में काम करने के फायदे बताएं।
- आरंभिक कार्य को संक्षिप्त और स्पष्ट रखें।
- यह सुनिश्चित करने के लिए कि विद्यार्थी जोड़े ठीक वैसे ही काम कर रहे हैं जैसा आप चाहते हैं, उन पर नजर रखें।
- विद्यार्थियों को उनके जोड़े में उनकी भूमिकाएं या जिम्मेदारियां प्रदान करें, जैसे कि किसी कहानी से दो पात्र, या साधारण लेबल (जैसे '1' और '2', या 'क' और 'ख')। यह कार्य उनके एक दूसरे का सामना करने से पूर्व करें ताकि वे सुनें।
- सुनिश्चित करें कि विद्यार्थी एक दूसरे के सामने बैठने के लिए आसानी से मुड़ या घूम सकें।

जोड़े में कार्य के दौरान, विद्यार्थियों को बताएं कि उनके पास प्रत्येक काम के लिए कितना समय है और उनकी नियमित जांच करते रहें। उन जोड़ों की प्रशंसा करें जो एक दूसरे की मदद करते हैं और काम पर बने रहते हैं। जोड़ों को आराम से बैठने और अपने खुद के हल ढूंढने का समय दें – विद्यार्थियों को विचार करने और अपनी योग्यता दिखाने से पूर्व ही जल्दी से उनके साथ शामिल होने का प्रलोभन हो सकता है। अधिकांश विद्यार्थी सभी के बात करने और काम करने के वातावरण का आनंद लेते हैं। जब आप कक्षा में देखते हुए और सुनते हुए घूम रहे हों तो नोट बनाएं कि कौन से विद्यार्थी एक साथ आराम में हैं, हर उस विद्यार्थी के प्रति सचेत रहें जिसे शामिल नहीं किया गया है, और किसी भी सामान्य गलतियों, अच्छे विचारों या सारांश के बिंदुओं को नोट करें।

कार्य के समाप्त होने पर आपकी भूमिका उनके बीच की कड़ियां जोड़ने की है जिनको विद्यार्थियों ने बनाया है। आप कुछ जोड़ों का चुनाव उनका काम दिखाने के लिए कर सकते हैं, या आप उनके लिए इसका सार प्रस्तुत कर सकते हैं। विद्यार्थियों को एक साथ काम करने पर उपलब्धि की भावना का एहसास करना पसंद आता है। आपको हर जोड़े से रिपोर्ट लेने की जरूरत नहीं है – इसमें काफी समय लगेगा – लेकिन आप उन विद्यार्थियों का चयन करें जिनके बारे में आपको अपने अवलोकन से पता है कि वे कुछ सकारात्मक योगदान करने में सक्षम होंगे और जिससे दूसरों को सीखने को मिलेगा। यह उन विद्यार्थियों के लिए एक अवसर हो सकता है जो आमतौर पर अपना विश्वास कायम करने हेतु योगदान करने में संकोच करते हैं।

यदि आपने विद्यार्थियों को हल करने के लिए समस्या दी है, तो आप कोई नमूना उत्तर भी दे सकते हैं और फिर उनसे जोड़ों में उत्तर में सुधार करने के संबंध में चर्चा करने के लिए कह सकते हैं। इससे अपने खुद के शिक्षण के बारे में विचार करने और अपनी गलतियों से सीखने में उनकी सहायता होगी।

यदि आप जोड़े में कार्य करने के लिए नए हैं, तो उन बदलावों के संबंध में नोट बनाना महत्वपूर्ण है जिन्हें आप कार्य, समयावधि या जोड़ों के संयोजनों में करना चाहते हैं। यह महत्वपूर्ण है क्योंकि आप इसी तरह सीखेंगे और इसी तरह अपने

अध्यापन में सुधार करेंगे। जोड़े में कार्य का सफल आयोजन करना स्पष्ट निर्देशों और उत्तम समय प्रबंधन के साथ–साथ संक्षिप्त सार संक्षेपण से जुड़ा है – यह सब अभ्यास से आता है।

अतिरिक्त संसाधन

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics
- Class X maths study material: http://www.zietmysore.org/stud_mats/X/maths.pdf
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: https://www.ncetm.org.uk/
- National STEM Centre: http://www.nationalstemcentre.org.uk/
- OpenLearn: http://www.open.edu/openlearn/
- BBC Bitesize: http://www.bbc.co.uk/bitesize/
- Khan Academy's math section: https://www.khanacademy.org/math
- NRICH: http://nrich.maths.org/frontpage
- Mathcelebration: http://www.mathcelebration.com/
- Art of Problem Solving's resources page: http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php
- Teachnology: http://www.teach-nology.com/worksheets/math/
- Maths is Fun: http://www.mathsisfun.com/
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremjifoundation.org/Foundation_Publications
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including the *Teachers Manual for Formative Assessment – Mathematics (Class IX)*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': http://cbse.nic.in/welcome.htm

संदर्भ / संदर्भग्रंथ सूची

Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B. and Wiliam, D. (2003) *Assessment for Learning: Putting it into Practice*. Buckingham: Open University Press.

Morales, R.V., Shute, V.J. and Pellegrino, J.W. (1985) 'Developmental differences in understanding and solving simple mathematics word problems', *Cognition & Instruction*, vol. 2, no. 1, p. 41.

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*. New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education (NCFTE)*. New Delhi: NCERT

National Council of Educational Research and Training (2012a) *Mathematics Textbook for Class IX*. New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2012b) *Mathematics Textbook for Class X*. New Delhi: NCERT.

Nunes, T. (1993) 'Learning mathematics: perspectives from everyday life', in Davis, R. and Maher, C. (eds) *Schools, Mathematics, and the World of Reality*, pp. 61–78. Needham Heights, MA: Allyn and Bacon.

Polya, G. (1957) *How to Solve It*. New York, NY: Anchor.

Polya, G. (1962) *Mathematical Discovery: On Understanding, Learning and Teaching Problem Solving*, combined edn. New York, NY: Wiley.

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

अभिस्वीकृतियाँ

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन–शेयरएलाइक लाइसेंस (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/) के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है। नीचे दी गई सामग्री मालिकाना हक की है तथा इस परियोजना के लिए लाइसेंस के अंतर्गत ही उपयोग की गई है, तथा इसका Creative Commons लाइसेंस से कोई वास्ता नहीं है। इसका अर्थ यह है कि इस सामग्री का उपयोग अननुकूलित रूप से केवल TESS-India परियोजना के भीतर किया जा सकता है और किसी भी बाद के OER संस्करणों में नहीं। इसमें TESS-India, OU और UKAID लोगो का उपयोग भी शामिल है।

इस यूनिट में सामग्री को पुनः प्रस्तुत करने की अनुमति के लिए निम्न स्रोतों का कृतज्ञतापूर्ण आभारः

चित्र 1: © almagami/iStockphoto.com.

चित्र 2: © Chris Rubber Dragon/iStockphoto.com.

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएं करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत–भर के उन अध्यापक शिक्षकों, मुख्याध्यापकों, अध्यापकों और विद्यार्थियों के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन युनिवर्सिटी के साथ काम किया।