Secondary Mathematics

TESS India

Using visualisation: algebraic identities

ದೃಶ್ಯೀಕರಣ ಬಳಕೆ: ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು

Teacher Education through School-based Support in India
www.TESS-India.edu.in

http://creativecommons.org/licenses/

The Open University

UKaid from the British people

ಭಾರತದಲ್ಲಿನ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಮತ್ತು ಪ್ರೌಢಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಕರ ತರಗತಿಯ ಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು ಉತ್ತಮಪಡಿಸಲು TESS-ಭಾರತ (ಶಾಲಾ ಆಧಾರಿತ ಬೆಂಬಲದೊಂದಿಗೆ ಶಿಕ್ಷಕರ ಶಿಕ್ಷಣ)ವು ಗುರಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಇದು ಮುಕ್ತ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳ (OER) ಮೂಲಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಕೇಂದ್ರಿತ ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳುವಿಕೆಯ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಬೆಂಬಲ ನೀಡುವ ಉದ್ದೇಶವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಶಾಲಾ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದ ಜೊತೆಗೆ TESS-ಭಾರತ OERಗಳು ಒಂದು ಒಡನಾಡಿಯನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತವೆ. ಶಿಕ್ಷಕರು ಅವರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೊಂದಿಗೆ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತವೆ, ಇದರ ಜೊತೆಗೆ ಬೇರೆ ಶಿಕ್ಷಕರು ಅವರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೊಂದಿಗೆ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಒದಗಿಸುತ್ತವೆ, ಇದರ ಜೊತೆಗೆ ಬೇರೆ ಶಿಕ್ಷಕರು ಒಂದು ವಿಷಯವನ್ನು ಹೇಗೆ ಬೋಧಿಸಿದರು ಎಂಬುದನ್ನು ಪ್ರಕರಣ ಅಧ್ಯಯನಗಳ ಮೂಲಕ ಮತ್ತು ಅವರು ತಮ್ಮ ಪಾಠಯೋಜನೆಗಳು ತಯಾರಿಸಲು ಹಾಗೂ ವಿಷಯ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳ ಸಂಪರ್ಕದೊಂದಿಗೆ ಹೇಗೆ ಬೆಂಬಲ ಪಡೆದರು ಎಂಬುದನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

ಭಾರತದ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಮತ್ತು ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಸಂಭೋದಿಸಲು ಭಾರತೀಯ ಮತ್ತು ಅಂತರರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಲೇಖಕರ ಸಹಯೋಗದೊಂದಿಗೆ TESS-ಭಾರತ OERಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳು ಅಂತರ್ ಜಾಲ ಮತ್ತು ಮುದ್ರಣದ ಮೂಲಕವೂ ಲಭ್ಯವಿದೆ (http://www.tess-india.edu.in/). *TESS-ಭಾರತ* ಯೋಜಿತ ಕಾರ್ಯದಲ್ಲಿ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳುತ್ತಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭಾರತದ ರಾಜ್ಯಕ್ಕೆ ಸೂಕ್ತವಾಗುವಂತೆ OERಗಳು ಅನೇಕ ಭಾಷಾಂತರಗಳಲ್ಲಿ ಲಭ್ಯವಿದೆ. ಸ್ಥಳೀಯ ಅಗತ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಪೂರೈಸಲು ಬಳಕೆದಾರರನ್ನು OERಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು (adapt) ಮತ್ತು ಸ್ಥಳೀಕರಿಸಲು (localize) ಆಹ್ವಾನಿಸಲಾಗಿದೆ.

TESS- ಾರತವು United Kingdom (UK) ಯ ಮುಕ್ತ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಿಂದ ಹಣಕಾಸು ನೆರವನ್ನು ಪಡೆದಿದೆ.

ವಿಡಿಯೋ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳು

ಈ ಘಟಕದಲ್ಲಿನ ಕೆಲವು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು . ಚಿಹ್ನೆಯೊಂದಿಗೆ ಜೊತೆಗೂಡಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ. ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬೋಧನಾಶಾಸ್ತ್ರದ ವಿಷಯ ಪ್ರಸ್ತಾಪಗಳಿಗಾಗಿ *TESS-ಭಾರತ* ವಿಡಿಯೋ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳನ್ನು ನೀವು ವೀಕ್ಷಿಸುವುದರಿಂದ ನಿಮಗೆ ಉಪಯುಕ್ತವೆಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಅದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ಭಾರತದಲ್ಲಿನ ತರಗತಿಗಳ ವಿವಿಧ ಸಂದರ್ಭಗಳ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಪ್ರಮುಖ ಬೋಧನಾಶಾಸ್ತ್ರದ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು *TESS-ಭಾರತ* ವಿಡಿಯೋ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳು ದೃಷ್ಟಾಂತಗಳ ಮೂಲಕ ಸ್ಪಷ್ಟೀಕರಿಸುತ್ತವೆ. ನಿಮ್ಮನ್ನು ಅಂತಹ ಸಮರೂಪದ ಅಭ್ಯಾಸಗಳೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಯೋಗ ಮಾಡಲು ಅವುಗಳು ಸ್ಫೂರ್ತಿದಾಯಕವಾಗುತ್ತವೆಂದು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ. ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ಆಧಾರಿತ ಘಟಕಗಳ ಮೇಲೆ ಕೆಲಸ ಮಾಡುವಾಗ ನಿಮ್ಮ ಅನುಭವಗಳನ್ನು ಅವುಗಳು ವೃದ್ಧಿಸುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಪೂರಕವಾಗಿ ಬೆಂಬಲ ನೀಡಲು ನಿರ್ಧರಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ. ಆದರೆ, ಅವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ನೀವು ಅಸಮರ್ಥರಾದರೆ ನಿಮ್ಮ ಅನುಭವಗಳು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

TESS-ಭಾರತ ವಿಡಿಯೋ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳನ್ನು ನೀವು ಅಂತರ್ ಜಾಲದ (online) ಮೂಲಕ ನೋಡಬಹುದು ಅಥವಾ *TESS-ಭಾರತ* ವೆಬ್ ಸೈಟ್(website) ನಿಂದ ಪಡೆಯಬಹುದು (downloaded),*(http://www.tess-india.edu.in/)*. ಪರ್ಯಾಯವಾಗಿ, ಈ ವಿಡಿಯೋಗಳನ್ನು ನೀವು ಸಿಡಿ ಅಥವಾ ಮೆಮೊರಿ ಕಾರ್ಡ್ (memory card)ಗಳ ಮೂಲಕವೂ ಪಡೆಯಬಹುದು.

Version 2.0 SM01v1
Karnataka

Except for third party materials and otherwise stated, this content is made available under a Creative Commons Attribution-ShareAlike licence: http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/

TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

ಈ ಘಟಕ ಯಾವುದರ ಬಗ್ಗೆ?

ಗಣಿತದ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು ಪ್ರಮುಖ ಪಾತ್ರ ವಹಿಸುತ್ತವೆ. ನಮ್ಮ ಶಾಲಾ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ VIII ಮತ್ತು IX ತರಗತಿಗಳ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಎಂಟು ವಿಧದ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದರಿಂದ ಮತ್ತು ಗುರುತಿಸುವುದರಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತದ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕಲಿಯಲು ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಕುಶಲತೆಯಿಂದ ನಿರ್ವಹಿಸುವಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಸಮಸ್ಯೆ ಬಿಡಿಸುವಲ್ಲಿ ಈ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸುವಲ್ಲಿ ಅವರು ನಿರರ್ಗಳತೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಮರ್ಥರಾಗುವಂತೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಇವುಗಳ ಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾದರೆ ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳಲ್ಲಿನ ಮಾರ್ಪಾಡುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಸಮರ್ಥರಾಗುವುದು ಮುಖ್ಯವಾಗಿದೆ. ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಕಲಿಕೆ ಮತ್ತು ಅನ್ವಯದಲ್ಲಿನ ಪ್ರಮುಖ ಸಮಸ್ಯೆಯೆಂದರೆ, ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇದನ್ನು ಕಂಠಪಾಠಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಮತ್ತು ಸ್ಮರಣೆಯಿಂದ ಹೊರಗೆ ಹಾಕುವುದೆಂದು ಭಾವಿಸಿರುತ್ತಾರೆ.

