

वास्तविक जीवन के संदर्भों का औपचारिक भाग विधि में उपयोग



भारत में विद्यालय आधारित
समर्थन के माध्यम से शिक्षक
शिक्षा

www.TESS-India.edu.in



<http://creativecommons.org/licenses/>



संदेश



शिक्षकों को बाल केंद्रित कक्षा अभ्यास की ओर उन्मुख करने तथा शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्देश्यों को सम्मुख रखते हुए TESS-India राष्ट्रीय स्तर पर कार्यरत है। इस दिशा में TESS-India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) का विकास किया गया है। ये संसाधन शिक्षकों तथा शिक्षक-प्रशिक्षकों के वृत्ति विकास (Professional development) में लाभकारी एवं उपयोगी सिद्ध होंगे। राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के नेतृत्व में इन संसाधनों का स्थानीयकृत किया गया है, जिसके अन्तर्गत इनके उद्देश्य के मूल को बरकरार रखते हुए इनमें स्थानीय, भाषा, बोली, प्रथाओं, संस्कृतियों तथा नियमों को सम्मिलित किया गया है। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता एवं सुगमता पूर्वक किया जा सकता है।

राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के मार्गदर्शन में TESS-India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) नेट पर आप सभी के लिए सुलभ उपलब्ध है।

शुभकामनाओं सहित।

(डॉ० मुरली मनोहर सिंह)

निदेशक

एस०सी०ई०आर०टी०, बिहार

समीक्षा एवं दिशाबोध
डॉ. मुरली मनोहर सिंह, निदेशक राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. सैयद अब्दुल मोईन, विभागाध्यक्ष, अध्यापक शिक्षा विभाग, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. कासिम खुशीद, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्
डॉ. इम्तियाज आलम, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. स्नेहाशीष दास राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. अर्चना, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. रीता राय, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
श्री तेज नारायण प्रसाद, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार

स्थानीयकरण
भाषा और शिक्षा
डॉ. ज्ञानदेव मणि त्रिपाठी, प्राचार्य, मैत्रेय कॉलेज ऑफ एडुकेशन एण्ड मैनेजमेंट, हाजीपुर, वैशाली
श्री सुमन सिंह, प्रखंड साधनसेवी, भगवानपुर हाट, सिवान
श्री कात्यायान कुमार त्रिपाठी, प्राथमिक विद्यालय चैलीटाल, पटना
श्री कृत प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, हिलसा, नालंदा
प्राथमिक अंग्रेजी
श्री अरशद रजा, सहायक शिक्षक, प्राथमिक विद्यालय, पचासा रहुई, नालंदा
श्री संतोष सुमन, सहायक शिक्षक, बालिका उच्च विद्यालय, महुआबाग
श्री शशि भूषण पाण्डेय, सहायक शिक्षक, उत्क्रमित मध्य विद्यालय, मुकुन्दपुर, नालंदा
श्रीमती रचना त्रिवेदी, शिक्षिका, नोट्रेडेम अकादमी, पटना
माध्यमिक अंग्रेजी
श्री मणिशंकर, प्रधानाध्यापक, तारामणी भगवानसाव उच्च माध्यमिक विद्यालय, कोइलवर, भोजपुर
डॉ. ब्रजेश कुमार, शिक्षक, पी. एन. एंग्लो संस्कृत माध्यमिक विद्यालय, नया टोला, पटना
प्राथमिक गणित
श्री कृष्ण कान्त ठाकुर
श्री दिलीप कुमार, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, बुलनी हैदरपुर, नालंदा
श्री गोविन्द प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, चनपटिया, पश्चिमी चम्पारण
माध्यमिक गणित
डॉ. राकेश कुमार, भागलपुर डायट
श्री रिजवान रिजवी, उत्क्रमित मध्य विद्यालय, सिलौटा चाँद, कैमूर
श्री इन्द्रभूषण कुमार, शिक्षक, सहयोगी माध्यमिक विद्यालय, हाजीपुर, वैशाली
प्राथमिक विज्ञान
श्री मनोज त्रिपाठी, प्रखंड साधनसेवी, बरहारा, भोजपुर
श्री शशिकान्त शर्मा, प्रखंड साधनसेवी, आरा, भोजपुर
श्री रणबीर सिंह, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, आदर्श आवासीय मध्य विद्यालय शिक्षक संघ, सहरसा
माध्यमिक विज्ञान
श्री जी.वी.एस.आर प्रसाद
श्री मुकुल कुमार, शिक्षक, सहायक शिक्षक, गोरखनाथ सूर्यदेव माध्यमिक विद्यालय, राजापाकर वैशाली

TESS-India (Teacher Education Through School Based Support)) का लक्ष्य है भारत में मुक्त शैक्षिक संसाधनों के द्वारा प्राथमिक और माध्यमिक स्तरों पर शिक्षकों के कक्षा अभ्यासों को बेहतर करना। ये संसाधन शिक्षकों के छात्र-छात्रा-केन्द्रित, भागीदारी दृष्टिकोण को विकसित करने में सहायता करेंगे।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन (**Open Education Resources – OERs**) शिक्षकों को विद्यालय की पाठ्यपुस्तक के लिए सहायक पुस्तिका प्रदान करते हैं। ये संसाधन शिक्षकों के लिए गतिविधियाँ प्रदान करते हैं जो वे कक्षा में अपने छात्र-छात्रों के साथ कर सकते हैं। साथ ही इनमें केस स्टडी भी हैं जो ये दर्शाते हैं कि किस प्रकार दूसरे शिक्षकों ने उस विषय को सिखाया है। संबंधित संसाधन शिक्षकों को सीखने की योजना बनाने में और विषय पर ज्ञान वर्धन करने में उनकी सहायता करते हैं।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल हैं। ये भारतीय तथा अंतर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार किये गये हैं और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट उपयोग के लिए उपलब्ध है (<http://www.tess-india.edu.in>) / मुक्त शैक्षिक संसाधन अनेकों संस्करणों में उपलब्ध हैं जो प्रत्येक राज्य के लिए उपयुक्त है जहाँ TESS India कार्यरत है। उपयोगकर्ता इन संसाधनों को अनुकूल और स्थानीयकृत करने के लिए स्वतंत्र हैं ताकि ये स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को पूरा कर सकें।

TESS-India मुक्त विश्वविद्यालय, ब्रिटेन के नेतृत्व में तथा ब्रिटेन की सरकार द्वारा वित्त-पोषित है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई की कुछ गतिविधियों के साथ निम्न प्रतीक का उपयोग किया गया है:  . इससे संकेत मिलता है कि निर्दिष्ट अध्यापन संबंधी थीम के लिए **TESS-India** वीडियो संसाधनों को देखना आपके लिए उपयोगी होगा।

TESS-India वीडियो संसाधन भारत में अनेक प्रकार की कक्षाओं के संदर्भ में मुख्य अध्यापन तकनीकों का वर्णन करते हैं। हमें आशा है कि वे आपको इसी प्रकार के अभ्यासों के साथ प्रयोग करने के लिए प्रेरित करेंगे। उनका उद्देश्य पाठ (टेक्स्ट) पर आधारित इकाइयों के माध्यम से काम करने के आपके अनुभव का पूरक होना और उसे बढ़ाना है।

TESS-India वीडियो संसाधनों को ऑनलाइन देखा या **TESS-India** की वेबसाइट, <http://www.tess-india.edu.in/> से डाउनलोड किया जा सकता है। वैकल्पिक रूप से, आप ये वीडियो सीडी या मेमोरी कार्ड के माध्यम से भी देख सकते हैं।

संस्करण 2.0 EM08v1

Bihar

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है। <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>

TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है

इस अंक में आप अपने छात्र-छात्राओं को उनके परिचित संदर्भों के माध्यम से भाग विधि के बारे में सिखाने का तरीका जानेंगे। आप इस बात पर भी ध्यान देंगे कि छात्र-छात्रा किसी मूर्त सोच की बजाय उसका वास्तविक अर्थ बताते हुए किस प्रकार भाग विधि व्यक्त कर सकते हैं।

इन गतिविधियों के माध्यम से आप अपने छात्र-छात्राओं द्वारा जटिल विचारों को समझने तथा कार्य बांटने के लिए एक साथ काम करने की योग्यता को विकसित करने के बारे में सोच पाएँगे ताकि अधिक विचारों के बारे में सोचा और अधिक जुड़ावों के बारे में समझा जा सके। आप छात्र-छात्राओं के लिए इस बात को दृष्टिगोचर बनाने के बारे में भी सोच पाएँगे कि जो कुछ भी चल रहा है, उसके माध्यम से वे गणितीय विचारों को बेहतर नियंत्रण के साथ कर पाने में सक्षम होंगे।

