

समृद्ध कार्यों का उपयोग: क्षेत्रफल और परिमाप



भारत में विद्यालय आधारित
समर्थन के माध्यम से शिक्षक
शिक्षा

www.TESS-India.edu.in



<http://creativecommons.org/licenses/>



संदेश



शिक्षकों को बाल केंद्रित कक्षा अभ्यास की ओर उन्मुख करने तथा शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्देश्यों को सम्मुख रखते हुए TESS-India राष्ट्रीय स्तर पर कार्यरत है। इस दिशा में TESS-India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) का विकास किया गया है। ये संसाधन शिक्षकों तथा शिक्षक-प्रशिक्षकों के वृत्ति विकास (Professional development) में लाभकारी एवं उपयोगी सिद्ध होंगे। राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के नेतृत्व में इन संसाधनों का स्थानीयकृत किया गया है, जिसके अन्तर्गत इनके उद्देश्य के मूल को बरकरार रखते हुए इनमें स्थानीय, भाषा, बोली, प्रथाओं, संस्कृतियों तथा नियमों को सम्मिलित किया गया है। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता एवं सुगमता पूर्वक किया जा सकता है।

राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के मार्गदर्शन में TESS-India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) नेट पर आप सभी के लिए सुलभ उपलब्ध है।

शुभकामनाओं सहित।

(डॉ० मुरली मनोहर सिंह)

निदेशक

एस०सी०ई०आर०टी०, बिहार

समीक्षा एवं दिशाबोध
डॉ. मुरली मनोहर सिंह, निदेशक राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. सैयद अब्दुल मोईन, विभागाध्यक्ष, अध्यापक शिक्षा विभाग, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. कासिम खुशीद, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्
डॉ. इम्तियाज आलम, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. स्नेहाशीष दास राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. अर्चना, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. रीता राय, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
श्री तेज नारायण प्रसाद, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार

स्थानीयकरण
भाषा और शिक्षा
डॉ. ज्ञानदेव मणि त्रिपाठी, प्राचार्य, मैत्रेय कॉलेज ऑफ एडुकेशन एण्ड मैनेजमेंट, हाजीपुर, वैशाली
श्री सुमन सिंह, प्रखंड साधनसेवी, भगवानपुर हाट, सिवान
श्री कात्यायान कुमार त्रिपाठी, प्राथमिक विद्यालय चैलीटाल, पटना
श्री कृत प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, हिलसा, नालंदा
प्राथमिक अंग्रेजी
श्री अरशद रजा, सहायक शिक्षक, प्राथमिक विद्यालय, पचासा रहुई, नालंदा
श्री संतोष सुमन, सहायक शिक्षक, बालिका उच्च विद्यालय, महुआबाग
श्री शशि भूषण पाण्डेय, सहायक शिक्षक, उत्क्रमित मध्य विद्यालय, मुकुन्दपुर, नालंदा
श्रीमती रचना त्रिवेदी, शिक्षिका, नोट्रेडेम अकादमी, पटना
माध्यमिक अंग्रेजी
श्री मणिशंकर, प्रधानाध्यापक, तारामणी भगवानसाव उच्च माध्यमिक विद्यालय, कोइलवर, भोजपुर
डॉ. ब्रजेश कुमार, शिक्षक, पी. एन. एंग्लो संस्कृत माध्यमिक विद्यालय, नया टोला, पटना
प्राथमिक गणित
श्री कृष्ण कान्त ठाकुर
श्री दिलीप कुमार, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, बुलनी हैदरपुर, नालंदा
श्री गोविन्द प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, चनपटिया, पश्चिमी चम्पारण
माध्यमिक गणित
डॉ. राकेश कुमार, भागलपुर डायट
श्री रिजवान रिजवी, उत्क्रमित मध्य विद्यालय, सिलौटा चाँद, कैमूर
श्री इन्द्रभूषण कुमार, शिक्षक, सहयोगी माध्यमिक विद्यालय, हाजीपुर, वैशाली
प्राथमिक विज्ञान
श्री मनोज त्रिपाठी, प्रखंड साधनसेवी, बरहारा, भोजपुर
श्री शशिकान्त शर्मा, प्रखंड साधनसेवी, आरा, भोजपुर
श्री रणबीर सिंह, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, आदर्श आवासीय मध्य विद्यालय शिक्षक संघ, सहरसा
माध्यमिक विज्ञान
श्री जी.वी.एस.आर प्रसाद
श्री मुकुल कुमार, शिक्षक, सहायक शिक्षक, गोरखनाथ सूर्यदेव माध्यमिक विद्यालय, राजापाकर वैशाली