ಈ ಘಟಕವು ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಕಲಿಯಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡಲು ನೀವು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದಾದ ಕೆಲವು ದೃಶ್ಯ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ವಿವಿಧ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಣೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಈ ವಿಧಾನಗಳು ಕಂಠಪಾಠ ಮಾಡುವುದರ ಮೇಲೆ ಕಡಿಮೆ ಅವಲಂಬಿತವಾಗುವುದರೊಂದಿಗೆ, ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದರ ಮೇಲೆ ರಚಿತವಾಗಿವೆ.

ಈ ಘಟಕದಲ್ಲಿ ನೀವು ಏನನ್ನು ಕಲಿಯಬಹುದು?

- ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು ಹೇಗೆ ರಚನೆಯಾಗಿವೆಯೆಂದು ಅನ್ವೇಷಣೆ ಮಾಡಲು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಪತ್ತೆಹಚ್ಚಲು ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡಲು ಚಿತ್ರಣಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಬಳಸಬೇಕು?
- ಕಂಠಪಾಠವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸದೆ ಹೇಗೆ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಅನ್ವಯಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದೆಂಬುದರ ಬಗ್ಗೆ ಕೆಲವು ವಿಚಾರಗಳು.
- ಈಗಿರುವ ಕಾರ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಹೊಂದಾಣಿಕೆ ಮಾಡಿಕೊಂಡು ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗೆ ಹೇಗೆ ಹೆಚ್ಚು ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸಬಹುದು ಎಂದು.

ಸಂಪನ್ಮೂಲ 1ರಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿರುವ NCF (2005) ಮತ್ತು NCFTE (2009)ರ ಬೋಧನಾ ಅಗತ್ಯತೆಗಳಿಗೆ ಈ ಘಟಕವು ಸಂಬಂಧ ಕಲ್ಪಿಸುತ್ತದೆ.

1 ಕಂಠಪಾಠದಿಂದ ಕಲಿಕೆ

ಕಂಠಪಾಠದಿಂದ ಕಲಿಕೆ ಅಥವಾ ಉರುಹಚ್ಚುವುದರಿಂದ ಕಲಿಕೆ - ಇದು ಪುನರಾವರ್ತನೆ ಆಧಾರಿತ ಕಲಿಕಾ ತಂತ್ರ.

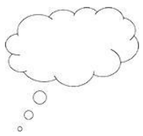
ಈ ಕಲಿಕಾ ವಿಧಾನದ ಪರವಾಗಿ ಹಲವು ವಾದಗಳಿವೆ: ಇದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಾದವೇನೆಂದರೆ, ಗಣಿತದ ಇತರ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ನಿರರ್ಗಳವಾಗಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಗಣಿತದ ಕೆಲವು ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ಕ್ಷಿಪ್ರವಾಗಿ ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಹೊಂದಬೇಕಾಗಿದೆಯೆಂಬುದು.

ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ `ಮಗ್ಗಿ' ಯನ್ನು ಉರುಹಚ್ಚುವುರಿಂದ ಕಲಿಯಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹ ನೀಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಹೋಲಿಕೆಯ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ಸರಳ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡುವಾಗ ಉದಾಹರಣಗೆ 6 x 7 ರಂತಹ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾಗ ಅವರು ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಮಯ ವ್ಯಯ ಮಾಡಬಾರದೆಂದು ಮತ್ತು ಶ್ರಮಪಡಬಾರದೆಂಬುದು - ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಅವರಿಗೆ ಕ್ಯಾಲ್ ಕ್ಯುಲೇಟರ್ ಸುಲಭವಾಗಿ ಲಭ್ಯವಿಲ್ಲದಾಗ. ಮಗ್ಗಿಯನ್ನು ಕಂಠಪಾಠ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ ಅವರಿಗೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕುರಿತು ಉತ್ತಮ ಪ್ರಜ್ಞೆಯಿರುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ - ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪ್ರಮಾಣ ಅಥವಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿವೆ ಅಥವಾ ಗುಣಕಗಳು ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಕುರಿತು. ಇದೇ ರೀತಿಯ ವಾದಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಕಂಠಪಾಠದ ಮೂಲಕ ಕಲಿಯುವ ಬಗ್ಗೆ ಬಳಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಆದರೂ ಸಹ, ಕಂಠಪಾಠ ಬಳಕೆಯಯನ್ನು ಕಲಿಯುವ ತಂತ್ರವಾಗಿ ಬಳಸುವ ಬಗ್ಗೆ ಅನೇಕ ಮರು-ವಾದಗಳಿವೆ (De Morgan 1865: Morton and booth,1997) . ಇದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಲಭ್ಯತೆಯನ್ನು ಕುರಿತದ್ದಾಗಿದೆ; ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕಡಿಮೆ ಶಾಲಾ ಹಾಜರಾತಿ, ಅವರ ಸಮಯಾಭಾವದಿಂದ ಅಥವಾ ಅಗತ್ಯವಾದ ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಅವಕಾಶದ ಕೊರತೆಯಿಂದ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆ ನೆನಪಿನ ಶಕ್ತಿಯ ಕಾರಣಗಳಿಂದ ಎಲ್ಲಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕಂಠಪಾಠದಿಂದ ಲಾಭಪಡೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ವಿಶೇಷ ಶಿಕ್ಷಣ ಅಗತ್ಯವುಳ್ಳ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ, ಉದಾಹರಣೆಗೆ: ಪದಾಂಧತೆ(Dyslexia)ಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವವರು ಬಹಳಷ್ಟು ವಂಚಿತರಾಗುತ್ತಾರೆ.

ಇನ್ನೊಂದು ವಾದ ಯಾವುದೆಂದರೆ, ಕಂಠಪಾಠ ಒದಗಿಸುವ ಕಲಿಕೆ ಬಗೆಯನ್ನು ಕುರಿತದ್ದಾಗಿದೆ. ಕಂಠಪಾಠವು ಗ್ರಹಿಕೆ ಅಥವಾ ಅರ್ಥಬೆಳವಣಿಗೆ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸಿರುವುದಿಲ್ಲ ಅಥವಾ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಅರ್ಥವೇನಿರಬಹುದು ಎಂಬ ಅನ್ವೇಷಣೆಯನ್ನು ಬೆಂಬಲಿಸುವುದಿಲ್ಲ ಆಥವಾ ಗಣಿತದ ಇತರ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳಿಗೆ ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಇದು ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳುವುದು ಮತ್ತು ಯಥಾವತ್ತಾಗಿ ಪುನರಾವರ್ತಿಸುವುದನ್ನು ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸುತ್ತದೆ, ಆದ್ದರಿಂದ ವಿಷಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಇನ್ನೂ ಅನೇಕ ಹಂತಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಹೆಚ್ಚಿನ ಕಠಿಣ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸುವಾಗ ತೊಂದರೆಯಾಗಬಹುದು (ಸೂತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಲೆಕ್ಕಪದ್ಧತಿ ರೀತಿಯವು). ಕಂಠಪಾಠವು ಅರ್ಥಗ್ರಹಿಕೆಗೆ ಸಹಾಯಕವಾಗುವುದಿಲ್ಲ, ಇದರರ್ಥ ಕೆಲವು ಅಂಶಗಳು ಬಿಟ್ಟುಹೋಗಬಹುದು ಮತ್ತು ವಿವರಗಳು ಅಡ್ಡಬರಬಹುದು., ಒತ್ತಡ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಪರೀಕ್ಷೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಫಲತೆ ಸಿಗದಿರಬಹುದು.