आप इस इकाई में सीख सकते हैं

- भाग विधि के पीछे गणितीय विचारों को समझने में आपके छात्र-छात्राओं की मदद किस प्रकार करें।
- गणित की कक्षा में समूह कार्य का उपयोग करने के लिए कुछ सुझाव।
- गणितीय विचार और वास्तविक जीवन के बीच संबंध को समझने में आपके छात्र-छात्राओं की मदद के लिए कुछ विचार।

इस इकाई का संबंध NCF (2005) और NCFTE (2009) की दर्शाई गई सीखने-सिखाने की प्रक्रिया संबंधी आवश्यकताओं से है। संसाधन 1।

1 औपचारिक भाग विधि

नीचे दी गई औपचारिक भाग विधि, भाग का बहुत ही स्पष्ट और औपचारिक रूप से वर्णन करती है:

किसी भी सटीक सकारात्मक पूर्ण संख्या d (भाजक) और पूर्ण संख्या a में अद्वितीय पूर्ण संख्याएँ q (भागफल) और r (शेषफल) होती हैं

$$a = qd + r$$

और

$$0 < r < d$$

एक पूर्ण संख्या जो कि 0 से बड़ी हो, वह एक सटीक सकारात्मक पूर्ण संख्या होती है।

दो स्थितियाँ $a = qd + r$ और $0 < r < d$ के अनुसार दिया गया भाग का वर्णन संक्रियात्मक है। इसका मतलब है कि ये दो स्थितियाँ परीक्षण का एक बहुत ही स्पष्ट तरीका बताती हैं, जिसमें पहली संख्या (a) दूसरी संख्या (d) से विभाजित होती है, जिसमें q भागफल और r एक शेषफल होता है।

हालाँकि, ये दोनों स्थितियाँ प्रक्रियात्मक नहीं हैं, जिसका मतलब है कि ये वास्तव में भागफल और शेषफल का पता लगाने के लिए कोई विधि प्रदान नहीं करती हैं (लेडी, 2000)। यह जानते हुए कि 45 किसी ऐसी संख्या के बराबर है जो छः से गुणा करने पर आती है, साथ ही कोई अन्य संख्या, आपको स्वयं वह कार्यविधियाँ नहीं बताती हैं जिससे आप उन संख्याओं का पता लगा सकें।

औपचारिक भाग विधि मुख्यतः उन संख्याओं को ढूँढने का अध्ययन है जिसमें आपको संख्या a की सबसे निकटतम संख्या प्राप्त करने के लिए उसे भागफल से गुणा करना होता है। यह ध्यान देने वाली बात है, क्योंकि साझा करना किसी छात्र-छात्रा द्वारा भाग को समझने की एक उपयुक्त संकल्पना है (उदाहरण, अगर मैं 45 मिठाइयों को 6 बच्चों में बराबर-बराबर बाँट दूँ, तो उन्हें कितनी मिठाइयाँ मिलेंगी? कितनी मिठाइयाँ बच गई है $a?$), या समूहीकरण (उदाहरण, कुल 45 बच्चों की संख्या पूर्ण करने

के लिए 6 बच्चों के कितने समूह होने चाहिए? कितनी मिठाइयाँ बच गई हैं?), उसके बाद उन्हें औपचारिक कलन विधि की समस्या हल करने की समझ आ जाएगी।

अपने छात्र-छात्राओं को प्रोत्साहित करना आवश्यक है ताकि वे भाग को गहराई से समझ पाएँ, और अगर वे इस सोच के पीछे के विचार के अर्थ को समझते हैं, तो उन्हें भाग विधि और अच्छे से समझ आ जाएगी।



ज़रा सोचिए

- इस बारे में सोचें कि आपने भाग को पहले कैसे पढ़ाया था। आप सामान्य रूप से भाग के बारे में कैसे बात करते हैं?
- उदाहरण के लिए, अगर आपके किसी छात्र-छात्रा को $24 \div 6$ हल करने में समस्या आ रही है, तो आपके दिमाग में पहली चीज़ क्या आती है? क्या ये गुणन का उलट है ('छः की तालिका के बारे में सोचें – कितने छः मिलकर 24 बनते हैं?'), समूहीकरण ('छः के कितने समूह मिलकर 24 बन सकते हैं?') या कुछ और?
- क्या आपने अपने छात्र-छात्राओं से इस बारे में बात की है कि भाग के बारे में इन विभिन्न सिद्धांतों में क्या समान और क्या अलग है? ये विभिन्न सिद्धांत आपके छात्र-छात्राओं को किस प्रकार भ्रमित कर सकते हैं?

2 यह देखने में सक्षम होना कि भाग में क्या हो रहा है

छात्र-छात्राओं के लिए भाग का सिद्धांत समझ पाना आंशिक रूप से कठिन हो सकता है, क्योंकि इसे समझने के कई सिद्धांत दिए गए हैं। जब आपको इस प्रकार की समस्या आए, जैसे कि '42 भाग 6', तो आप इसे ऐसे पढ़ सकते हैं:

- '42 में कितने 6 आते हैं?'
- '42 बनाने के लिए 6 के कितने समूह बन सकते हैं?'
- 'इनमें से कितने प्रत्येक छः समूहों में आ सकते हैं?'
- '42 का एक-छठा हिस्सा क्या होगा?'

हालाँकि, उत्तर हमेशा 7 होगा, लेकिन इस उत्तर तक पहुँचने के लिए कई अलग-अलग तरीके होंगे, जिससे कुछ छात्र-छात्रा भ्रमित हो सकते हैं।

छात्र-छात्राओं की यह समझने में मदद करना कि भाग के बारे में सोचने के एक से अधिक तरीके हैं और हर दिन बोली जाने वाली भाषा की संभावित अस्पष्टता के बारे में सचेत रहने से उनके गणितीय विकास होगा। छात्र-छात्राओं को विभाजन देने से संबंधित सभी कार्यों, जैसे कि '42 को 6 से विभाजित करें', का निर्देश देने वाली प्रत्येक समस्याओं के मतलब के बारे में बहुत ध्यानपूर्वक विचार करने की शिक्षा देना महत्वपूर्ण है।

यह कल्पना करने में सक्षम होना कि क्या हो रहा है, भाग विधि को समझने के लिए एक महत्वपूर्ण चरण है। निम्न गतिविधि में आप छात्र-छात्राओं से सरल ज्ञान का उपयोग करके भाग करने और भागफल तथा शेषफल ढूँढने के लिए कह सकते हैं। छात्र-छात्राओं द्वारा इस गतिविधि में समझी गई बातों के आधार पर आप आगे की गतिविधियाँ तैयार कर सकते हैं ताकि भाग विधि के बारे में अधिक गहराई से समझा जा सके।

इस अंक में अपने छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने से पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह या आंशिक रूप से स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा यदि आप इसका प्रयास अपने किसी सहकर्मी के साथ करें क्योंकि जब आप अनुभव पर विचार करेंगे तो आपको मदद मिलेगी। स्वयं प्रयास करने से आपको किसी

शिक्षा ग्रहण करने वाले व्यक्ति के अनुभव का ज्ञान होगा, जो आपके शिक्षण और एक शिक्षक के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित करेगा।

गतिविधि 1: लंबाइयों का भाग

तैयारी

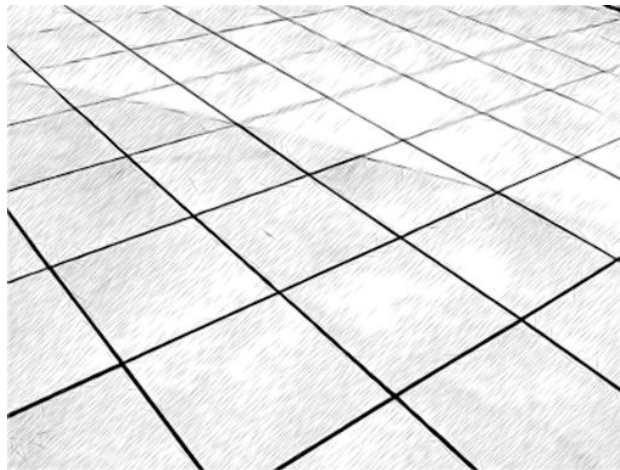
यह गतिविधि छात्र-छात्राओं की भाग की गणितीय समझ को चुनौती देने के लिए तैयार की गई है। अगर आपके छात्र-छात्रा की आयु कम है या भाग का कम अनुभव है, तो सरल संख्याओं का उपयोग करें – महत्वपूर्ण है उनके द्वारा मन में बनने वाला चित्र और उनकी सोच।