TESS-India (Teacher Education Through School Based Support) का लक्ष्य है भारत में मुक्त शैक्षिक संसाधनों के द्वारा प्राथमिक और माध्यमिक स्तरों पर शिक्षकों के कक्षा अभ्यासों को बेहतर करना। ये संसाधन शिक्षकों के छात्र-केन्द्रित, भागीदारी दृष्टिकोण को विकसित करने में सहायता करेंगे।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन (**Open Education Resources – OERs**) शिक्षकों को स्कूल की पाठ्यपुस्तक के लिए सहायक पुस्तिका उपलब्ध करते हैं। ये संसाधन शिक्षकों के लिए गतिविधियाँ उपलब्ध करते हैं जो वे कक्षा में अपने छात्रों के साथ कर सकते हैं। साथ ही इनमें केस स्टडी भी हैं जो ये दर्शाते हैं कि किस प्रकार दूसरे शिक्षकों ने उस विषय को सीखने के लिए छात्र-छात्राओं को प्रेरित किया है। संबंधित संसाधन शिक्षकों को पाठ योजना बनाने में और विषय पर ज्ञान वर्धन करने में उनकी सहायता करते हैं।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल हैं। ये भारतीय तथा अंतर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार किये गये हैं और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट उपयोग के लिए उपलब्ध है (<http://www.tess-india.edu.in>)। मुक्त शैक्षिक संसाधन अनेकों संस्करणों में उपलब्ध हैं जो प्रत्येक राज्य के लिए उपयुक्त है जहाँ **TESS India** कार्यरत है। उपयोगकर्ता इन संसाधनों को अनुकूल और स्थानीयकृत करने के लिए स्वतंत्र हैं ताकि ये स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को पूरा कर सकें।

TESS-India मुक्त विश्वविद्यालय, ब्रिटेन के नेतृत्व में तथा ब्रिटेन की सरकार द्वारा वित्त-पोषित है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई की कुछ गतिविधियों के साथ प्रतीक का उपयोग किया गया है: । इससे संकेत मिलता है कि निर्दिष्ट अध्यापन संबंधी थीम के लिए **TESS-India** वीडियो संसाधनों को देखना आपके लिए उपयोगी होगा।

TESS-India वीडियो संसाधन भारत में अनेक प्रकार की कक्षाओं के संदर्भ में मुख्य अध्यापन तकनीकों का वर्णन करते हैं। हमें आशा है कि वे आपको इसी प्रकार के अभ्यासों के साथ प्रयोग करने के लिए प्रेरित करेंगे। उनका उद्देश्य पाठ (टेक्स्ट) पर आधारित इकाइयों के माध्यम से काम करने के आपके अनुभव का पूरक होना और उसे बढ़ाना है।

TESS-India वीडियो संसाधनों को ऑनलाइन देखा या **TESS-India** की वेबसाइट, <http://www.tess-india.edu.in/> से डाउनलोड किया जा सकता है। वैकल्पिक रूप से, आप ये वीडियो सीडी या मेमोरी कार्ड के माध्यम से भी देख सकते हैं।

यह इकाई किस बारे में है

क्षेत्रफल और परिमाप की अवधारणाएं हमारे जीवन में व्याप्त हैं। दैनिक जीवन में क्षेत्रफल और परिमाप निरंतर उपयोग की जाती है – उदाहरण के लिए, फर्श क्षेत्र के बारे में बात करके किसी घर के आकार का वर्णन करना, या खेत की बाड़ाबंदी करने के लिए कितने तार की आवश्यकता होगी। विद्यालय में गणित के पाठ्यक्रम में गणना में क्षेत्रफल की अवधारणा से वे शुरुआती वर्षों में चर्चा की जाती हैं।

चूंकि क्षेत्रफल और परिमाप की अवधारणाएं दैनिक जीवन में इतनी ज्यादा मौजूद हैं, इसलिए शुरुआती छात्र-छात्राओं को गणित के अध्यायों को पढ़ने से पहले ही इसकी सहज समझ होती है।

इस इकाई में आप इस सहज समझ को बढ़ाने और अधिक सैद्धांतिक समझ में बदलने, और कक्षा के अभ्यासों को बाहरी जीवन के अनुभवों से जोड़ना सीखेंगे।

आप समृद्ध प्रश्नों का उपयोग करने, जो कि प्रभावी समूह चर्चा और युग्मन कार्य को प्रारंभ करता है पर ध्यान केंद्रित करने के बारे में जानेंगे। जब हम छात्र-छात्राओं से कुछ चर्चा करने के लिए कहते हैं, तो हमें उन्हें पहले कुछ चर्चा करने के लिए देना होगा।

इस इकाई में कई गतिविधियों की संरचना समान है, लेकिन अलग-अलग फोकस या चर्चाएं यह दिखाने के लिए उपयोग की जाती हैं कि संरचना को बनाए रख कर और फोकस में छोटे बदलाव करके कैसे कठिन कार्यों के समूह को किसी अन्य समृद्धशाली गतिविधि में बदला जा सकता है।

आप इस इकाई में सीख सकते हैं

- वास्तविक जीवन की वस्तुओं और उदाहरणों के उपयोग द्वारा आपके छात्र-छात्राओं की सहज समझ को निर्मित करने के कुछ प्रभावी तरीके।
- जोड़ों में और सामूहिक कार्य में चर्चा के माध्यम से सीखने में अपने छात्र-छात्राओं की मदद कैसे करें।
- मौजूदा समृद्ध कार्यों की संरचना को बनाए रखते हुए केंद्र में छोटे परिवर्तनों द्वारा किस प्रकार समृद्ध कार्य विकसित करें।

यह इकाई संसाधन 1 में उल्लिखित NCF (2005) तथा NCFTE (2009) की शिक्षण आवश्यकताओं से जोड़ती है तथा उन आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगी।

1 क्षेत्रफल और परिमाप के बारे में जानने में समस्याएं



ज़रा सोचिए

गणित की कक्षा के बाहर के अपने जीवन के बारे में सोचें। क्षेत्रफल और परिमाप की अवधारणाओं के साथ आपको और कहां कार्य करना पड़ता है? कुछ उदाहरणों पर ध्यान दें।

- क्या आपको लगता है कि अपने छात्र-छात्राओं के पास भी समान अनुभव होगा?
- आपका छात्र अपने बाहरी जीवन से गणित के अध्याय में क्या ज्ञान और गलतफहमियाँ ला सकता है?