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕಂಠಪಾಠದಿಂದ ಉತ್ತೇಜಕ ಕಲಿಕಾ ಅನುಭವ ಉಂಟಾಗುವುದಿಲ್ಲ, ಕಾರಣ ಇದು ಸ್ವಭಾವತಃ ಪುನರಾವರ್ತಿತವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಮತ್ತು ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳುವಿಕೆ ಹಾಗೂ ಸಂಬಂಧ ಕಲ್ಪಿಸುವ ಕೊರತಯಿಂದ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಆದಷ್ಟು ಕಡಿಮೆ ಬುದ್ಧಿ ಬಳಸಿ ಯಾಂತ್ರಿಕವಾಗಿ ಅಭ್ಯಾಸಗಳನ್ನು 'ಬಿಡಿಸುತ್ತಾರೆ' . ಇದು ಹೆಚ್ಚು ಸಾಧನೆ ಮಾಡುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನೂ ಒಳಗೊಂಡಂತೆ ಎಲ್ಲಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೂ ಕ್ಲಿಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ. ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಬೇಸರ, ಆಲೋಚನೆಗೆ ಕಡಿಮೆ ಬೇಡಿಕೆ ಮತ್ತು ಸಂಬಂಧ ಕಲ್ಪಿಸಲು ಹಾಗೂ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಅರ್ಥಕೊಡಲು ಅವಕಾಶಗಳ ಕೊರತೆಯ ಕಾರಣ ಕಲಿಯುವವರಿಗೆ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಕಷ್ಟವಾಗಿ ವಿಷಯವನ್ನು ಆನಂದಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲ.



ನಿಲ್ಲಿ... ಆಲೋಚಿಸಿ

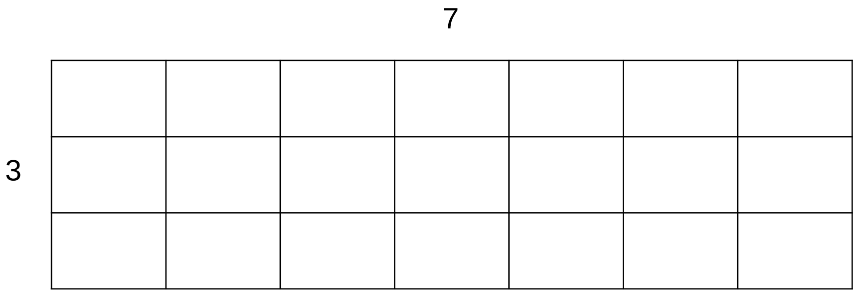
- ಕಂಠಪಾಠದಿಂದ ಕಲಿಯುವ ಕುರಿತು ನಿಮ್ಮ ಆಲೋಚನೆಗಳೇನು? ಇದು ಯಾವಾಗಲೂ, ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಅಥವಾ ವಿರಳವಾಗಿ ಕೆಲಸ ಮಾಡಬಹುದೆಂದು ನೀವು ಯೋಚಿಸುವಿರಾ?
- ಕಂಠಪಾಠದಿಂದ ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಕುರಿತು ನೀವು ಹೇಗೆ ಅನುಭವಿಸಿದಿರಿ?
- ಉತ್ತಮವಾಗಿ ಕಂಠಪಾಠ ಮಾಡುತ್ತಿರುವಂತೆ ಕಾಣುವ ನಿಮ್ಮ ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯನ್ನು ಮತ್ತು ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಕಷ್ಟಪಡುತ್ತಿರುವ ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ, ಅವರು ಕಲಿಯುವ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಸಾಮ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಭಿನ್ನತೆಗಳೇನು?

2 ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ದೃಶ್ಯೀಕರಣ

ಸ್ಮರಣೆಯ ಮೇಲೆ ಕಡಿಮೆ ಅವಲಂಭಿತರಾಗಲು ಒಂದು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ವಿಧಾನವೆಂದರೆ ದೃಶ್ಯೀಕರಣದ ಬಳಕೆ. ದೃಶ್ಯೀಕರಣವೆಂದರೆ ಯಾವುದಾದರು ವಸ್ತುವಿನ ಚಿತ್ರಣವನ್ನು ನಿಮ್ಮ ಮನಸಿನಲ್ಲಿ ನೋಡುವುದು. ವಿವಿಧ ಜನರು ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 'ನೋಡು'ವುದಿಲ್ಲ ಆದರೆ, 'ದೃಶ್ಯ ಆಲೋಚನ' ಅರ್ಥಗಳನ್ನು ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ಬಹಳ ಮುಖ್ಯ.

ದೃಶ್ಯೀಕರಣವನ್ನು ಸಾಪೇಕ್ಷಿಕವಾಗಿ ಸರಳ ಕ್ರಿಯೆಗಳಿಂದ ಪರಿಚಯಿಸಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕದಂತೆ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು (ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಲು ಅನೇಕ ವಿಧಾನಗಳಿವೆ)

7 × 3 ರ ಗುಣಲಬ್ದವನ್ನು ಏಳು ಗುಣಕ ಮೂರರ ಚೌಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಂತೆ ತೋರಿಸಬಹುದು (ಚಿತ್ರ 1) . ಈ ಚಿತ್ರದಿಂದ ಗುಣಾಕಾರವು ಪರಿವರ್ತಕ ಎನ್ನುವುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ- ಅಂದರೆ, 7 × 3 ರ ಗುಣಲಬ್ಧ ಮತ್ತು 3 ×7 ರ ಗುಣಲಬ್ಧ ಒಂದೇ ಆಗಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 1 7 × 3ರ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕ.

ಆದ್ದರಿಂದ, 7 × 3 ಇದು 3 x 7 ಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿದ್ದು ಮತ್ತು 21 ಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

7 x 3 ~ 3 x 7 ~ 21.

ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಮಾದರೀಕರಿಸುವುದರಿಂದ,ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗುಣಾಕಾರ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತದೆ, ಏಕೆಂದರೆ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಆಯತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಅದರಲ್ಲಿ ಬಳಸಿರುವ **ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ರಚಿಸದಿರುವುದು** ಒಳ್ಳೆಯ ಅಭ್ಯಾಸ: ಇದು ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಮೂರ್ತ ಚಿತ್ರಣಗಳನ್ನು ಉತ್ತೇಜಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಮೂದಿಸುವುದು ಕಡಿಮೆ ಕಷ್ಟವಾಗುವಂತೆ ಮನಸ್ಸನ್ನು ಸಿದ್ಧ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಏಕೆಂದರೆ, ಋಣಾತ್ಮಕ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೆಂಬುದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಇಂತಹ ಚಿತ್ರಣಗಳನ್ನು `ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕ‘ ಎನ್ನಲಾಗುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 24 × 13 ಇದನ್ನು ಚಿತ್ರ 2ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನಿದರ್ಶಿಸಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, 24 × 13 ~ (20 + 4) × (10 + 3) ~ 200 + 40 + 60 + 12 ~ 312.

	20	4
10	200	40
3	60	12

ಚಿತ್ರ 2 24 × 13ರ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕ.

ಇನ್ನೊಂದು ಉದಾಹರಣೆ, 19^2 ನ್ನು ಚಿತ್ರ 3ರ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, 19^2 ~ (20 – 1) × (20 – 1) ~ 400 – 20 – 20 + 1 ~ 361.

	20	–1
20	20 × 20 = 400	20 × (–1) = –20
–1	20 × (–1) = –20	(–1) × (–1) = 1

ಚಿತ್ರ 3 A 19^2 ರ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕ.

ಈ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಮಾದರಿಯು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅಥವಾ ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಗುಣಾಕಾರಗಳಿಗೆ ಬಹಳ ಸಹಕಾರಿಯಾಗಿದೆ. ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಒಂದು ಸರಳ ಉದಾಹರಣೆ, ಚಿತ್ರ 4ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ 3(a – b) ಆದ್ದರಿಂದ 3(a – b) ~ 3a – 3b.

	a	–b
3	3 × a =3a	3 × (–b) = –3b

ಚಿತ್ರ 4 3(a – b)ರ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕ.

ಈ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಸಮ ಚಿಹ್ನೆಗೆ (=) ಬದಲಾಗಿ ಸಮಂಜಸವಾದ ಸಮಾನತೆ ಚಿಹ್ನೆ (~) ಯನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿದೆ. ಇದೂ ಕೂಡ ಸಮಾನಾಗಿ ಮಂಜೂರಾದದ್ದು. ಸಮಾನತೆ ಚಿಹ್ನೆಯು ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ‘ಇದಕ್ಕೆ ಸಮಾನ’ ಎನ್ನುವ ಬದಲು ‘ಇದನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವ ವಿಧಾನ’ ಎಂದು ಓದಿದಾಗ, ಅದು ಒಂದು ಮಟ್ಟಿನ ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯವಲ್ಲದೆ ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಆಟದ ಮನೋಭಾವ ನೀಡುತ್ತದೆ.

ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ ದೃ ್ಯೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಬೆಂಬಲ ಕೊಡಲು ಚಟುವಟಿಕೆ 1 ಸಹಕಾರ ನೀಡುತ್ತದೆ. ಈ ಘಟಕದಲ್ಲಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಮೇಲೆ ಪ್ರಯೋಗಿಸುವಾಗ ಮುನ್ನ ಎಲ್ಲಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು (ಅಥವಾ ಕೆಲವನ್ನು) ನೀವೇ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವುದು ಸೂಕ್ತವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ನಿಮ್ಮ ಸಹೋದ್ಯೋಗಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವುದು ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ಏಕೆಂದರೆ, ಇದರಿಂದ ಅನುಭವಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಮನನ/ ಪರ್ಯಾಲೋಚನೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ನೀವೇ ಪ್ರಯೋಗಿಸುವುದೆಂದರೆ ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಯ ಅನುಭವಗಳೊಂದಿಗೆ ಒಳನೋಟ ಪಡೆಯಲು ಮತ್ತು ಇದು ಮುಂದುವರೆದು ನಿಮ್ಮ ಬೋಧನೆ ಮತ್ತು ಶಿಕ್ಷಕರಾಗಿ ನಿಮ್ಮ ಬೋಧನಾ ಅನುಭವಗಳ ಮೇಲೆ ಪ್ರಭಾವ ಬೀರಬಹುದುದು.   ನೀವು ತಯಾರಾದ ನಂತರ ಪ್ರಕರಣ ಅಧ್ಯಯನ 1 ನ್ನು ಓದಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಮೇಲೆ ಬಳಸಿ ಹಾಗೂ ಈ ಅಧ್ಯಾಯದ ನಂತರ ಚಟುವಟಿಕೆ ಆಯೋಜನಾ ವಿಧಾನ ಮತ್ತು ಅದರಿಂದಾದ ಕಲಿಕೆಯ ಕುರಿತು ಅವಲೋಕಿಸಿ. ಇದು ಬೋಧನಾ ವಾತಾವರಣವನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ಕಲಿಕಾರ್ಥಿ ಕೇಂದ್ರಿತವಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 1: ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸುವುದು

ಹೆಚ್ಚು ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಮಾದರೀಕರಿಸುವುದರಿಂದ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ರಚಿಸುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಿಳಿಸಿ. ನಿಮಗೆ ಸಹಾಯವಾಗಲು ನೀವು ಪ್ರಕರಣ ಅಧ್ಯಯನ 1ರಲ್ಲಿನ ಕೆಳಕಂಡ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

ನಂತರ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಪ್ಪುಹಲಗೆಯ ಮೇಲೆ ಬರೆಯಿರಿ:

- $(105)^2$
- $(14.3)^2$
- 4(99)
- 98^2
- 7(t + r)
- (r + q) (s – r)

ಪ್ರತಿ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ, ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಯಾಗಿ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಿಡಿಸಲು ತಿಳಿಸಿ:

a. ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕವಾಗಿ ಮಾದರಿಯಾಗಿಸಿ.

b. ಸೂಕ್ತವೆನಿಸಿದರೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಚಿಕ್ಕ ಚಿಕ್ಕ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.

c. ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು (a) ಮತ್ತು (b) ಗೆ ಬಳಸಿ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡಿರಿ.

ಈ ಪಾಠದ ನಂತರ, ಪಾಠದಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ಬೋಧನೆಯನ್ನು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಲು ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ 'ನಿಲ್ಲಿ… ಆಲೋಚಿಸಿ' ಯಲ್ಲಿರುವ ಸುಳುಹುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ.

ಪ್ರಕರಣ ಅಧ್ಯಯನ 1: ಚಟುವಟಿಕೆ1ನ್ನು ಬಳಸಿದುದರ ಬಗ್ಗೆ ಶ್ರೀಮತಿ ಅಪರಾಜಿತರವರು ಚಿಂತನಶೀಲರಾಗುತ್ತಾರೆ.

ಇದು, ಚಟುವಟಿಕೆ 1ನ್ನು ಪ್ರೌಢಶಾಲಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಮೇಲೆ ಪ್ರಯತ್ನ ಮಾಡಿದ ಒಬ್ಬ ಶಿಕ್ಷಕರ ವಿವರಣೆಯಾಗಿದೆ.

ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವ ಮೊದಲು, ಘಟಕ 1ರಲ್ಲಿ ನಾನು ಓದಿ ಕಲಿತದ್ದನ್ನು ಅಣಕಿಸುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೇ, ಒಂದು ವರ್ಗವಾಗಿಸಿರುವ ಅಥವಾ ಗುಣಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದೆಂದು ಚರ್ಚಿಸಿದೆವು. ನಾನು 5 × 6 ರಂತಹ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನಂತರ 56 × 64 ಮತ್ತು 65 × 115 ರಂತಹ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದೆ. 65 × 115 = 65(100 + 10 + 5) ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಅನೂಪನು ವಿಭಾಜಕ ನಿಯಮ ಬಳಸುವ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಿದ ಮತ್ತು ಮುಂದುವರೆದು ಇದನ್ನು ಒಂದು-ಗುಣಿಸು-ಎರಡು [one-by-two] ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದ [ಚಿತ್ರ 5].

	100	10	5
65	65 × 100 = 6,500	65 × 10 = 650	65 × 5 = 325

ಚಿತ್ರ 5 65 × 115ರ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕ.

ನಂತರ ನಾವು ಇತರ ಗುಣಾಕಾರ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದೆವು. ಇದನ್ನು ಅವರೇ ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರು, ಆದರೂ ಆಗಾಗ್ಗೆ ಅವರು ಅಕ್ಕ ಪಕ್ಕದವರು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುತ್ತಿದ್ದುದನ್ನು ನೋಡುತ್ತಿದ್ದರು. ಹೆಚ್ಚಿನದನ್ನು ಅವರೇ ಬಿಡಿಸಿದರು. ದಶಮಾಂಶ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನವರು 14+0.3 ಎಂದು ವಿಭಜಿಸಿದರು. ನಾನು ಅವರನ್ನು ಈಗ ಸರಳವಾಯಿತು ಎಂದನಿಸತೇ ಎಂದು ಕೇಳಿದಾಗ ಕೆಲವರು ಇಲ್ಲವೆಂದರು. ಆದ್ದರಿಂದ ನಾನು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿಭಜನೆ ಮಾಡಿ, ಮೂರು ಗುಣಿಸು ಮೂರು [three-by-three] ಕೋಷ್ಟಕ ಮಾಡುವ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಿ.

98^2 ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಅವರು ಬಿಡಿಸಬೇಕಾದಾಗ, 90+8 ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದವರಿಗೆ ಯಾವುದೂ ತೊಂದರೆಯಾಗಲಿಲ್ಲ. ಆದರೆ, ಅವರಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬ ಅದನ್ನು 100 – 2 ಎಂದು ವಿಭಜಿಸಲು ನಿರ್ಧರಿಸಿದ, ಆಗ ಅವನು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹೇಗೆ ಋಣಾಂಶ ಹೊಂದಿರಲು ಸಾಧ್ಯವೆಂದು ತಿಳಿಯ ಬಯಸಿದ. ಇದನ್ನು ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಮಾದರಿ ಮಾಡುವುದರ ಕುರಿತು ಚರ್ಚಿಸಲು ಮತ್ತು ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಕೋಷ್ಟಕಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸುವುದು ಏಕೆ ಸಹಾಯಕವಾಗಬಹುದೆಂದು ಉತ್ತಮ ಚರ್ಚೆಗೆ ದಾರಿ ಮಾಡಿತು. ಈ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದರಲ್ಲಿ ಭಿನ್ನತೆ ಮತ್ತು ಸಾಮ್ಯತೆ ಕುರಿತದ್ದಾಗಿತ್ತು. ನಾವು ಧನಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಿಡಿಸಿದಾಗ, ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಮತ್ಯೆ ಇರುತ್ತದೆಂದು ಆದರೆ, ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಯೆ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ, ಏಕೆಂದರೆ, ಋಣಾತ್ಮಕ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಅಸ್ಥಿತ್ವದಲಿಲ್ಲ ಎಂದು ಊಹಿಸಿದೆವು. ಆದರೂ ಸಹ ಒಂದು ಗುಣಲಬ್ಧ ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಿರಬಹುದು, ಆದ್ದರಿಂದಲೇ ನಾವು ಅದನ್ನು ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ!