यह गतिविधि ठीक ढंग से चार से छः छात्र-छात्राओं के समूहों में की जा सकती है। इस गतिविधि के लिए स्वयं को तैयार करने हेतु हो सकता है कि आप संसाधन 2, 'समूहकार्य का उपयोग करना' देखना चाहें।

गतिविधि

अपने छात्र-छात्राओं को निम्न बताएँ:

रजनी को अपने बेडरूम में नया फर्श टाइलें लगवाना है (चित्र 1)। बेडरूम के फर्श की लंबाई 5,273 मिमी और चौड़ाई 4,023 मिमी है।



चित्र 1 रजनी के बेडरूम फ्लोर के लिए टाइलें।

उसने कैटलॉग देखा और टाइलों के दो डिज़ाइन छॉट लिए:

- लाल टाइल
- हरा टाइल

लाल टाइल की लंबाई 600 वर्ग मिमी है और हरा टाइल की लंबाई वर्ग 450 मिमी है।

- रजनी के बेडरूम फ्लोर का आकार कैसा होगा?
- अपनी कॉपी में रजनी के बेडरूम फर्श का चित्र बनाएँ। आरंभ करने से पहले, इस बारे में सोचें: आप कॉपी में 5273 मिमी की लंबाई और 4023 मिमी की चौड़ाई वाला आयत नहीं बना सकते हैं। आप रजनी के बेडरूम फर्श को दर्शाने वाला एक आयत कैसे बनाएँगे? समूह में चर्चा करें।
- (शिक्षक के लिए नोट: अगर आपकी कक्षा के छात्र-छात्रा कम आयु के हैं या उन्होंने अभी तक मापन करना नहीं सीखा है, तो इस प्रश्न को छोड़कर अगला प्रश्न पूछें)। अब:

- जितना सटीक हो सके उतना रजनी के बेडरूम फ्लोर का अलग अलग पैमाने का उपयोग करके तीन अलग अलग आकार के चित्र बनाएँ। (अगर अलग अलग पैमानों का उपयोग करने से गतिविधि बहुत कठिन हो रही है, तो केवल एक पैमाने का उपयोग करें।) चित्र के सामने उपयोग किए गए पैमाने को दर्ज करना याद रखें। तीनों चित्रों के बीच अंतर बताएँ।
- प्रत्येक तीन चित्रों में, फ्लोर के चित्र को पिक स्पैरो टाइलों और रोज़वुड मैट टाइलों से भर दें।
- क्या अलग अलग आकारों वाले चित्र को भरने के लिए उपयोग की गई टाइलें समान हैं? क्यों?
- रजनी हर तरह की टाइल से फ्लोर को कवर करने के लिए टाइलों की कितनी पंक्तियों का उपयोग करेगी? क्या ये पंक्तियाँ संपूर्ण फर्श को कवर करेंगी? क्यों या क्यों नहीं?
- रजनी हर तरह की टाइल से फ्लोर को कवर करने के लिए टाइलों के कितने स्तंभ का उपयोग करेगी? क्या ये स्तंभ संपूर्ण फर्श को कवर करेंगे? क्यों या क्यों नहीं?

नोट: यहाँ शिक्षक को इस बात का ध्यान रखना होगा कि बच्चे अपनी कॉपी के पेज को फर्श के आकार के रूप में समझें और टाइल के रूप में तदनुसार पन्ने के टुकड़ों से ढकने के प्रक्रम कर समझ बनाएँ। उसके लिए शिक्षक पहले श्यामपट्ट पर यह गतिविधि समझा सकते हैं।



वीडियो: समूहकार्य का उपयोग करना

केस स्टडी 1: श्रीमती सुशीला, गतिविधि 1 के उपयोग का अनुभव बताती हैं

यह एक शिक्षिका की कहानी है जिसने अपने प्राथमिक कक्षा के छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधि 1 का प्रयास किया।

मैंने इस गतिविधि को एक कक्षा में आजमाया जिन्हें भाग विधि में समस्या हो रही थी। ऐसा लगा कि उस दौरान मानो उन्हें यह बात समझ नहीं आई, कि वाकई मैं इसका क्या मतलब था, जब वे दो संख्याओं को विभाजित कर रहे थे।

मैंने इस गतिविधि के लिए संख्याओं को कम करके तीन-अंकीय और दो-अंकीय संख्याएँ कर दी, ताकि वे अधिक आसानी से गणित कर सकें, क्योंकि मैं चाहता था कि वे जो कर रहे हैं, उसके बारे में विचार करें और उसकी कल्पना करें। मुझे लगा कि उनमें से कुछ को कागज़ पर रूप प्रस्तुत करते समय समस्या होगी, इसलिए मैंने उनके एटलस की मदद से उनके साथ कुछ अभ्यास किए, जिनमें मैंने पाया कि लंबी दूरियों को प्रस्तुत करने के लिए, पैमानों का उपयोग कैसे किया गया था। इसके बाद, जब मैंने वास्तव में ये गतिविधि की, तब उनमें से अधिकांश लोगों को इसका तरीका आ गया और वो तीन बेडरूम के फर्श के चित्रों को आरेखित कर पाए।

अरुण ये जानना चाहता था कि 'तीन आकारों' से मेरा मतलब क्या था। नूरी ने उसके सवाल का जवाब यह कहकर दिया कि हो सकता है कि हम अलग अलग आकार के पैमानों का इस्तेमाल कर सकते थे। मैंने उनको वर्गाकार कागज़ के पत्रक दे दिए और वे सभी अपने आरेखण में व्यस्त हो गए। इसमें कुछ समय लग रहा था, इसलिए मैंने उन्हें एक समय सीमा प्रदान किया और कहा कि उन्हें अपने समूह में विभिन्न छात्र-छात्राओं को विभिन्न आकार आवंटित करने चाहिए।

जब उन लोगों ने बेडरूम के अपने आरेखण संपन्न कर लिए, तो मैंने उनसे कहा कि क्या वे कॉपी बना सकते हैं, ताकि इस समूह के प्रत्येक छात्र-छात्रा के पास टाइल लेआउट बनाने हेतु उपयोग करने के लिए एक कॉपी मौजूद रहे। फिर मैंने उन्हें फर्श को या तो लाल टाइलों से या हरा टाइलों से ढकने के लिए कहा।

मुझे निम्न प्रश्न पूछना याद था: ‘पैमाने भिन्न होने के बावजूद टाइलों की संख्या समान क्यों है?’ पहली बार तो वे सुनिश्चित नहीं थे कि कैसे उत्तर दिया जाए लेकिन आखिरकार किसी ने कहा ‘क्योंकि यह समान रूम है’ और दूसरे ने कहा ‘हमें इस पैमाने का उपयोग टाइलों के लिए भी करना पड़ा।’ मैं इन उत्तरों से खुश थी, क्योंकि उन्हें जो कहा गया था उसे न केवल यांत्रिक तौर पर कर रहे थे बल्कि वे इस पर भी ध्यान दे रहे थे कि गणित का मतलब क्या होता है।

उसके बाद हमने संपूर्ण कक्षा के योगदानों के साथ अंतिम दो प्रश्नों पर चर्चा की। वे इस समय ‘क्यों?’ प्रश्नों का उत्तर बहुत जल्दी-जल्दी दे रहे थे और मैं यह देख कर उनकी मदद करने में सक्षम था कि वे स्थान को विभाजित कर रहे थे और भाग की गतिविधि कर रहे थे, जिनके कारण उन्हें काफी मदद मिली। उस शेष का यहाँ भी कुछ मतलब था – ‘थोड़ा सा छूटा हुआ’ जिसके लिए आपको किसी टाइल को भरने के लिए काटना होता, जो उनके लिए एक वास्तविक अवधारणा थी।

अपने शिक्षण अभ्यास के बारे में सोचना

अपनी कक्षा के साथ ऐसा कोई अभ्यास करने पर बाद यह सोचें कि क्या ठीक रहा और कहाँ गड़बड़ी हुई। ऐसे सवाल सोचें जो छात्र-छात्राओं की रुचि बढ़ाए और जिसमें वे आगे बढ़ने में सक्षम हों, और जिनका स्पष्टीकरण करने की आवश्यकता हो। ऐसे चिंतन से ऐसी सोच बन जाती है, जिसकी मदद से आप छात्र-छात्राओं के मन में गणित के प्रति रुचि जगा सकते हैं और उसे मनोरंजक बना सकते हैं। यदि छात्र-छात्रा कुछ भी समझ नहीं पाते हैं तथा कुछ भी नहीं कर पाते हैं, तो वे शामिल होना नहीं चाहेंगे। जब भी आप गतिविधियाँ करें, इस विचार करने वाले अभ्यास का उपयोग करें, जैसे श्रीमती कपूर ने कुछ छोटी-छोटी चीजों की जिनसे काफी फर्क पड़ा।



ज़रा सोचिए

निम्न सोच को बढ़ावा देने वाले अच्छे प्रश्न हैं:

- आपकी कक्षा में इसका प्रदर्शन कैसा रहा?
- छात्र-छात्राओं से किस प्रकार की प्रतिक्रिया अनपेक्षित थी? क्यों?
- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या किसी भी समय आपको ऐसा लगा कि हस्तक्षेप करना चाहिए?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- आपके छात्र-छात्राओं को गणितीय अवधारणाओं की कितनी अच्छी समझ थी?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे आपका क्या कारण था?