यद्यपि क्षेत्रफल और परिमाप की अवधारणाएं दैनिक जीवन में व्यापक रूप से उपयोग की जाती हैं, फिर भी जब विद्यालय में गणित के पाठ्यक्रम के भाग के रूप में इन्हें पढ़ने की बारी आती है, तो इन अवधारणाओं को भ्रमकारी माना जाता है (वाटसन और अन्य, 2013)। क्षेत्रफल और परिमाप के बारे में सीखने में छात्र-छात्राओं की कुछ समस्याएं यहां सूचीबद्ध हैं।

- कई बार वे असल में यह जाने बगैर कि क्षेत्रफल और परिमाप क्या है वे इसे विशुद्ध रूप से सूत्र का एक अनुप्रयोग समझ लेते हैं।
- कई बार वे क्षेत्रफल और परिमाप की अवधारणाओं को आपस में मिला देते हैं।
- कई बार उन्हें आयाम (dimension) की समझ विकसित करने में समस्या होती है। अक्सर वे यह नहीं समझ पाते हैं कि परिमाप एक लंबाई है, जो कि एक-आयामी है इसलिए लंबाई की इकाइयाँ जैसे मीटर, सेंटीमीटर, या इंच में मापी जाती है, जबकि क्षेत्रफल निश्चित लंबाई के आधार पर वर्ग में मापा जाता है, इसलिए द्वि-आयामी इकाइयों जैसे m^2 (मीटर वर्ग या वर्ग मीटर) में व्यक्त की जाती है।
- उन्हें मापन की गैर-पारंपरिक इकाइयों जैसे हाथ (hand), ट्विग (twigs) आदि में मापन का अनुभव नहीं होता और इसलिए वे यह नहीं जानते हैं कि मापन की मानक इकाइयों का उपयोग करना क्यों बेहतर है – उदाहरण के लिए, मीटर के उपयोग के बजाय हाथ की दूरी का उपयोग करना जो अलग-अलग लोगों में अलग-अलग होता है।
- हो सकता है वे क्षेत्रफल और परिमाप की अपनी सहज समझ को गणित की कक्षा में उन्होंने जो सीखा है उससे जोड़ न पाए।

इस इकाई की गतिविधियों में आप समस्याओं को संबोधित करने वाले शैक्षणिक दृष्टिकोण का उपयोग करेंगे।



ज़रा सोचिए

वापस उस बारे में सोचें जब आपने पिछली बार क्षेत्रफल और परिमाप के बारे में पढ़ाया था।

- क्या आपको अपने किसी छात्र-छात्रा को ऊपर वर्णित में से कोई समस्या होने के बारे में याद है?
- अपनी कक्षा के कुछ विशेष छात्र-छात्राओं के बारे में सोचें जिन्हें आपको लगता है इनमें से कुछ कठिनाइयाँ हुई होंगी। क्या आप किसी स्पष्ट उदाहरण के बारे में सोच सकते हैं जो यह सुझाता हो कि उनको ये कठिनाइयाँ आई थीं? किसी विशेष छात्र के बारे में सोचना भविष्य में आपकी अन्य छात्र-छात्राओं में समान समस्या को पहचानने में सहायता करेगा।

2 परिमाप की समझ को विकसित करना

गणितीय शब्दावली हमेशा इतनी सरल नहीं होती और कई बार सीखने की राह में बाधक के रूप में कार्य करती है। कई बार शिक्षक/शिक्षिकाओं के लिए गणितीय शब्दों एवं उनके उद्गम पर ध्यान देना छात्र-छात्राओं के लिए सराहनापूर्ण होता है। ग्रीक छात्र-छात्राओं को परिमाप शब्द को समझने में कठिनाई नहीं होती है क्योंकि ये ग्रीक शब्द पेरी (जिसका अर्थ है चारों तरफ) और मीटर (जिसका अर्थ है मापन) से बना है।

इस पहली गतिविधि में आप दिन-प्रतिदिन की वस्तुओं की परिमाप का वर्णन करके, समझ करके और पता लगा करके छात्र-छात्राओं से परिमाप की खोज (explore) करने के लिए कहेंगे। फिर आप समान परिमाप के अलग-अलग चतुर्भुज बना कर संभावित अंतरों की खोज (explore) करने के लिए इस ज्ञान का उपयोग करने के लिए कहेंगे और इन अवलोकनों का सामान्यीकरण करने के लिए कहेंगे।

इस इकाई में अपने छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने के पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह या आंशिक रूप से स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा, यदि आप इसका प्रयास अपने किसी सहयोगी के साथ करें, जब आप अनुभव पर विचार करेंगे तो आपको मदद मिलेगी। स्वयं प्रयास करने से आपको शिक्षार्थी के अनुभवों के भीतर झांकने का मौका मिलेगा, यह आपके शिक्षण और एक शिक्षक के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित करेगा।

जब आप तैयार हों, तब गतिविधियों का अपने छात्र-छात्राओं के साथ उपयोग करें और फिर से इस बात पर विचार करें कि गतिविधि कैसी हुई और क्या सीख मिली। इससे आपको अधिक छात्र-छात्राओं को केंद्र में रखने वाला शैक्षिक वातावरण बनाने में मदद मिलेगी।