ನಾನು 100 – 2ರ ನಿದರ್ಶಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಆಳಕ್ಕೆ ಹೋಗಲಿಲ್ಲ. ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ನಿಭಾಯಿಸಬಹುದೆಂದೂ ಮತ್ತು ಈ ಘಟಕದ ಮುಂದಿನ ಭಾಗವನ್ನು ಉತ್ತಮವಾಗಿ ಚರ್ಚಿಸಲು ದಾರಿ ಮಾಡಿತು.

ನಿಲ್ಲಿ... ಆಲೋಚಿಸಿ

- ಇದು ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ನಡೆಯಿತು?
- ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಯಾವ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯೆಗಳು ಅನಿರೀಕ್ಷಿತವಾಗಿತ್ತು? ಏಕೆ?
- ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಶೋಧಿಸಲು ಯಾವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳಿದಿರಿ?
- ಯಾವುದಾದರೂ ಹಂತದಲ್ಲಿ ನೀವು ಮಧ್ಯ ಪ್ರವೇಶಿಸಬೇಕೆನಿಸಿತೇ?
- ಯಾವ ಅಂಶಗಳ ಕುರಿತು ನೀವು ಒತ್ತಿ ಹೇಳಬೇಕಾಯಿತು ಎಂದು ನಿಮಗನಿಸಿತು?
- ನೀವು ಈ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಯಾವುದಾದರೂ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಮಾರ್ಪಡಿಸಿದಿರಾ? ಹಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ನೀವು ನೀಡುವ ಕಾರಣವೇನು?

3 ಗಣಿತೀಯ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಶೇಷ ಪ್ರಕರಣಗಳೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸುವುದು

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹಲವು ಬಾರಿ ಗಣಿತೀಯ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಮಂತ್ರ ವಿದ್ಯೆ ಅಥವಾ ವೇದವಾಕ್ಯವೆಂದು ಭಾವಿಸುತ್ತಾರೆ. ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು ಎಲ್ಲಿಂದ ಬರುತ್ತವೆ ಅಥವಾ ಅವು ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಶೇಷ ಪ್ರಕರಣಗಳು ಎಂಬ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಅತೀ ವಿರಳವಾಗಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಕಂಠಪಾಠ ಮಾಡಲು ಒಂದು ಕಾರಣವೆಂದರೆ, ಅವರು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು ಪ್ರದರ್ಶಿಸುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಸಂಯೋಜನೆ ಮಾಡುವುದರಲ್ಲಿ ವಿಫಲರಾಗಿರುತ್ತಾರೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನೆನಪು ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವಾಗ ಈ ಕೆಳಕಂಡ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಮಾಡುವ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಿರಬಹುದು,

$(x - y)^2 = x^2 - y^2$

$(x - y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(x - y)^2 = x^2 + 2xy - y^2$

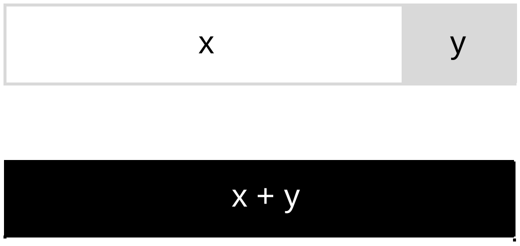
ಎರಡು ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯಾಗಿವೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದು ಸರಳವಾಗಿದ್ದರೂ (ಚರಗಳ ಕೆಲವು ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಇವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡುವುದಷ್ಟೇ ಅಗತ್ಯವಿರುವುದು), ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ತಪ್ಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದನ್ನು ಮುಂದುವರೆಸುತ್ತಾರೆ. ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅವರ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದೆಂಬ ಅರಿವಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಇನ್ನೊಂದು ಮತ್ತು ತೀವ್ರವಾದ ಕಾರಣವೆಂದರೆ ಅವರು ಈ ಹೇಳಿಕೆಗಳ ಭೌತಿಕ (ಅಥವಾ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ) ಅರ್ಥಗಳನ್ನು ಅರಿತುಕೊಂಡಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ಈ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯವಾಗುವಂತೆ, ಈ ಹಿಂದಿನ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ನೀವು ಬಳಸಿದ ದೃಶ್ಯೀಕರಣ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ವಿವಿಧ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳ ಅರ್ಥವನ್ನು ಅವರೇ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಹಾಯವಾಗುವಂತೆ ಚಟುವಟಿಕೆ 2 ನಿಮಗೆ ಒಂದು ವಿಧಾನವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳ ವಿನ್ಯಾಸ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ನೋಡಲು ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಲು ಈ ಕಾರ್ಯ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸುತ್ತದೆ. ವಿಚಾರಗಳ ಕುರಿತು ಮಾತನಾಡುವುದರಿಂದ ಅವರ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದಾದ್ದರಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅವರ ಜೊತೆಗಾರ ಅಥವಾ ಸಹಪಾಠಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸುತ್ತಾರೆ.

ಈ ಚಟುವಟಿಕೆ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವ ಮುನ್ನ, ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು (x + y) ಮತ್ತು (x – y)ಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ದೃಷ್ಟಾಂತದೊಂದಿಗೆ ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಬಲ್ಲಿರೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವುದು ಉತ್ತಮ ವಿಚಾರವಾಗಿದೆ. ಮೊದಲಿನದ್ದನ್ನು ಗ್ರಹಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಸುಲಭ ಮತ್ತು ನಂತರದ್ದು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಶ್ರಮವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಉದ್ದ ‘x + y’ನ್ನು ದೃಷ್ಟಾಂತದೊಂದಿಗೆ ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸುವುದು

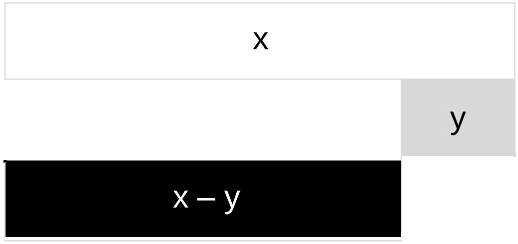
ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ಬಿಳಿ ಬಣ್ಣದ ಭಾಗ x ಆಗಿದ್ದು ಮತ್ತು ಬೂದು ಬಣ್ಣದ್ದು y ಆಗಿದ್ದರೆ, ಕಪ್ಪು ಬಣ್ಣದ್ದು x + y ಆಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು, ಬಿಳಿ ಬಣ್ಣದ ಉದ್ದವನ್ನು (x ನಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿರುವುದು) ಬೂದು ಬಣ್ಣದ ಉದ್ದದೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿಸಿದಾಗ (y ನಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿರುವುದು), ಕಪ್ಪು ಬಣ್ಣದ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ (x + y ನಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿರುವುದು) ಎನ್ನಬಹುದು (ಚಿತ್ರ 6 ನೋಡಿ).



ಚಿತ್ರ 6 ಉದ್ದ x + yರ ನಿದರ್ಶನ.

ಉದ್ದ ‘x – y’ ನ್ನು ದೃಷ್ಟಾಂತದೊಂದಿಗೆ ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸುವುದು

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ಬಿಳಿ ಬಣ್ಣದ ಭಾಗ x ಆಗಿದ್ದು ಮತ್ತು ಬೂದು ಬಣ್ಣದ್ದು y ಆಗಿದ್ದರೆ, ಕಪ್ಪು ಬಣ್ಣದ್ದು x - y ಆಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು, ‘ಬಿಳಿ ಬಣ್ಣದ ಉದ್ದವನ್ನು (x ನಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿರುವುದು) ಬೂದು ಬಣ್ಣದ ಉದ್ದದೊಂದಿಗೆ ಕಳೆದಾಗ (y ನಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿರುವುದು), ಕಪ್ಪು ಬಣ್ಣದ ಭಾಗಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ (x - y ನಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿರುವುದು) ಎನ್ನಬಹುದು (ಚಿತ್ರ 7 ನೋಡಿ)’.