3 संबंध स्थापित करना

यह पहली गतिविधि दर्शाती है कि रोज़मर्रा की गणनाओं के लिए भाग का कितना महत्व होता है और भाग विधि का उस संदर्भ में उपयोग करके, जिससे छात्र-छात्रा परिचित हों, उसे कैसे अधिक समझने योग्य बनाया जा सकता है। गणित में, अधिकांश विषयों का महत्वपूर्ण भाग होता है। वास्तव में, अनुपातिकता की बड़ी अवधारणा, जो कि भिन्नों और अनुपात को संयुक्त बनाती है, भाग के प्रति छात्र-छात्राओं की समझ पर निर्भर करती है।

उदाहरण के लिए, किसी केक का अनुपातिक भाग वह हिस्सा होता है, जो प्रत्येक व्यक्ति को कम से कम एक भाग देता है, जिसे ‘अनुपातिक हिस्सा’ कहा जा सकता है।

अगली गतिविधि उन छात्र-छात्राओं को भाग के प्रति अपने विचारों को विकसित करने में मदद करने के लिए, गतिविधि 1 के सन्दर्भ को विस्तृत करने के लिए प्रारंभ की जाती है।

गतिविधि 2: एक शेष का मतलब

अपने छात्र-छात्राओं को बताएँ।

एक बॉक्स में चार टाइलें हैं। रजनी को फर्श ढकने करने के लिए खरीदे जाने वाले आवश्यक टाइलों के बॉक्स की संख्या की गणना करनी होगी।

- आपके द्वारा गतिविधि 1 में आरेखित किए आरेख से उस आयत के कुल क्षेत्रफल की गणना करें, जो उस फर्श को दर्शाता है। यह क्षेत्रफल वास्तविक बेडरूम के कुल क्षेत्रफल से कैसे संबंधित है?
- प्रत्येक प्रकार की एक टाइल से ढका गया क्षेत्रफल कितना है?
- अगर रजनी प्रत्येक प्रकार की टाइलों का एक बॉक्स खरीदती है, तो कुल क्षेत्रफल कितना होगा, जिसे ढका जा सकता है?
- रजनी को कुल कितने बॉक्स की आवश्यकता होगी?
- क्या रजनी अपने द्वारा खरीदी गई सभी टाइलों का पूरी तरह से उपयोग करने में सक्षम होगी? कितनी टाइलों का उपयोग नहीं किया जाएगा? क्या यह शेष टाइल के दोनों डिज़ाइनों, पिंक स्पैरो और रोज़वुड मैट के लिए समान रहेगा?

केस स्टडी 2: श्रीमती नूरजहाँ गतिविधि 2 के उपयोग का अनुभव बताती हैं

इसे अगले दिन, गतिविधि 1 करने के बाद किया गया था। जब हमने गतिविधि 1 की तब मैंने उन छात्र-छात्राओं द्वारा बनाए गए आरेखों को एकत्रित किया, ताकि उन छात्र-छात्राओं को उन्हें दोबारा आरेखित न करना पड़े। जिन आरेखों पर उन्होंने कल काम किया था, मैंने उन आरेखों को उन समूहों में वापस वितरित कर दिया। उसके बाद मैंने उनसे इस गतिविधि के प्रश्नों पर काम करने के लिए कहा।

मैंने उन समूहों को याद दिलाया कि उन्हें उन प्रश्नों का उत्तर देने के लिए तैयार रहना होगा, जिन्हें मैं ब्लैकबोर्ड पर लिखूंगा, इसलिए उनमें से सभी को इस बात की समझ होनी चाहिए, कि वह समूह क्या कर रहा है और सभी गणनाओं को एक या दो छात्र-छात्राओं पर ही नहीं छोड़ना चाहिए और यह जानना अधिक महत्वपूर्ण है उन्होंने उन गणनाओं को क्यों किया, जो उनके पास मौजूद थीं।

बेशक, उन सभी ने कल से अपने आरेखों को सावधानी से (या उतनी सावधानी से नहीं) आरेखित किया है, जिनमें टाइलों के सभी लेआउट को दर्शाया गया है। अधिकांश समूहों ने इस संबंध में चर्चा प्रारंभ कर दी कि क्या उन्हें केवल उन टाइलों की गणना करनी चाहिए, जो उनके आरेखों पर आरेखित हैं। उनमें से कुछ ने गणना की और फिर भाग किया तथा दोनों ने अपने-अपने उत्तरों को सत्यापित किया, जिसमें यह दर्शाया गया कि उन लोगों ने वास्तव में इन संबंधों को समझना प्रारंभ कर दिया था। लेकिन सभी ने एक ही विधि से इसका प्रयास नहीं किया।

यह इस बारे में एक दिलचस्प चर्चा थी कि दोनों मामलों में शेष अलग-अलग कैसे था और ऐसा क्यों था। मुझे यह भी अच्छा लगा कि संपूर्ण-कक्षा की चर्चा के दौरान कैसे छात्र-छात्राओं ने 'क्या शेष है' को शब्द 'शेष' से कैसे लिंक किया और मैंने यह देखा कि कुछ सामूहिक चर्चाओं में उन लोगों ने वर्णन करने के लिए, 'क्या छूट गया है' और 'छूटा हुआ' जैसे शब्दों का भी उपयोग किया।



जरा सोचिए

- छात्र-छात्राओं से किस प्रकार की प्रतिक्रिया की अपेक्षा नहीं थी? ये जवाब आपको शेष के मतलब की आपकी समझ के बारे में क्या बताते हैं?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे आपका क्या कारण था?

4 भाग विधि दोबारा

अगली गतिविधि औपचारिक भाग विधि पर वापस ले जाती है। छात्र-छात्राओं से यह पूछना निर्धारित किया गया है कि वे खुद से भाग विधि को सूत्रबद्ध करना प्रारंभ करें।

गतिविधि 1 और 2 में छात्र-छात्राओं से यह कल्पना करने के लिए कहा गया है कि जब वे भाग का उपयोग करते हैं तो क्या होता है और शेष के बारे में चर्चा प्रारंभ करने के लिए भी कहा गया है। गतिविधि 3 इन विचारों को ऐसी गणितीय भाषा में औपचारिक बनाने की प्रक्रिया को शुरू करती है, जिसे गणितीय पाठ्यपुस्तकों में प्राप्त किया जा सकता है। यह गतिविधि उस प्रक्रिया (गतिविधि 4 में जारी रहती है) को भी प्रारंभ करती है, जिसमें छात्र-छात्राओं से गणितज्ञों की तरह ही गणित लिखने के लिए कहा जाता है।

गतिविधि 3: भाग विधि

अपने छात्र-छात्राओं को बताएँ:

अंततः रजनी अपने फर्श के लिए लाल टाइलों का उपयोग करने का निर्णय लेती है।

- उस फर्श की लंबाई के साथ-साथ कितनी पूर्ण टाइलों का उपयोग किया जाएगा? इन टाइलों द्वारा ढकी की गई कुल लंबाई कितनी है? लंबाई के साथ-साथ अधिकतम संख्या में टाइलों को रखने के बाद उस फर्श की वह लंबाई कितनी है, जो टाइलों द्वारा कवर नहीं हो पाती है?
- मान लेते हैं कि q = रूम की लंबाई के साथ-साथ उपयोग की गई पूर्ण टाइलों की संख्या।
- मान लेते हैं कि r = रूम की वह लंबाई, जो की लंबाई के साथ-साथ अधिकतम संख्या में टाइलों को रखने के बाद उन टाइलों द्वारा नहीं ढक पाती है।
- इनके बीच मौजूद संबंध को लिखें: रूम की लंबाई, एक टाइल की लंबाई, q और r ।
- फर्श की चौड़ाई का उपयोग करते हुए, पहले चरण को दोहराएँ।