गतिविधि 1: हमारे आस-पास की वस्तुओं की परिमाप का पता लगाना

इन कार्यों की तैयारी में, अपने छात्र-छात्राओं से पता लगाने और यदि संभव हो, तो कक्षा में दिखाई देने वाली कई वस्तुओं की परिमाप का पता लगाने के लिए कहें। उनके साथ परिमाप की गणितीय परिभाषा पर चर्चा करें जो कि द्वि-आयामी आकृति के चारों ओर का रास्ता (path) है।

भाग 1

छात्र-छात्रा जोड़े में कार्य करते हैं। उनसे उनके बस्ते और कक्षा में मिलने वाली कम से कम तीन वस्तुओं की परिमाप का पता लगाने के लिए कहें। उन्हें एक समय सीमा दें (उदाहरण के लिए, चार मिनट)। खड़े रहें और अवलोकन करें – हस्तक्षेप करने या अधिक संकेत देने की कोई आवश्यकता नहीं है। युग्म-कार्य में सहायता के लिए आप संसाधन 2 'सभी को जोड़ने के लिए युग्मन प्रबंधित करना' का उपयोग कर सकते हैं।

भाग 2

समय सीमा की समाप्ति पर अपने छात्र-छात्राओं से प्रतिक्रिया देने के लिए कहें। चूंकि उन्होंने अलग-अलग वस्तुओं की परिमाप का पता लगाया होगा, इसलिए उनके परिणाम समान नहीं होंगे।

अब छात्र-छात्राओं से जिन वस्तुओं की परिमाप का उन्होंने पता लगाया है उनकी आकृति के बारे में जानकारी और उन्हें पता लगाने के तरीके के बारे में प्रतिक्रिया देने के लिए कहें। ये उत्तर ब्लैकबोर्ड पर लिखें (ये उत्तर ब्लैकबोर्ड पर रहने दें – आप इन्हें गतिविधि 2 में उपयोग कर सकते हैं), या छात्र से आकर इन्हें लिखने के लिए कहें।

भाग 3

गतिविधि के इस भाग में छात्र-छात्राओं के पास वर्गाकार कागज का होना सहायक होता है।

छात्र-छात्रा जोड़े में कार्य करना जारी रखते हैं। छात्र-छात्रा 16 cm की परिमाप वाले जितने चतुर्भुजों या वर्गों के बारे में सोच सकता है, उससे उन्हें आरेखित करने और इस प्रश्न का उत्तर देने के लिए तैयार होने को कहें, 'आप इन समाधानों तक कैसे पहुंचें?'

संभावित समाधान और वे संभावित समाधानों तक कैसे पहुंचें इस बारे में प्रतिक्रिया लें। छात्र-छात्राओं को कारण बताने की कोशिश न करें (दो संख्याएं जिन्हें छः बनाने के लिए जोड़ा जा सकता है), बल्कि छात्र को ये अवलोकन निरूपित करने दें

वीडियो: अनुश्रवण करना और फीडबैक देना



केस स्टडी 1: गतिविधि 1 के उपयोग का अनुभव श्रीमती सुनीता बताती हैं

यह एक शिक्षिका की कहानी है जिसने अपने प्रारंभिक कक्षा के छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधि 1 का प्रयास किया।

जब मैंने छात्र-छात्राओं से कक्षा में परिमाप और क्षेत्रफल इंगित करने (point out) को कहा, तो मुझे आश्चर्य हुआ

जब उन्होंने यह नहीं कहा कि 'यह दरवाजे की परिमाप है' और दरवाजे के किनारे की ओर इशारा किया। कुछ छात्र-छात्राओं ने परिमाप की गणना करने का तरीका बताया जबकि अन्य हक्के-बक्के होकर देखते रहे।

मुझे उन्हें वाकई संकेत करना चाहिए था, और उनके यह कहने से पहले कि 'दरवाजे की परिमाप यह है' या 'ब्लैकबोर्ड की परिमाप यह होगी' और उनके हाथ और उंगलियों का उपयोग कर इंगित करने और बताने से पहले मुझे स्वयं एक उदाहरण देना चाहिए था। इस पर कुछ समय बिताने से, गतिविधि के अन्य भाग आराम से हो जाते हैं और मुझे यह महसूस हुआ कि अब अधिकांश छात्र-छात्रा समझते हैं कि वे किस बारे में बात कर रहे हैं और उन्होंने क्या पता लगाया, और परिमाप का पता लगाने का तरीका बेहतर तरीके से समझ चुके हैं।

जब गतिविधि का भाग 1 दिया गया तो वे सभी बेहद जिज्ञासु थे। उन्होंने परिमाप का पता लगाने के लिए अपने बस्ते में से कुछ वस्तुएँ निकाले। एक बहादुर छात्र धीरज अपनी पेंसिल की परिमाप का पता लगाने का प्रयास कर रहा था। उसने धागा पकड़ा उसे पेंसिल के चारों ओर घुमाया और उत्तर पाया, तो मैंने उससे ऐसा करने के दौरान हुई कठिनाई को लिखने को कहा और उसकी हम शेष कक्षा के साथ चर्चा करेंगे।