ಚಿತ್ರ 7 ಉದ್ದ x – yರ ನಿದರ್ಶನ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 2: ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಗುಣಾಕಾರಗಳ ವಿಶೇಷ ಪ್ರಕರಣಗಳಾಗಿ ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು

ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ:

1. ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಗಣಿತೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕವಾಗಿ ನಿಮ್ಮ ಪಕ್ಕದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ವಿವರಿಸಿ (ಇದನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸುವುದು ಅಥವಾ ಬಿಡಿಸುವುದು ಬೇಡ). ಇದು ಹೇಗೆ ಕಾಣಬಹುದು?
   a. $(x + y)^2$
   b. $(x + a)(x + b)$
   c. $(x - y)^2$
   d. $(x - y)(x + y)$
2. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗಣಿತೋಕ್ತಿಗೆ ಹಂತ 1ರಲ್ಲಿ ವರ್ಣಿಸಿರುವಂತೆ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಂತೆ ರಚಿಸಿರಿ.
3. ಹಂತ 2ರಲ್ಲಿ ನೀವು ರಚಿಸಿರುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಗಣಿತೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.
4. ಈ ಕೆಳಕಂಡ ನಾಲ್ಕು ಗಣಿತೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ ಹಂತ 1, 2 ಮತ್ತು 3 ಹಂತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಮತ್ತು ಹೋಲಿಸಿ:
   - ಹಂತ 3ರಲ್ಲಿ ಗಣಿತೋಕ್ತಿ (a), (b), (c) ಮತ್ತು (d) ಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಪದಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತೀರಿ?
   - ಈ ಪದಗಳು ಹೇಗೆ ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ?
   - ಈ ಗಣಿತೋಕ್ತಿಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಾಮ್ಯತೆಗಳೇನು? ಭಿನ್ನತೆಗಳೇನು? ಪದಗಳಿಗೆ ಹೊಂದುವಂತೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಬಾಕ್ಸ್ ಗಳಿಗೆ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿದರೆ ನಿಮಗೆ ಸಹಾಯವಾಗಬಹುದು.
   - ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬೀಜಗಣಿತ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಒಂದು ನಿಯಮ ಅಥವಾ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಇದರಿಂದ ಇತರ ತರಗತಿಗಳ ಇತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಇದರ ಕುರಿತು ಓದಬಹುದು.

ಪ್ರಕರಣ ಅಧ್ಯಯನ 2: ಚಟುವಟಿಕೆ 2ನ್ನು ಬಳಸಿದುದರ ಬಗ್ಗೆ ಶ್ರೀಮತಿ ಕಪೂರ್‌ರವರು ಚಿಂತನಶೀಲರಾಗುತ್ತಾರೆ.

ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಬೀಜಗಣಿತದೆಡೆಗೆ ಸಾಗುವುದು ಕೆಲವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಗೊಂದಲವಾಗಬಹುದೆಂದು ನನಗನಿಸಿತು. ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಮೊದಲ ಪ್ರಶ್ನೆ $(x + y)^2$ ನ್ನು ತರಗತಿ ಚಟುವಟಿಕೆಯಾಗಿ ಒಟ್ಟಾಗಿ ಬಿಡಿಸಿದೆವು ಮತ್ತು ಚಟುವಟಿಕೆ 1 ರಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿದ್ದರಿಂದ, ಅವರು ಹಂತ 1 ಮತ್ತು 2 ನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು.

ಹಂತ 3 ಸಮಾನತೆಯ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯತೆಯನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಿತು. ಸಂಗ್ರಹಿತ ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಗಣಿತೋಕ್ತಿಯು, ಪದಗಳನ್ನು ಇನ್ನೂ ಸಂಗ್ರಹಿಸಿರದ ಇನ್ನೊಂದು ಗಣಿತೋಕ್ತಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ. ಇದು ಸ್ವಲ್ಪ ಗೊಂದಲಮಯವಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತದೆ! ನಾನು ಅವರನ್ನು ಇದನ್ನು ಇನ್ನೂ ಗೊಂದಲಮಯ ಮಾಡಲು ಯಾವುದಾದರೂ ಉಪಾಯ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವೇ ಎಂದು ಕೇಳಿದೆ ಮತ್ತು ಅವರಲ್ಲಿ ಉತ್ತಮ ಉಪಾಯಗಳಿದ್ದವು! ಇದು ನಮ್ಮನ್ನೆಲ್ಲಾ ನಗಿಸಿತು ಹಾಗೂ ನಿಜಕ್ಕೂ ಒಳ್ಳೆಯದಾಗಿತ್ತು. ಇದಕ್ಕಿಂತ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಮೌನವಾಗಿರುವ ಮತ್ತು ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಆತಂಕ ಹೊಂದಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೂ ನಕ್ಕರು ಮತ್ತು ಹೆಚ್ಚು ಆರಾಮಾಗಿದ್ದರು.

ಹಂತ 4ರ ಕೊನೆಯ ಭಾಗ ಕಷ್ಟವೆನಿಸಿತು. ಅದನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು ಕಷ್ಟವಾಗಲಿಲ್ಲ, ಆದರೆ ಅದನ್ನು ಸಂಕ್ಷೇಪವಾಗಿ ಮಾಡುವುದು ಕಷ್ಟವಾಗಿತ್ತು. ನಾವು ಅಂತಿಮವಾಗಿ ಪಡೆದ ವಿವರಗಳು ಪರಿಪೂರ್ಣವಾಗಿರಲಿಲ್ಲ, ಆದರೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮತ್ತು ನಾನು ಅದರ ಬಗ್ಗೆ ತೃಪ್ತಿಹೊಂದಿದ್ದೆವು. ಇದು

ಉತ್ತಮಗೊಳ್ಳಬೇಕಾದರೆ, ನಮಗೆ ನಮ್ಮ ವಿವರಣೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಭ್ಯಾಸದ ಅಗತ್ಯವಿದೆ ಎಂದು ನಾವೆಲ್ಲಾ ಮನಗಂಡೆವು.

$(a + b + c)^2$ ನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಂತೆ ನಾವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸಿದೆವು ಮತ್ತು ವಿವಿಧ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಪದಗಳಿಗೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದೆವು. ಅವರು ಸುಲಭವಾಗಿ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು.

$(a + b)^3$ ಅಥವಾ $(a - b)^3$ ನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ನಿರ್ಧರಿಸಿದೆವು, ಇದನ್ನು ಎರಡು ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾಯಿತು, $(a + b)(a + b)^2 = (a + b)(a^2 + 2ab + b^2)$ ನಂತರ ಇದನ್ನು ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಬರೆದೆವು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದಕ್ಕೆ ನಿಜಕ್ಕೂ ಸಂತೋಷ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿದರು ಮತ್ತು ಆತ್ಮವಿಶ್ವಾಸಿ ತೋರಿದರು. ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಅವನ ನೆನಪಿನ ಶಕ್ತಿ ಕೈಕೊಟ್ಟರೆ, ಅವನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು ಬಿಡಿಸಲು ಬೇರೆ ವಿಧಾನದ ಕುರಿತು ಆಲೋಚಿಸಬಹುದು ಎಂದು ನಿರಾಳನಾದೆ ಎಂದು ಹೇಳಿದ.

ನಿಲ್ಲಿ... ಆಲೋಚಿಸಿ

ಅಧ್ಯಾಯದ ನಂತರ ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದಾದ ಉತ್ತಮ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಯಾವುವೆಂದರೆ:

- ಇದು ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ನಡೆಯಿತು?
- ಎಲ್ಲಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಭಾಗವಹಿಸಿದರೇ? ಅಥವಾ ಯಾವುದಾದರೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಸಮಸ್ಯೆ ಬಿಡಿಸುವಲ್ಲಿ ನಿರತರಾಗದಿದ್ದುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಾ? ಅವರನ್ನು ಮುಂದಿನ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ತೊಡಗಿಸುವಿರಿ?
- ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಯಾವ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯೆ ಅನಿರೀಕ್ಷಿತವಾಗಿತ್ತು? ಏಕೆ?
- ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳುವಿಕೆಯನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಯಾವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದಿರಿ?
- ನೀವು ನೀಡಿದ್ದ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಾದರೂ ಮಾರ್ಪಡಿಸಬೇಕಾಯಿತೇ? ಹಾಗೆ ಆಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ನೀವು ನೀಡುವ ಕಾರಣವೇನು?