वीडियो: प्रगति और कार्यप्रदर्शन का आकलन करना

केस स्टडी 3: गतिविधि 3 के उपयोग का अनुभव श्रीमती सुशीला बताती हैं

इन छात्र-छात्राओं ने पहले दो गतिविधियाँ की हुई हैं, जिनमें उन्होंने यह देखा कि इन टाइलों को लंबाई के अनुसार उस फर्श को पूरी तरह से ढका जा सकता है, सिवाय एक छोटी सी जगह को छोड़कर, इसलिए वे यह बता सकते हैं कि इन टाइलों से कितनी लंबाई को ढका नहीं गया था।

मैंने उनसे कहा कि यह गतिविधि उनसे एक गणितज्ञ बनने के लिए कहने वाली है और भाग का उपयोग करते समय वे क्या कर रहे थे, यह दर्शाने के लिए चिह्नों का उपयोग करने के लिए कहने वाली है। इससे ऐसा लगा कि इससे उन्हें प्रोत्साहन मिला और उन लोगों ने इन विभिन्न मात्राओं के बीच चिह्नों द्वारा बहुत कम समय में, तुरंत संबंध लिखने के लिए अपने-अपने समूहों में कड़ी मेहनत की। मैंने कई छात्र-छात्राओं से ब्लैकबोर्ड के पास आने के लिए कहा और उस संबंध को वहाँ लिखने के लिए कहा, जिस पर उनके समूह ने निर्णय लिया था। उनके विचारों में कुछ मतभेद था, लेकिन कक्षा उस तरीके, गणितज्ञों के रूप में, पर तुरंत सहमत हो गई, जिस तरीके से उस परिस्थिति के लिए भाग विधि को लिखना चाहिए था।

उनके द्वारा लंबाई के अनुसार संबंध पर काम कर लेने के बाद, मैंने उनसे चौड़ाई पर भी उसी तरीके से काम करने के लिए कहा और उन लोगों ने उस संबंध के साथ भी बहुत तेज़ी से काम संपन्न करके दिखाया।

यह देख कर अच्छा लगा कि यहाँ तक कि वे छात्र-छात्रा भी इस संपूर्ण अभ्यास के दौरान अपना योगदान दे रहे थे जो आमतौर पर गणित की गतिविधियों में भाग नहीं लेते थे। मुझे लगता है कि अगर मैं बस उन्हें भाग विधि के बारे में बताता, तो वे उसकी तुलना में जो चीज़ें हो रही थीं, उनकी कल्पना करते हुए इस सन्दर्भ को और भी बेहतर तरीके से संबद्ध कर सकते थे। जब मैंने उनसे यह कहा कि उन्होंने जिस संबंध का पता लगाया था उसे भाग कलन विधि कहा जाता है, उन सभी को गणितज्ञों के रूप में गणित लिखने और इस प्रकार के एक औपचारिक उत्कृष्ट संबंध के साथ निष्कर्ष तक पहुँचने को उन सभी ने बहुत महत्वपूर्ण महसूस किया।

उसके बाद मैंने उनसे कहा कि वे पिछली गतिविधियों के अपने-अपने उत्तरों को सत्यापित करने के लिए इस भाग विधि का उपयोग करें और वे सभी ऐसा कर पाए और मुझे लगता है कि वे सभी इस बात को समझने में सक्षम थे कि वास्तव में भाग का मतलब क्या है।



ज़रा सोचिए

- श्रीमती सुशीला ने टिप्पणी दी कि यहाँ तक कि उन छात्र-छात्राओं ने भी योगदान दिया, जो गणित की गतिविधियों में भाग लेने में आमतौर पर दिलचस्पी नहीं दिखाते थे। यह बढ़िया है! भाग विधि को वे समझ पाएँ यह निश्चित करने के लिए, उन्होंने किन-किन तरीकों का उपयोग किया था या क्या उन्हें अपनी समझ को समेकित करने के लिए, अभी भी और अवसरों की आवश्यकता थी? इस पर विचार करने के बाद, हो सकता है कि आपको मुख्य संसाधन 'प्रगति और प्रदर्शन का मूल्यांकन करना' पर नज़र डालना उपयोगी लगे।

5 बड़े पैमाने पर काम करना

छात्र-छात्राओं को वास्तविक-जीवन के पैमाने पर काम करने के लिए कहना उनके आसपास की चीज़ों में भाग को देखने में उनकी मदद करने में उपयोगी हो सकता है। अगली गतिविधि जारी रहती है और छात्र-छात्राओं से भाग विधि को स्पष्ट करने और गणित की चिह्नात्मक भाषा का उपयोग करने के लिए कहती है, लेकिन इस बार वे बड़े पैमाने पर काम करेंगे।

किसी वास्तविक स्थिति के बारे में विचार करने और उनके द्वारा पता लगाई गई किसी समस्या के उत्तर की तैयारी करने से छात्र-छात्राओं को कल्पना की उनकी शक्ति को आगे विकसित करने में और चिह्नात्मक गणित के मतलब की कल्पना करने में मदद मिलेगी।

गतिविधि 4: वास्तविक जीवन परिस्थिति में भाग विधि का उपयोग करना

भाग 1: विद्यालय के मैदानों में

तैयारी

इस गतिविधि में छात्र-छात्रा अपने विद्यालय के किसी विशेष भाग में टाइल वाले तल को तैयार करेंगे, उदाहरण के लिए, खेल के मैदान का कोई क्षेत्र।

छात्र-छात्राओं को विद्यालय के मैदानों में काम पर ले जाते समय (चित्र 2), आपको हमेशा यह सुनिश्चित करना चाहिए, कि आपके छात्र-छात्रा उन सुरक्षा जोखिमों से अवगत हैं, जिनसे उनका सामना हो सकता है, जैसे कि चलते वाहन या निर्माण कार्य और मौसम में होने वाले परिवर्तनों के लिए तैयार होना।



चित्र 2: किसी गतिविधि के लिए विद्यालय के मैदान का उपयोग करना।

गतिविधि

कक्षा को दो या तीन छात्र-छात्राओं के समूहों में विभाजित करें। प्रत्येक समूह से निम्न करने के लिए कहें:

- विद्यालय के कुछ भागों या हिस्सों का पता लगाएँ, जहाँ वे इन टाइलों को लगाना चाहते हैं। इस कार्य के लिए बाध्यता यह है कि उस हिस्से की आकृति एक आयताकार होनी चाहिए। वे सीढ़ियों या पायदानों, गलियारों, कमरों, खुली जगहों, फर्श या दीवारों, आदि को चुन सकते हैं।
- उस फर्श या दीवार की लंबाई L और चौड़ाई B को मापें, जहाँ वे टाइल लगाएँगे।
- उस वर्गाकार टाइल की लंबाई (l) चुनें, जिसे वे उस फर्श या दीवार पर लगाना चाहते हैं।
- चुनी गई टाइल के लिए, L और B दोनों के हेतु q और r (पिछली गतिविधि से संदर्भ लें) के मान की गणना करें।

एक बार इन्हें कर लेने के बाद, प्रत्येक समूह रिपोर्ट करने के लिए कक्षा में वापस आता है।

भाग 2: कक्षा में वापस आना

तैयारी

ब्लैकबोर्ड पर, तालिका 1 में दर्शाए गए अनुसार एक तालिका बनाएँ, जिसमें उतनी पंक्तियाँ जोड़ें, जितने समूह मौजूद हों।

तालिका 1 वास्तविक जीवन की स्थिति में भाग कलन विधि का उपयोग करना।

	L	l	q	r	B	l	q	r
समूह 1								
समूह 2								
समूह 3								
समूह 4								
समूह 5								
समूह ...								

गतिविधि

उन समूहों से इस गतिविधि के भाग 1 से प्राप्त उनके निष्कर्षों के साथ उस ब्लैकबोर्ड पर दी गई तालिका में अपनी पंक्ति में भरने के लिए कहें। कक्षा के साथ निम्न की चर्चा करें:

- प्रत्येक समूह के छात्र-छात्राओं की अवलोकनों के बीच समानता क्या और भिन्नता क्या है?
- क्या आपमें से किसी को भी r का मान 0 प्राप्त हुआ? आपको क्या लगता है कि आपको यह मान क्यों प्राप्त हुआ?
- अगर आप यह सुनिश्चित करना चाहते हैं कि $r = 0$, तो आप l के मानों को कैसे बदलेंगे?
- अगर L और B दोनों के लिए, मान $r = 0$ है, तो L और B के बीच क्या संबंध है?
- भाग विधि के साथ (L , l , q और r) के बीच का संबंध कैसे जुड़ा हुआ है?