फिर उन वस्तुओं जिनकी परिमाप का उन्होंने पता लगाया और वे वहां तक कैसे पहुंचे इस बारे में हमने जीवंत चर्चा की। इस बिंदु पर हमने धीरज से उसके पूर्वानुमान पूरी कक्षा से साझा करने को कहा। तो चर्चा के दौरान यह निकलकर आया कि परिमाप ऐसी कोई चीज़ है जिसका वे द्वि-आयामी वस्तुओं के लिए पता लगा सकते हैं और हमने अधिक चर्चा आयामों और ठोस के बारे में की और यदि हम ठोस को लेकर कार्य कर रहे तो हम किन चीजों की परिमाप का पता लगाते (विभिन्न चेहरे, विभिन्न अनुप्रस्थ-काट आदि)। मैं न सिर्फ जिस गणित की चर्चा कर रहे थे उससे आश्चर्यचकित था बल्कि छात्र-छात्राओं की खुद अभिव्यक्त करने और गणितीय विचारों और सिद्धांतों के साथ आगे आने की क्षमता से भी अभिभूत था – वे छात्र-छात्रा भी सामने आए जो सामान्य तौर पर शर्मीले और चुपचाप रहने वाले थे।

निश्चित परिमाप वाले चतुर्भुज का आरेखण कक्षा के लिए वाकई बेहद मजेदार था। उन्होंने ये बहुत जल्दी कर लिया। कुछ ने गलतियां की क्योंकि उन्होंने बस दो किनारों को जोड़ा और 16cm. पाया, तो फिर इस बारे में भी उनके बीच लंबी-चौड़ी चर्चा हुई कि कैसे उनकी परिमाप 16 cm न होकर 32 cm थी। जैसा कि भले ही उन्हें भाग 3 में सभी विकल्प मिल गए हों, लेकिन शानु ने इस बात को बहुत अच्छे से व्यक्त किया। अन्य छात्र-छात्राओं को चर्चा में शामिल करने के लिए मैंने उनसे पूछा कि क्या वे शानु से सहमत हैं, कारण को समझते हैं क्या, और इस बात को किसी अन्य तरीके से व्यक्त कर सकते हैं या नहीं।

अपने शिक्षण अभ्यास के बारे में सोचना

जब आप अपनी कक्षा के साथ ऐसा कोई अभ्यास करें, तो बाद में सोचें कि क्या ठीक रहा और कहां गड़बड़ हुई। ऐसे सवाल सोचें जो छात्र-छात्राओं की रुचि बढ़ाए और जिसमें वे आगे बढ़ने में सक्षम हों, और जिनका स्पष्टीकरण करने की आवश्यकता हो। ऐसा चिंतन ऐसी 'शैली' (script) पता करने में सहायक होता है जिससे आप छात्र-छात्राओं में गणित के प्रति रुचि जगा सकें और उसे मनोरंजक बना सकें। यदि छात्र-छात्रा समझ नहीं पाते हैं तथा कुछ कर नहीं पाते हैं, तो वे शामिल होना नहीं चाहेंगे। जब भी आप गतिविधियां करें, इस विचार करने वाले अभ्यास का उपयोग करें। श्रीमती सुनीता की तरह कुछ छोटी-छोटी चीजें नोट करें जिनसे काफी फर्क पड़ जाता है।



ज़रा सोचिए

श्रीमती सुनीता के अध्याय में, धीरज के पेंसिल की परिमाप पता लगाने का प्रयास, ऐसी चर्चा की ओर लेकर गया जो श्रीमती सुनीता की मूल योजना से अलग था। आपको क्या लगता है छात्र-छात्राओं की चर्चा को अलग दिशा में ले जाने के क्या लाभ या हानि हैं? भावी अध्यायों की योजना बनाने में इसके क्या प्रभाव हो सकते हैं? अब सोचें कि कैसे आपकी स्वयं की कक्षा का इस गतिविधि को लेकर अनुभव कैसा रहा और निम्न प्रश्नों पर विचार करें:

- आपकी कक्षा में गतिविधि कैसी रही?
- अपने छात्र-छात्राओं के परिमाप की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपको किसी समय लगा कि आपको हस्तक्षेप करना चाहिए?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- क्या आपके किसी छात्र ने कुछ अप्रत्याशित किया, या कोई अलग दृष्टिकोण लिया जिससे शेष कक्षा के साथ अच्छी चर्चा शुरू हुई हो?
- क्या ऐसे विचार भी आए जिन्हें समझने में कुछ छात्र-छात्राओं को दिक्कत आई?
- आप उनकी सहायता कैसे कर पाए?

3 परिमाप के लिए समय-प्रभावी सूत्र विकसित करना

सूत्रों को सीखने के लिए अक्सर याद करने, या रटने पर निर्भर किया जाता है। कुछ छात्र-छात्रा इस पद्धति से सीखने में बहुत अच्छे होते हैं जबकि अन्य को दिक्कत आती है। हालांकि सभी छात्र-छात्राओं के लिए मुख्य सवाल यह है कि याद करने से किस तरह की शिक्षा प्राप्त होती है?