4 ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಸುವುದು

ಚಟುವಟಿಕೆ 2 ರಲ್ಲಿ , ನೀವು ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಮಾದರಿ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸುವ ಬಗ್ಗೆ ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಶ್ರಮಿಸಿದ್ದೀರಿ. ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಈಗ ಸೂತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಲೆಕ್ಕಪದ್ಧತಿಗಳನ್ನು(algorithms) ಕಂಠಪಾಠ ಮಾಡುವುದಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ ಬೇರೆ ವಿಧಾನಗಳ ಕುರಿತು ಅರಿವನ್ನು ಪಡೆದಿರುತ್ತಾರೆ.

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಕೇವಲ ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವುದಕ್ಕೆ ಮಾತ್ರವಲ್ಲ. ಇದರೊಂದಿಗೆ (ಪ್ರಾಯಶಃ ಮುಖ್ಯವಾಗಿ) ಅವುಗಳು ಸುಲಭವಾಗಿ ಗುರುತಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದ ರೂಪದಲ್ಲಿದ್ದಾಗಲೂ ಅವುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿದೆ. ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಅದರ ಬೇರೆ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಗಣಿತೋಕ್ತಿಯನ್ನು `ಸೂಚಿಸಲು' ಶಕ್ತರಾಗುವುದು ಕೂಡ ಪ್ರಬಲ ಕೌಶಲವಾಗಿದೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 3 ಇದನ್ನು ಕೇಂದ್ರಿಕರಿಸಿದೆ. ಇದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಮತ್ತು ಕುಶಲತೆಯಿಂದ ಗಣಿತೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ನಿಭಾಯಿಸಲು ಕ್ರಿಯಾಶೀಲರಾಗಿ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನಿರೀಕ್ಷಿಸುತ್ತದೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 3: ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು

ಈ ಚಟುವಟಿಕೆ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಗಣಿತೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಕುಶಲತೆಯಿಂದ ನಿರ್ವಹಿಸುವುದಾಗಿದೆ.

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳು 'ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ'ಕ್ಕೆ ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಿಳಿಸಿ. ಇವುಗಳನ್ನು ಅವರು ತಮ್ಮ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ನೋಡಬಹುದು :

- $5.6^2 - 0.3^2 = 31.27$
- $(x - 3)(x + 5) = x^2 + 2x - 15$
- $118 \times 123 = 14\ 514$
- $25/4x^2 - y^2/9 = (5/2x + y/3)(5/2x - y/3)$

ಪ್ರಕರಣ ಅಧ್ಯಯನ 3: ್ರೀಮತಿ ಅಗರ್‌ವಾಲ್‌ರವರು ಚಟುವಟಿಕೆ 3ರ ಬಳಕೆ ಕುರಿತು ಚಿಂತಿಸುತ್ತಾರೆ

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಅವು ಏನೆಂದು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಮತ್ತೆ ನೋಡಲು ತಿಳಿಸಿದೆ. ಇದಾದ ನಂತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಂತೋಷದಿಂದ ನೀಡಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣದೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದರು. ಮೊದಲ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ, ಅವರು ಸರಿಯಾದ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಗುರುತಿಸಿದರು, ಆದರೆ ಸುಮನ್ ಮತ್ತು ಇತರೆ ಕೆಲವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅದನ್ನು $5.6^2 - 0.3^2 = (5.6^2 - 0.3^2)(5.6^2 + 0.3^2)$ ಎಂದು ಬರೆದರು. ಅವಳು ಮಾಡಿದ್ದ ತಪ್ಪನ್ನು ಇತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಒಳ್ಳೆಯದೆನಿಸಿತು, ಯಾಕೆಂದರೆ ಅವಳ ತಪ್ಪಿನಿಂದ ಇತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೂ ಕಲಿಯಬಹುದೆಂದು ನನ್ನ ಅಭಿಪ್ರಾಯವಾಗಿತ್ತು. ಆದ್ದರಿಂದ, ನಾನು ಅವಳನ್ನು ಬಂದು ಕಪ್ಪುಹಲಗೆಯ ಮೇಲೆ ಬರೆಯಲು ತಿಳಿಸಿದೆ. ತಕ್ಷಣವೇ ರವಿ ಕೇಳಿದ, "ಬೇರೆ ಗುಣಕದಿಂದ ಗುಣಿಸಲಾಗಿದೆಯಾದರೂ, ಒಂದೇ ಗಣಿತೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರಲು ಹೇಗೆ ಸಾಧ್ಯ?" ಸುಮನ್ ತಕ್ಷಣವೇ ಅವಳು ಮಾಡಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಳು ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿನ ಘಾತಗಳನ್ನು ಅಳಿಸಿ, ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರ ಉಳಿಸಿದಳು.

ಎರಡನೆಯದ್ದನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಬಿಡಿಸಿದರು, ಆದರೆ ಮೂರನೆಯದಕ್ಕೆ ಕೆಲವರು ಇದನ್ನು 100+18 ಮತ್ತು 100+23 ಎಂದು ವಿಭಜಿಸಿದರು. ಇದನ್ನು ಸಾಕಷ್ಟು ಸರಳೀಕರಿಸಲಾಗಿದೆಯೇ ಅಥವಾ ಇದನ್ನು ಇನ್ನೂ ಸರಳ ಮಾಡಲು ಯಾವುದಾದರೂ ಬೇರೆ ವಿಧಾನವಿದೆಯೇ ಎಂಬುದರ ಚರ್ಚೆಗೆ ಇದು ದಾರಿ ಮಾಡಿತು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಉತ್ತರ ಪಡೆಯಲು ವಿಭಿನ್ನ ಮಾರ್ಗಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಆಲೋಚಿಸುತ್ತಿರುವುದನ್ನು ನಾನು ಮೆಚ್ಚಿದೆ.

ಕೊನೆಯ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಕೆಲವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು $(5/4x - y/9)(5/4x + y/9)$ ಎಂದು ಬರೆಯಲು ಇಚ್ಛಿಸಿದರು. ಈ ಸಲಹೆಗೆ ಯಾವುದು ಸರಿ ಮತ್ತು ಯಾವುದು ತಪ್ಪು ಎನ್ನುವುದಕ್ಕೆ ಅಲ್ಲಿ ಸಾಕಷ್ಟು ಚರ್ಚೆಯಾಯಿತು. ಆಗ ನಾನು ಅವರಿಗೆ ಅವರ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕ ತೆಗೆಯಲು ಹೇಳಿದೆ, ಆದರೆ 'ಅಭ್ಯಾಸದಲ್ಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು' ಅಲ್ಲ, ಅವರು ಬಳಸಬೇಕಾದ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಗುರುತಿಸಬಲ್ಲರಾ ಎಂದು ನೋಡಲು.

ವಿಡಿಯೋ ಪ್ರಗತಿ ಮತ್ತುನಿವಹಣೆ ಮಾಪನ

ನಿಲ್ಲಿ... ಆಲೋಚಿಸಿ

ಪಾಠದ ನಂತರ ಗಮನಿಸಬಹುದಾದ ಉತ್ತಮ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಹೀಗಿವೆ:

- ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಯಾವ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯೆ ಅನಿರೀಕ್ಷಿತವಾಗಿತ್ತು? ಏಕೆ?
- ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಶೋಧಿಸಲು ಯಾವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದಿರಿ?
- ನೀವು ನೀಡಿದ್ದ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಾದರೂ ಮಾರ್ಪಡಿಸಬೇಕಾಯಿತೇ? ಹಾಗೆ ಆಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ನೀವು ನೀಡುವ ಕಾರಣವೇನು?