केस स्टडी 4: गतिविधि 4 के उपयोग का अनुभव श्रीमती सीमा बताती हैं

अब, यह छात्र-छात्राओं द्वारा भाग लेने के लिए एक बहुत ही दिलचस्प गतिविधि है। बेशक, मुझे माप लेने के लिए, उन्हें मापने वाला फीता देना होगा। उन सभी ने उनके द्वारा मापे जा सकने वाले विभिन्न प्रकार के क्षेत्रों पर तल बनाने में अच्छा समय बिताया और किन-किन जगहों पर टाइलें उपयुक्त रहेंगी, इस संबंध में चर्चा करने का आनंद उठाया।

कुछ समूह कुछ कठिन-आकृति वाले क्षेत्रों को मापने का प्रयास करने के बारे में चर्चा रहे थे, इसलिए मैंने उन्हें इसे आसान बनाने की सलाह दी। उनकी योजनाओं के तैयार हो जाने के बाद वे तुरंत चले गए, क्योंकि मैंने उनसे कहा कि अपने माप लेने के लिए और कक्षा में वापस आने के लिए उनके पास केवल दस मिनट हैं! मैं यह याद दिलाने के लिए कक्षा के बाहर अपनी घड़ी के साथ खड़ी हो गई, ताकि वे जो कर रहे थे उसे जल्दी-जल्दी करें।

उन सभी के कक्षा में वापस लौट आने के बाद, उन्हें यह तय करना था कि क्या बड़ी टाइलों का उपयोग करना है या छोटी टाइलों का; उनमें से कुछ ने बड़ी टाइलों को सबसे उपयुक्त माना लेकिन उसके बाद जब उन्होंने स्वयं जिस भाग के योग को

निर्धारित किया था वो उन्हें पसंद नहीं आया तो उन लोगों ने छोटी टाइलों को चुन लिया। लगभग अगले पाँच मिनट के बाद उन सभी लोगों के पास उस तालिका के लिए अपने-अपने उत्तर मौजूद थे, जिसे मैंने ब्लैकबोर्ड पर आरेखित किया था।

यह चर्चा दिलचस्प थी कि क्या उनमें से किसी को भी $r = 0$ प्राप्त हुआ और इस बात को भी लेकर काफी चर्चा हुई कि वे लोग उसे कैसे और कब प्राप्त कर सकते हैं। इसके कारण गुण्यों और संख्याओं की भाज्यता के बारे में चर्चाएँ हुईं और जब हम ऐसा कह सकें कि कोई संख्या किसी दूसरी संख्या से पूरी तरह से विभाजित हो सकती है। हमने इस बारे में भी चर्चा की कि जब हम भाजक के किसी निश्चित गुणज को हटाते हैं, तो शेष के रूप में कोई भी संख्या कैसे बच सकती है और हम भाजक के गुणा की अधिकतम संख्याओं को कैसे हटाने का प्रयास करते हैं। इसमें इस बात पर विचार करना भी शामिल था कि कैसे शेष, भाजक से अधिक नहीं हो सकता।

मुझे लगता है कि इस गतिविधि की समाप्ति तक मैं यह कह सकती थी कि मेरे अधिकांश छात्र-छात्रा भाग विधि को समझने में सक्षम हो गए थे और उन्हें उसका उपयोग करने के दौरान यह पता चल गया था कि वे जो कर रहे थे, वो क्यों कर रहे थे।



ज़रा सोचिए

- छात्र-छात्राओं से किस प्रकार की प्रतिक्रिया की अपेक्षा नहीं थी? यह भाग विधि की उनकी समझ के बारे में क्या प्रकट करता है?
- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे आपका क्या कारण था?

6 सारांश

यह इकाई भाग विधि, भाग के बारे में छात्र-छात्राओं को समझने में मदद करने के तरीकों और भाग संबंधी कलन विधि के कार्य करने के तरीकों पर केंद्रित है।

इस इकाई में आपको इस बारे में पता चल जाएगा कि अपने छात्र-छात्राओं को उन संदर्भों का उपयोग करने के लिए कैसे सक्षम बनाया जाए, जिसका वे संभवतः अपनी रोज़मर्रा की ज़िंदगी में अनुभव करेंगे, ताकि वे अपने द्वारा की जाने वाली चीज़ों की कल्पना करने में सक्षम हो जाएँ। इस तरीके से उनके अंदर भाग विधि का क्या मतलब होता है, इसकी समझ विकसित होगी।

आप इन विचारों का उपयोग गणित की अन्य अवधारणाओं के लिए कर सकते हैं। छात्र-छात्राओं के लिए 'वास्तविक-जीवन' की किसी समस्या को निर्धारित करने से वे जुड़ते हैं और उन्हें यह देखने में मदद मिलती है कि गणित, विद्यालय के बाहर कैसे उपयोगी होता है। समूह में कार्य करने से सभी छात्र-छात्रा एक दूसरे का सहयोग करते हुए चर्चा कर पाते हैं और नए-नए विचार विकसित कर पाते हैं। उनकी गणित से जुड़ी समझ का विकास करने के लिए संवाद महत्वपूर्ण है।

इस इकाई से आपने यह समझ लिया होगा कि उनकी खुद की दुनिया से असंबंधित विधि को उनके सामने प्रस्तुत करने की बजाय इस संबंध के निष्कर्ष तक उन्हें खुद से पहुँचने देकर, भाग विधि के प्रत्येक भाग को समझने में छात्र-छात्राओं की मदद कैसे की जाए। आपने इस बात पर ध्यान दिया होगा कि छात्र-छात्राओं से अलग अलग तरीकों से भाग की अवधारणा पर नज़र डालने के लिए कहने से उन्हें महत्वपूर्ण संबंध स्थापित करने में मदद मिलती है।

आपने यह भी देखा होगा कि अपने छात्र-छात्राओं को सीखने में बेहतर सहायता करने में आपके शिक्षण को प्रतिबिंबित करना कितना महत्वपूर्ण है।



ज़रा सोचिए

- इस इकाई में सीखी गई उन तीन तकनीकों अथवा पद्धतियों को पहचानें जिनका उपयोग आप अपनी कक्षाओं में फिर से कर सकते हैं।

संसाधन

संसाधन 1: एनसीएफ/एनसीएफटीई शिक्षण आवश्यकताएँ

यह इकाई NCF (2005) तथा NCFTE (2009) की निम्न शिक्षण आवश्यकताओं से जोड़ता है तथा उन आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगा:

- शिक्षार्थियों को उनके शिक्षण में सक्रिय प्रतिभागी के रूप में देखें न कि सिर्फ ज्ञान प्राप्त करने वाले के रूप में; ज्ञान निर्माण के लिए उनकी क्षमताओं को कैसे प्रोत्साहित करें; रटन्त पद्धतियों से सीखने-सिखाने की प्रक्रिया को दूर कैसे ले जाएँ।
- छात्र-छात्राओं को गणित को किसी ऐसी चीज़ के रूप में लेने दें जिसके बारे में वे बात करें, जिसके द्वारा संवाद करें, जिसकी आपस में चर्चा करें, जिस पर साथ मिलकर कार्य करें।

संसाधन 2: समूहकार्य का उपयोग करना

समूहकार्य एक व्यवस्थित, सक्रिय, अध्यापन कार्यनीति है जो छात्र-छात्राओं के छोटे समूहों को एक आम लक्ष्य की प्राप्ति के लिए मिलकर काम करने के लिए प्रोत्साहित करती है। ये छोटे समूह संरचित गतिविधियों के माध्यम से अधिक सक्रिय और अधिक प्रभावी शिक्षण को प्रोत्साहित करते हैं।

समूहकार्य के लाभ

समूहकार्य छात्र-छात्राओं को सोचने, संवाद कायम करने, विचारों का आदान-प्रदान करने और निर्णय लेने के लिए प्रोत्साहित करके सीखने हेतु उन्हें प्रेरित करने का बहुत ही प्रभावी तरीका हो सकता है। आपके छात्र-छात्रा दूसरों को सिखा सकते हैं और उनसे सीख भी सकते हैं: यह शिक्षण का शक्तिशाली और सक्रिय स्वरूप है।