याद करने में समझने पर ध्यान नहीं दिया जाता और न ही समझ विकसित करने पर, और न ही अवधारणाओं का क्या मतलब हो सकता है, या उन्हें गणित के क्षेत्र से कैसे जोड़ा जा सकता है इसका अन्वेषण (exploration) करने में मदद मिलती है। यह पद्धति याद किए गए दैनिक कार्यों के सटीक पुनरुत्पादन पर ध्यान केंद्रित करती है। इसलिए किसी विषय के जटिल पहलुओं को समझना या जटिल चरणों वाले सूत्रों को सीखना अधिक कठिन हो सकता है। चूंकि अतिनिर्णीत अर्थों की कम या कोई समझ नहीं है, इसलिए तत्व छूट जाते हैं, विवरण धुंधला हो जाता है, तनाव बढ़ जाता है और परीक्षाओं में विफलता मिलती है।

सूत्रों को सीखने की बाधाओं को पार किया जा सकता है यदि छात्र-छात्राओं को कम आयु से ही स्वयं ही सूत्र निरूपण करने और सूत्रों को अर्थ देने का अवसर दिया जाए।

अगली गतिविधि का उद्देश्य गतिविधि 1 में विकसित छात्र-छात्राओं की समझ पर उन्हें स्वयं ही सूत्र बनाने का अवसर देना है। इसमें उनके उदाहरण शामिल करना और चतुर्भुज की परिमाप की गणना करने के लिए सूत्र व्यक्त करने के अलग तरीकों के निर्माण के लिए कहना है। आप उनसे इस बारे में सोचने के लिए भी कहेंगे कि क्यों अलग-अलग अभिव्यक्तियां समकक्ष हैं और उन्हें सूत्र विकसित करने का उद्देश्य भी बताएं, जो कि अधिक सक्षम होना और समय बचाना है।

गतिविधि 2: सूत्र और समय-कौशल

इस कार्य के लिए गतिविधि 1 के भाग 2 का उपयोग करें जिसे आपने ब्लैकबोर्ड पर लिखा था।

- छात्र-छात्राओं से युग्मों में तीन मिनट तक इस बात पर चर्चा करने के लिए कहें कि कैसे वे किसी चतुर्भुज की परिमाप की गणना करने के लिए तरीका निकाल सकते हैं इसमें और कम समय लगेगा (ब्लैकबोर्ड पर हो

सकता है इसके पहले से कुछ उदाहरण हों।

- उनसे प्रतिक्रिया लें और उसकी पूरी कक्षा के साथ चर्चा करें। सुनिश्चित करें कि छात्र परिमाप की गणना करने के लिए अलग-अलग रूप अपनाएं (अन्यथा छात्र-छात्राओं से पूछें कि क्या उन्हें कोई और तरीका पता है), उदाहरण के लिए: लंबाई + चौड़ाई + लंबाई + चौड़ाई और

$2(l + w)$ और $2l + 2w$ ।

- छात्र-छात्राओं को इस बारे में चर्चा करने दें कि क्यों ये अलग-अलग सूत्र समान परिणाम देंगे।

वीडियो: जोड़े में कार्य का उपयोग करना



केस स्टडी 2: गतिविधि 2 के उपयोग का अनुभव श्रीमती सुनीता बताती हैं

मुझे यह गतिविधि करना अच्छा लगा। यह बहुत ही तेज़ गति का था। गतिविधि 1 से ब्लैकबोर्ड पर काफी कुछ उदाहरण मौजूद थे, लेकिन मैंने फौरन कुछ और उदाहरणों की माँग की। मैंने ऐसा इसलिए किया कि मैं चाहती थी कि गतिविधि 1 के साथ इसके संबंध को और स्पष्ट किया जाए, और छात्र-छात्राओं को उनके द्वारा हल किए जाने वाले गणित के लिए और भी अधिक जोड़ सकूँ, और साथ ही, इसलिए भी कि मैंने सोचा कि यह छात्र-छात्राओं को कई उदाहरणों से सामान्यीकरण करने के अनुभव का एक बेहतर अवसर दे सके।

छात्र-छात्राओं को पहले अपने साथी से चर्चा करने के लिए कहना भी बहुत कारगर साबित हुआ। इसने उन्हें अपने विचारों को शब्दों में व्यक्त करने, आपस में किन्हीं प्रश्नों को सुलझाने का मौका दिया और पूरी कक्षा की टिप्पणियों का सामना करने से बचा लिया। यह एक शिक्षक के रूप में मेरे लिए भी उपयुक्त रहा, क्योंकि जो वे कहने वाले थे उन्होंने उसका अभ्यास किया था और इस प्रकार हमें कक्षा में चर्चा के लिए वास्तव में अच्छे और सुबोध तर्क मिले!



ज़रा सोचिए

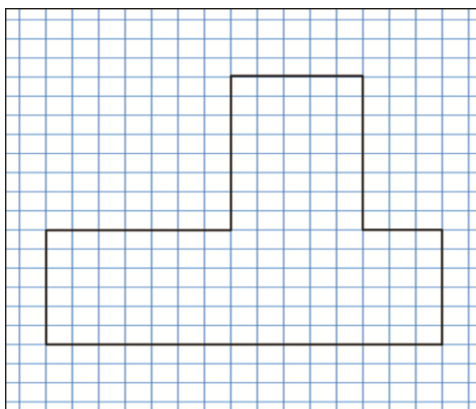
- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- आपके छात्र-छात्रा चर्चा में किस प्रकार सम्मिलित हुए?
- क्या सभी छात्र-छात्राओं ने भाग लिया?
- यदि नहीं, तो आप अगली बार भाग लेने में उनकी किस तरह सहायता कर सकते हैं?