5 ಸಾರಾಂಶ

ಈ ಘಟಕವು ಸಂಕೀರ್ಣ ಗಣಿತೋಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಸಹಾಯವಾಗುವಂತೆ ದೃಶ್ಯಗಳ ಚಿತ್ರಣದತ್ತ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸಿದೆ. ಒಮ್ಮೆ ನಿಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಆವರಣಗಳ ವಿಸ್ತರಣೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಿಳಿದರೆ, ಅವರು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಕಂಠಪಾಠಕ್ಕೆ ಅವಲಂಭಿತರಾಗದೆ ತತ್ತಕ್ಷಣವೇ ಅವುಗಳ ಮೇಲೆ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸಲು ಒಂದು ವಿಧಾನವನ್ನು ಹೊಂದುವರು. ಈ ವಿಚಾರಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅವರು ಮಾಡುತ್ತಿರುವುದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಅರ್ಥ ನೀಡಲು ಮತ್ತು ಆ ವಿಚಾರಗಳು ಅವರದೇ ಆಗಿವೆಯೆಂದು ತಿಳಿಯಲು ಅವಕಾಶ ನೀಡುತ್ತವೆ.

“ನಾನು ಇದನ್ನು ಆ ವಿಧಾನಕ್ಕಿಂತ ಈ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದರೆ ಅಥವಾ ಕಡಿಮೆ ಗೊಂದಲಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಗೊಂದಲಮಯ ಮಾಡಿದರೆ ಹೇಗೆ?” ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳುತ್ತಾ, ಇದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ವಿಚಾರಗಳೊಂದಿಗೆ ಆಟವಾಡಲು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಇದು ಕಂಠಪಾಠವನ್ನು ಅಪೇಕ್ಷಿಸುವ ಕೆಲವು ಆತಂಕಗಳಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಬಿಡುವು ನೀಡಿ, ಅವರು ಕಲಿತಿರುವುದನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ನೆನಪಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಲು ಸಹಾಯ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನೆನಪಿನಿಂದ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಅವರು ಗಣಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿರರ್ಗಳವಾಗಿ ಬಿಡಿಸಬಲ್ಲರು. ಆದರೆ, ಅವರು ಕಂಠಪಾಠದ ಬಗ್ಗೆ ಆತಂಕ ಹೊಂದಿರುವುದರಿಂದ, ಅವರು ನಿರರ್ಗಳತೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

ನಿಲ್ಲಿ... ಆಲೋಚಿಸಿ

ಈ ಘಟಕದಲ್ಲಿ ನೀವು ಬಳಸಿರುವ ಹಾಗೂ ಮುಂದೆ ನೀವು ಬೇರೆ ಪಾಠಗಳನ್ನು ಬೋಧಿಸುವಾಗ ಬಳಸಬಹುದಾದ ಮೂರು ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಸಣ್ಣ ಮಾರ್ಪಾಡುಗಳೊಂದಿಗೆ ಈ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ನೀವು ಮುಂದೆ ಬೋಧಿಸಲಿರುವ ಎರಡು ಪಾಠಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ,

ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳು

ಸಂಪನ್ಮೂಲ 1: NCF/NCFTE ಬೋಧನಾ ಅಗತ್ಯತೆಗಳು

ಈ ಘಟಕವು NCF (2005) ಮತ್ತು NCFTE (2009)ರ ಈ ಕೆಳಕಂಡ ಬೋಧನಾ ಅಗತ್ಯತೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿದೆ ಮತ್ತು ನೀವು ಆ ನಿರೀಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಮುಟ್ಟಲು ಸಹಾಯವಾಗುತ್ತದೆ:

- ಗಣಿತವನ್ನು ಸೂತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಯಾಂತ್ರಿಕ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳಿಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನದು ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ನೋಡಲಿ.

- ಜ್ಞಾನ ಸಂರಚನೆಯ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಲು ಮತ್ತು ಕಲಿಕೆಯ ಕಂಠಪಾಠ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬದಲಾವಣೆ ಆಗುವಂತೆ ಮಾಡಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ತಮ್ಮದೇ ಸ್ವಯಂ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಕ್ರಿಯಾಶೀಲರಾಗಿ ಭಾಗವಹಿಸುವವರಂತೆ ಭಾವಿಸಿ, ಬರೀ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಪಡೆಯುವವರಂತೆ ಅಲ್ಲ.
- ಪಠ್ಯಕ್ರಮ, ಪಠ್ಯವಸ್ತು ಮತ್ತು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಅವು `ನೀಡಿರುವುದು' ಮತ್ತು ಪ್ರ ್ನಸದೆ ಒಪ್ಪಿಕೊಳ್ಳುವಂತಹುದು ಎಂದು ಭಾವಿಸದೆ, ಅವುಗಳನ್ನು ವಿಮರ್ಶಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸುವಂತೆ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಲಿ.
- ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಗ್ರಹಿಸಲು, ರಚನೆಗಳನ್ನು ನೋಡಲು, ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಾರಣೀಕರಿಸಲು, ಹೇಳಿಕೆಗಳ ಸತ್ಯತೆ ಅಥವಾ ಅಸತ್ಯತೆಗಳನ್ನು ವಾದಿಸಲು ಅಮೂರ್ತತೆಯನ್ನು ಬಳಸಲಿ.

ಪದಕೋಶ (Glossary)

- ದೃಶ್ಯೀಕರಣ - visualisation
- ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು - identities
- ಪದಾಂಧತೆ - dyslexia
- ಕಂಠ ಪಾಠ - memorization
- ದೃಶ್ಯ ಆಲೋಚನೆ - Visual thinking
- ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೋಷ್ಟಕ - multiplication table
- ಅಮೂರ್ತ ಚಿತ್ರಣಗಳು - abstract representations
- ವಿಭಾಜಕ ನಿಯಮ - distributive property
- ದೃಷ್ಟಾಂತದೊಂದಿಗೆ ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸುವುದು - illistrate
- ವಿನ್ಯಾಸಗಳು - patterns
- ಲೆಕ್ಕ ಪದ್ಧತಿಗಳು - algorithms
-

Additional resources

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics
- Class X maths study material: http://www.zietmysore.org/stud_mats/X/maths.pdf
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: https://www.ncetm.org.uk/
- National STEM Centre: http://www.nationalstemcentre.org.uk/
- OpenLearn: http://www.open.edu/openlearn/
- BBC Bitesize: http://www.bbc.co.uk/bitesize/
- Khan Academy's math section: https://www.khanacademy.org/math
- NRICH: http://nrich.maths.org/frontpage
- Mathcelebration: http://www.mathcelebration.com/
- Art of Problem Solving's resources page: http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php
- Teachnology: http://www.teach-nology.com/worksheets/math/
- Maths is Fun: http://www.mathsisfun.com/
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching

mathematics and for teacher training of mathematics: http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm

- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 3 ('Numbers (II)'): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremjifoundation.org/Foundation_Publications
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including the *Teachers Manual for Formative Assessment – Mathematics (Class IX)*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': http://cbse.nic.in/welcome.htm
- Karnataka State's Mathematics Textbooks – VIII, IX and X standard.

References/bibliography

De Morgan, A. (1865) 'A speech of Professor De Morgan, President, at the first meeting of the London Mathematical Society', *Proceedings of the London Mathematical Society, Vol.1* (1866), pp. 1–9.

Dörfler, W. (1991) 'Meaning: image schemata and protocols – plenary lecture', in Furinghetti, F. (ed.)
Proceedings of PME XV, Vol. I, pp. 95–126.

Marton, F. and Booth, S. (1997) *Learning and Awareness*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework* (NCF). New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education* (NCFTE). New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2012a) *Mathematics Textbook for Class IX*. New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2012b) *Mathematics Textbook for Class X*. New Delhi: NCERT.

Skemp, R. (1976) 'Relational understanding and instrumental understanding', *Mathematics Teaching*, vol. 77, pp. 20–26.

Van Hiele, P. (1986) *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Orlando, FL: Academic Press.

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

Acknowledgements

This content is made available under a Creative Commons Attribution-ShareAlike licence (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/), unless identified otherwise. The licence excludes

the use of the TESS-India, OU and UKAID logos, which may only be used unadapted within the TESS-India project.

Every effort has been made to contact copyright owners. If any have been inadvertently overlooked the publishers will be pleased to make the necessary arrangements at the first opportunity.

Video (including video stills): thanks are extended to the teacher educators, headteachers, teachers and students across India who worked with The Open University in the productions.