समूहकार्य में छात्र-छात्राओं का समूहों में बैठना ही काफी नहीं होता है; इसमें स्पष्ट उद्देश्य के साथ सीखने के साझा कार्य पर काम करना और उसमें योगदान करना शामिल होता है। आपको इस बात को लेकर स्पष्ट होना होगा कि आप पढ़ाई के लिए सामूहिक कार्य का उपयोग क्यों कर रहे हैं और जानना होगा कि यह भाषण देने, जोड़े में कार्य या छात्र-छात्राओं के स्वयं से कार्य करने पर तरजीह देने योग्य क्यों है। इस तरह समूहकार्य को सुनियोजित और उद्देश्यपूर्ण होना आवश्यक है।

समूहकार्य की योजना बनाना

आप समूहकार्य का उपयोग कब और कैसे करेंगे यह इस बात पर निर्भर करेगा कि पाठ के अंत में आप कौन सा शिक्षण पूरा करना चाहते हैं। आप समूहकार्य को पाठ के आरंभ में, अंत में या बीच में शामिल कर सकते हैं, लेकिन आपको पर्याप्त समय का प्रावधान करना होगा। आपको उस कार्य के बारे में जो आप अपने छात्र-छात्राओं से पूरा करवाना चाहते हैं और समूहों को आयोजित करने के सर्वोत्तम ढंग के बारे में सोचना होगा।

एक शिक्षक/शिक्षिका के रूप में, आप समूहकार्य की सफलता सुनिश्चित कर सकते/सकती हैं यदि आप निम्न की योजना अग्रिम रूप से बनाते हैं:

- सामूहिक गतिविधि के लक्ष्य और अपेक्षित परिणाम
- किसी भी फीडबैक या सारांश कार्य सहित, गतिविधि को आबंटित समय
- समूहों को कैसे विभाजित करना है (कितने समूह, प्रत्येक समूह में कितने छात्र-छात्रा, समूहों के लिए मापदंड)

- समूहों को कैसे नियोजित करना है (समूह के विभिन्न सदस्यों की भूमिका, आवश्यक समय, सामग्रीयाँ, रिकार्ड करना और रिपोर्ट करना)
- कोई भी आकलन कैसे किया और रिकार्ड किया जाएगा (व्यक्तिगत आकलनों को सामूहिक आकलनों से अलग पहचानने का ध्यान रखें)
- समूहों की गतिविधियों पर आप कैसे निगरानी रखेंगे।

समूहकार्य के काम

वह काम जो आप अपने छात्र-छात्राओं को पूरा करने को कहते हैं वह इस पर निर्भर होता है कि आप उन्हें क्या सिखाना चाहते हैं। समूहकार्य में भाग लेकर, वे एक-दूसरे को सुनने, अपने विचारों को समझाने और आपसी सहयोग से काम करने जैसे कौशल सीखेंगे। तथापि, उनके लिए मुख्य लक्ष्य है जो विषय आप पढ़ा रहे हैं उसके बारे में कुछ सीखना। कार्यों के कुछ उदाहरणों में निम्नलिखित शामिल हो सकते हैं:

- **प्रस्तुतीकरण:** छात्र-छात्रा के समूहों में काम करके शेष कक्षा के लिए प्रस्तुतीकरण बनाते हैं। यह सबसे ज्यादा उपयोगी तब होता है जब प्रत्येक समूह के पास विषय का भिन्न पहलू होता है, जिससे वे एक ही विषय को कई बार सुनने की बजाय एक दूसरे को सुनने के लिए प्रेरित होते हैं। प्रत्येक समूह को प्रस्तुत करने के लिए दिए गए समय के विषय में काफी सख्ती बरतें और अच्छे प्रस्तुतीकरण के लिए मापदंडों का एक सेट निश्चित करें। इन्हें पाठ से पहले बोर्ड पर लिखें। छात्र-छात्रा मापदंडों का उपयोग अपने प्रस्तुतीकरण की योजना बनाने और एक दूसरे के काम का आकलन करने के लिए कर सकते हैं। इन मापदंडों में निम्नलिखित शामिल हो सकते हैं:
 - क्या प्रस्तुतीकरण स्पष्ट था?
 - क्या प्रस्तुतीकरण सुसंरचित था?
 - क्या मैंने प्रस्तुतीकरण से कुछ सीखा?
 - क्या प्रस्तुतीकरण ने मुझे सोचने पर मजबूर किया?
- **समस्या को हल करना:** छात्र-छात्रा किसी समस्या या समस्याओं की एक शृंखला को हल करने के लिए समूहों में काम करते हैं। इसमें शामिल हो सकता है, विज्ञान का कोई प्रयोग करना, गणित की समस्याएं हल करना, अंग्रेजी कहानी या कविता का विश्लेषण करना, या इतिहास के सबूत का विश्लेषण करना।
- **कोई कलाकृति या उत्पाद बनाना:** छात्र-छात्रा समूहों में काम करके किसी कहानी, नाटक के भाग, संगीत के अंश, किसी अवधारणा को समझाने के लिए मॉडल, किसी मुद्दे पर समाचार रिपोर्ट या जानकारी को संक्षेपित करने या अवधारणा को समझाने के लिए पोस्टर का विकास कर सकते हैं। समूहों को किसी नए विषय के आरंभ में मंथन करने या मस्तिष्क में रूपरेखा बनाने के लिए पाँच मिनट देने से आपको इस बारे में बहुत कुछ जानकारी मिलेगी कि उन्हें क्या पहले से पता है, और आपको पाठ को उपयुक्त स्तर पर स्थापित करने में सहायता मिलेगी।
- **विभेदित कार्य:** समूहकार्य विभिन्न उम्रों या दक्षता स्तरों के छात्र-छात्राओं को किसी उपयुक्त काम पर मिलकर काम करने देने का अवसर है। अधिक दक्षता प्राप्त करने वाले काम को समझाने के अवसर से लाभ उठा सकते हैं, जबकि कम दक्षता प्राप्त करने वालों के लिए कक्षा की बनिस्बत समूह में प्रश्न पूछना अधिक आसान हो सकता है, और वे अपने सहपाठियों से सीखेंगे।
- **चर्चा:** छात्र-छात्रा किसी मुद्दे पर विचार करते हैं और एक निष्कर्ष पर पहुँचते हैं। इसके लिए आपको अपनी ओर से काफी तैयारी करनी होगी ताकि सुनिश्चित हो सके कि विभिन्न विकल्पों पर विचार करने के लिए छात्र-छात्राओं के पास पर्याप्त ज्ञान है, लेकिन चर्चा या विवाद का आयोजन आप और उन के लिए बहुत उपयोगी हो सकता है।

समूहों का आयोजन

चार से आठ के समूह आदर्श होते हैं किंतु यह आपकी कक्षा, भौतिक पर्यावरण और फर्नीचर, तथा आपकी कक्षा की दक्षता और उम्र के दायरे पर निर्भर करेगा। आदर्श रूप से समूह में हर एक के लिए एक दूसरे से मिलना, बिना चिल्लाए बात करना और समूह के परिणाम में योगदान करना आवश्यक होगा।

- तय करें कि आप छात्र-छात्राओं को समूहों में कैसे और क्यों विभाजित करेंगे; उदाहरण के लिए, आप समूहों को मित्रता, रुचि या समान अथवा मिश्रित दक्षता के अनुसार बाँट सकते हैं। भिन्न तरीकों से प्रयोग करें और समीक्षा करें कि प्रत्येक कक्षा के लिए क्या सर्वोत्तम है।
- योजना बनाएं कि आप समूह के सदस्यों को कौन सी भूमिकाएं देंगे (उदाहरण के लिए, नोट लेने वाला, प्रवक्ता, टाइम कीपर या उपकरणों का संग्रहकर्ता) और आप इसे कैसे स्पष्ट करेंगे।

समूहकार्य का प्रबंधन करना

आप अच्छे समूहकार्य के प्रबंधन के लिए दिनचर्याएं और नियम तय कर सकते हैं। जब आप नियमित रूप से समूहकार्य का उपयोग करते हैं, तो छात्र-छात्राओं को पता चल जाएगा कि आप क्या अपेक्षा करते हैं और वे इसे आनंददायक पाएंगे। टीमों और समूहों में काम करने के लाभों की पहचान करने के लिए आरंभ में कक्षा के साथ काम करना एक अच्छा विचार है। आपको चर्चा करनी चाहिए कि समूहकार्य में अच्छा व्यवहार क्या होता है और संभव हो तो 'नियमों' की एक सूची बनाएं जिसे प्रदर्शित किया जा सकता है; उदाहरण के लिए, 'एक दूसरे के लिए सम्मान', 'सुनना', 'एक दूसरे की सहायता करना', 'एक से अधिक विचार को आजमाना', आदि।

समूहकार्य के बारे में स्पष्ट मौखिक अनुदेश देना महत्वपूर्ण है जिसे ब्लैकबोर्ड पर संदर्भ के लिए लिखा भी जा सकता है। आपको:

- अपनी योजना के अनुसार अपने छात्र-छात्राओं को उन समूहों की ओर निर्देशित करना होगा जिनमें वे काम करेंगे। ऐसा आप शायद कक्षा में ऐसे स्थानों को निर्दिष्ट करके कर सकते हैं जहाँ वे काम करेंगे या किसी फर्नीचर या विद्यालय के बैगों को हटाने के बारे में अनुदेश देकर कर सकते हैं।
- कार्य के बारे में बहुत स्पष्ट होना और उसे बोर्ड पर छोटे-छोटे निर्देशों या चित्रों के रूप में लिखना चाहिए। अपने शुरू करने से पहले छात्र-छात्राओं को प्रश्न पूछने की अनुमति प्रदान करें।

पाठ के दौरान, यह देखने और जाँच करने के लिए घूमें कि समूह किस तरह से काम कर रहे हैं। यदि वे कार्य से विचलित हो रहे हैं या अटक रहे हैं तो जहाँ जरूरत हो वहाँ सलाह प्रदान करें।

आप कार्य के दौरान समूहों को बदलना चाह सकते हैं। जब आप समूहकार्य के बारे में आत्मविश्वास महसूस करने लगें तब दो तकनीकें आजमाई जा सकती हैं – वे बड़ी कक्षा को प्रबंधित करते समय खास तौर पर उपयोगी होती हैं:

- **'विशेषज्ञ समूह':** प्रत्येक समूह को एक अलग कार्य दें, जैसे विद्युत उत्पन्न करने के एक तरीके पर शोध करना या किसी नाटक के लिए किरदार विकसित करना। एक उपयुक्त समय के बाद, समूहों को पुनर्गठित करें ताकि प्रत्येक नया समूह सभी मूल समूहों से एक 'विशेषज्ञ' से युक्त हो। फिर उन्हें एक कार्य दें जिसमें सभी विशेषज्ञों के ज्ञान को एकत्र करना होता है, जैसे निश्चय करना कि किस प्रकार का पॉवर स्टेशन बनाना या नाटक का अंश तैयार करना चाहिए।
- **'दूत':** यदि कार्य में कोई चीज बनाना या किसी समस्या को हल करना शामिल है, तो कुछ समय बाद, प्रत्येक समूह से किसी अन्य समूह में एक दूत भेजने को कहें। वे विचारों या समस्या के हलों की तुलना और फिर वापस अपने स्वयं के समूह को सूचित कर सकते हैं। इस प्रकार, समूह एक दूसरे से सीख सकते हैं।

कार्य के अंत में, जो कुछ सीखा गया है उसका सारांश बनाएं और आपको नज़र आई किसी भी गलतफहमी को सुधारें। आप चाहें तो प्रत्येक समूह का फीडबैक सुन सकते हैं, या केवल एक या दो समूहों से पूछ सकते हैं जिनके पास आपको लगता है कि कुछ अच्छे विचार हैं। छात्र-छात्राओं की रिपोर्ट करने की प्रक्रिया को संक्षिप्त रखें और उन्हें अन्य समूहों के काम पर फीडबैक

देने को प्रोत्साहित करें जिसमें वे पहचान सकते हैं कि क्या अच्छा किया गया था, क्या बात दिलचस्प थी और किस बात को और विकसित किया जा सकता था।

यदि आप अपनी कक्षा में समूहकार्य को अपनाना चाहते हैं तो भी आपको कभी-कभी इसका नियोजन कठिन लग सकता है क्योंकि कुछ छात्र-छात्राः

- सक्रिय शिक्षण का प्रतिरोध करते हैं और उसमें शामिल नहीं होते
- हावी होने वाली प्रकृति के होते हैं
- अंतर्व्यैक्तिक कौशलों की कमी या आत्मविश्वास के अभाव के कारण भाग नहीं लेते।

सीखने के परिणाम कहाँ तक प्राप्त हुए और आपके छात्र-छात्राओं ने कितनी अच्छी तरह से अनुक्रिया की (क्या वे सभी लाभान्वित हुए) इस पर विचार करने के अलावा, समूहकार्य के प्रबंधन में प्रभावी बनने के लिए उपरोक्त सभी बिंदुओं पर विचार करना महत्वपूर्ण होता है। सामूहिक कार्य, संसाधनों, समयों या समूहों की रचना में आप द्वारा किए जा सकने वाले समायोजनों पर सावधानी से विचार करें और उनकी योजना बनाएं।

शोध से पता चला है कि छात्र-छात्राओं की उपलब्धि पर सकारात्मक प्रभाव पाने के लिए समूहों में सीखने का हर समय उपयोग करना आवश्यक नहीं है, इसलिए आपको हर पाठ में उसका उपयोग करने के लिए बाध्य महसूस नहीं करना चाहिए। आप चाहें तो समूहकार्य का उपयोग एक पूरक तकनीक के रूप में कर सकते हैं, उदाहरण के लिए विषय परिवर्तन के बीच अंतराल या कक्षा में चर्चा को अकस्मात् शुरू करने के साधन के रूप में कर सकते हैं। इसका उपयोग विवाद को हल करने या कक्षा में अनुभवजन्य शिक्षण गतिविधियाँ और समस्या का हल करने के अभ्यास शुरू करने या विषयों की समीक्षा करने के लिए भी किया जा सकता है।

अतिरिक्त संसाधन

- 'The division algorithm' by E.L. Lady: <http://www.math.hawaii.edu/~lee/courses/Division.pdf>
- A newly developed maths portal by the Karnataka government: <http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics>
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: <https://www.ncetm.org.uk/>
- National STEM Centre: <http://www.nationalstemcentre.org.uk/>
- National Numeracy: <http://www.nationalnumeracy.org.uk/home/index.html>
- BBC Bitesize: <http://www.bbc.co.uk/bitesize/>
- Khan Academy's math section: <https://www.khanacademy.org/math>
- NRICH: <http://nrich.maths.org/frontpage>
- Art of Problem Solving's resources page: <http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php>
- Teachnology: <http://www.teach-nology.com/worksheets/math/>
- Math Playground's logic games: <http://www.mathplayground.com/logicgames.html>
- Maths is Fun: <http://www.mathsisfun.com/>
- Coolmath4kids.com: <http://www.coolmath4kids.com/>
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: <http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm>
- AMT-01 Aspects of Teaching Primary School Mathematics, Block 1 ('Aspects of Teaching Mathematics'), Block 2 ('Numbers (I)'), Block 3 ('Numbers (II)'), <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html>

- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 4 ('On Spatial Learning'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html>
- *Manual of Mathematics Teaching Aids for Primary Schools*, published by NCERT: <http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/pks-primarymanual.pdf>
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremjifoundation.org/Foundation_Publications
- Textbooks developed by the Eklavya Foundation with activity-based teaching mathematics at the primary level: http://www.eklavya.in/pdfs/Catalogue/Eklavya_Catalogue_2012.pdf
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including *List of Hands-on Activities in Mathematics for Classes III to VIII*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': <http://cbse.nic.in/welcome.htm>

संदर्भ/संदर्भग्रंथ सूची

Askew, M., Brown, M., Rhodes, V. Johnson, D. and Wiliam, D. (1997) *Effective Teachers of Numeracy*. London: King's College.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Dordrecht: Kluwer.

National Council for Teacher Education (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education* (online). New Delhi: NCTE. Available from: http://www.ncte-india.org/publicnotice/NCFTE_2010.pdf (accessed 6 March 2014).

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*. New Delhi: NCERT.

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

अभिस्वीकृतियाँ

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>) के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है। नीचे दी गई सामग्री मालिकाना हक की है तथा इस परियोजना के लिए लाइसेंस के अंतर्गत ही उपयोग की गई है, तथा इसका **Creative Commons** लाइसेंस से कोई वास्ता नहीं है। इसका अर्थ यह है कि इस सामग्री का उपयोग अननुकूलित रूप से केवल TESS-India परियोजना के भीतर किया जा सकता है और किसी भी बाद के OER संस्करणों में नहीं। इसमें TESS-India, OU और UKAID लोगो का उपयोग भी शामिल है।

इस इकाई में सामग्री को पुनः प्रस्तुत करने की अनुमति के लिए निम्न स्रोतों का कृतज्ञतापूर्ण आभार:

चित्र 2: क्लेयर ली (Figure 2: Clare Lee)

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएं करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत भर के उन शिक्षक प्रशिक्षकों, प्रधानाध्यापकों, शिक्षकों और छात्र-छात्राओं के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन यूनिवर्सिटी के साथ काम किया है।