गतिविधि 3: वर्ग गणना विधि का उपयोग करते हुए आकृतियों का क्षेत्रफल निकालना

इस कार्य की तैयारी के लिए छात्र-छात्राओं से कक्षा में उन्हें दिखाई देने वाली कई वस्तुओं के क्षेत्रफलों की ओर इंगित करने के लिए कहें।

भाग 1: क्षेत्रफल की गणना के लिए वर्ग गणना विधि पर पूरी कक्षा में चर्चा

छात्र-छात्राओं को बिना माप के चौकोर खानों वाले कागज़ पर चित्रित संयुक्त आकृति दिखाएँ, जिसके लिए सूत्र का उपयोग करते हुए क्षेत्रफल की गणना करना मुश्किल हो। इरादा यह है कि छात्र-छात्राओं को सूत्रों का उपयोग करने के बजाय क्षेत्रफल की गणना के लिए किसी और दृष्टिकोण के बारे में सोचना पड़े। चित्र 1 में दिया गया आकृति एक उदाहरण है।



चित्र 1 एक संयुक्त आकृति

- छात्र-छात्राओं से यह बताने के लिए कहें कि इस आकृति की परिमाप क्या होगी। फिर उनसे पूछें कि इस आकृति का क्षेत्रफल क्या होगा।
- छात्र-छात्राओं से सुझाव माँगें कि वे इस आकृति का क्षेत्रफल किस प्रकार निकाल सकते हैं। यदि छात्र वर्गों की गिनती का विकल्प नहीं सुझाते हैं, तो चौकोर खानों वाले कागज़ के साथ काम करते समय इसे सरल और प्रभावी तरीके के रूप में सुझाएँ।

भाग 2: समान क्षेत्रफल वाली आकृतियों का निर्माण

- चौकोर खानों वाले कागज़ पर (1 cm^2 चौकोर खानों वाला कागज़ यहाँ अच्छी तरह काम करेगा) छात्र-छात्राओं से, जोड़ों में काम करते हुए, 12 क्षेत्रफल वाली कम से कम तीन आकृतियों का निर्माण करने के लिए कहें। आप यह निर्दिष्ट कर सकते हैं कि प्रत्येक
- बाजू की लंबाई पूर्ण संख्या में हों। यदि आप यह शर्त निर्धारित नहीं करना चाहते हैं, तो आप पाएँगे कि आपके कुछ अधिक उद्यमी छात्र-छात्रा अतिरिक्त आकृति तैयार करने के लिए इकाइयों के अंशों के साथ प्रयोग कर रहे हैं। इससे उन्हें आगे अपनी सोच का विस्तार करने में मदद मिलेगी।

छात्र-छात्राओं से कहें कि वे अपने पास बैठे दूसरों के साथ अपना कार्य साझा करें, और फिर सूचित करें कि उन्होंने अपने पसंदीदा उदाहरण का निर्माण किस प्रकार किया।

वीडियो: सीखने की योजना तैयार करना



केस स्टडी 3: गतिविधि 3 के उपयोग का अनुभव श्रीमती सुनीता बताती हैं

गतिविधि 3 के पहले भाग के रूप में, छात्र-छात्राओं ने वास्तव में आकृति का क्षेत्रफल और परिमाप बताने में परेशानी

महसूस की। वे सूत्रों का उपयोग करके उसकी गणना करना चाहते थे। लेकिन मैंने इस बात पर जोर दिया और उन्हें ब्लैकबोर्ड के पास आने और अपने हाथों और अंगुलियों से क्षेत्रफल और परिमाप दिखाने के लिए कहा।

एक गलतफहमी जिसने मुझे चौंकाया, वह थी जब छात्र-छात्राओं ने सबसे अधिक लंबाई और सबसे अधिक ऊँचाई की ओर इशारा किया और कहा कि वह उसका क्षेत्रफल है, जिससे स्पष्ट था कि वास्तव में वे नहीं जानते थे कि क्षेत्रफल क्या है। इसलिए मैं वाकई खुश हूँ कि मैं डटी रही और उन्हें नहीं बताया, या संकेत नहीं दिया कि क्षेत्रफल और परिमाप क्या हैं।

जब मैंने छात्र-छात्राओं से संयुक्त आकृति का क्षेत्रफल निकालने के लिए कहा, तो पहले कुछ छात्र हैरान थे। कुछ छात्र-छात्राओं ने आकृति को आयतों और वर्गों में विभाजित भी किया और उन्हें जो सूत्र याद थे, उनका उपयोग करते हुए उनके क्षेत्रफल की गणना की। इसलिए मैंने उन्हें किसी और ऐसी विधि के बारे में सोचने के लिए उकसाया, जो काम आए।

छात्रा सारिका और उसके समूह ने तब वर्गों की गिनती करने का सुझाव दिया। जब इस विचार को परखा गया और पूरी कक्षा में प्रदर्शित किया गया, तो मैंने छात्र-छात्राओं से कहा कि वे 12 cm^2 क्षेत्रफल की कम से कम तीन आकृति बनाएँ। मैं छात्र-छात्राओं द्वारा प्रस्तुत कई उदाहरणों और उनकी जटिलताओं पर हैरान थी।

गतिविधि ने मुझे उन कार्यों को और सुधारने पर विचार करने के लिए प्रेरित किया जो मैं जानती थी कि अच्छे और अनोखे हैं जिन्हें अन्य समृद्ध कार्यों में बदला जा सकता है। आने वाले हफ्तों में मैं अपने द्वारा उपयोग किए जाने वाले ऐसे कार्यों को एक ओर रखूँगी जो मेरे विचार में रोचक हैं, और इस बारे में सोचूँगी कि उन्हें कैसे सुधारा जा सकता है ताकि मैं उनका अन्य गणितीय अवधारणाओं को पढ़ाने के लिए भी मजेदार कार्यों के रूप में उपयोग कर सकूँ।



ज़रा सोचिए

- आपकी कक्षा कैसी रही?
- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपने श्रीमती सुनीता की तरह कार्य को किसी प्रकार संशोधित किया था?
- यदि हाँ, तो ऐसा करने के पीछे आपका क्या तर्क था?

4 क्षेत्रफल और परिमाप की अवधारणाओं के बीच अंतर दर्शाना

क्षेत्रफल और परिमाप के बारे में सीखते समय सामने आने वाली समस्याओं में से एक रहा है छात्र-छात्राओं द्वारा दोनों अवधारणाओं के बीच भेद को नहीं समझना। लगता है परिपक्व छात्र-छात्रा भी इससे प्रभावित होते हैं। रिंकी (1997) ने रिपोर्ट की कि जब प्रारंभिक सेवा-पूर्व शिक्षकों को एक छायांकित ज्यामितीय आकृति की परिमाप और क्षेत्रफल का पता लगाने के लिए कहा गया, तब उनमें से कई ने परिमाप और क्षेत्रफल दोनों जानने के लिए उसी विधि का ग़लत तरीके से उपयोग किया।

छात्र-छात्राओं को इस अंतर के बारे में जागरूक करने के लिए, अगली गतिविधि में आप पिछली गतिविधियों के समान एक ही संरचना का उपयोग करेंगे, लेकिन उनमें थोड़ा सुधार किया जाएगा। फिर आप छात्र-छात्राओं से पहले ऐसी आकृतियों का निर्माण करने के लिए कहेंगे जिनका क्षेत्रफल एकसमान लेकिन परिमाप अलग हो, और फिर ऐसे आकृति जिनकी परिमाप एकसमान हो, लेकिन क्षेत्रफल अलग-अलग।

गतिविधि 4: क्षेत्रफल और परिमाप का साथ-साथ पता लगाना

यह गतिविधि, काम करते समय छात्र-छात्राओं की निगरानी और प्रतिक्रिया देने के माध्यम से उनके निष्पादन में सुधार

लाने का अच्छा अवसर प्रदान करती है। संभव है इसके लिए आप योजना में मदद के रूप में महत्वपूर्ण संसाधन 'अनुश्रवण करना और फीडबैक देना' पर नज़र डालना चाहें।

- छात्र-छात्राओं को कम से कम तीन ऐसी आकृतियों का निर्माण करने के लिए कहें जिसमें:
 - एकसमान क्षेत्रफल लेकिन परिमाप अलग हों
 - एकसमान परिमाप लेकिन विभिन्न क्षेत्रफल हों।
- छात्र-छात्राओं को अपनी मेज़ पर दूसरों के साथ अपने कार्य को साझा करने, फिर अपने पसंदीदा उदाहरणों के निर्माण की पद्धति सूचित करने, और माप के लिए प्रयुक्त इकाइयों पर ध्यान देने के लिए कहें (उदाहरण के लिए, परिमाप के लिए सेंटीमीटर और क्षेत्रफल के लिए cm^2)।
- छात्र-छात्राओं से इस पर अपने विचार बताने के लिए कहें कि उनकी नज़र में इन मापों का उपयोग क्यों करना चाहिए।

केस स्टडी 4: गतिविधि 4 के उपयोग का अनुभव श्रीमती सुनीता बताती हैं

पहला प्रश्न काफी तेज़ी से और अधिक उत्साह के साथ संपन्न किया गया। जैसे ही वे जान गए कि वे वर्ग इकाइयों को अपनी इच्छानुसार पुनर्व्यवस्थित कर सकते हैं, तो उन्होंने एकसमान क्षेत्रफल के साथ बड़ी आसानी से वर्ग तैयार किए।

कुछ छात्र-छात्राओं ने एकसमान क्षेत्रफल और परिमाप के साथ आकृति बनाते हुए: कुछ और सवाल उठाए। इससे माप और आयामों के बारे में एक ज़ोरदार चर्चा चल पड़ी; कि परिमाप और क्षेत्रफल एकसमान नहीं हो सकते हैं क्योंकि परिमाप को एक-आयामी माप (cm) में व्यक्त किया जाता है और क्षेत्रफल दो आयामी है और cm^2 में व्यक्त किया जाता है।

मैंने यह भी नोट किया कि छात्र-छात्राओं ने अपनी पिछली सीख को नई सीख के साथ जोड़ते हुए, पिछली गतिविधि में उनके द्वारा तैयार पहले के उदाहरणों पर भी नज़र डाली – मुझे यह अच्छा लगा। इसने उन्हें दूसरे प्रश्न तक पहुँचने और उसका हल ढूँढ़ने को भी आसान बना दिया।



ज़रा सोचिए

- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपको लगा कि आपको किसी समय हस्तक्षेप करना होगा?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- समूह कार्य के दौरान, क्या आपने योगदान न देने वाले या काम को करने की विधि न समझने की प्रतीति देने वाले किसी छात्र को नोटिस किया था?
- यदि हाँ, तो कैसे आप अपनी भावी योजना में इसका समाधान करेंगे?

5 माप की इकाइयाँ और बड़े आयामों के साथ काम करना

पिछले अनुभाग में आपने क्षेत्रफल और परिमाप निकालने के लिए प्रयुक्त मापों पर ध्यान केंद्रित किया। छात्र-छात्राओं को मीटर, सेंटीमीटर, इंच आदि जैसी माप की इकाइयों का उपयोग करने के लिए कहा जाना चाहिए, लेकिन स्वयं अपने अनुभव से समझे बिना कि ऐसा करना वास्तव में क्यों अच्छा है। माप की इकाई परंपरा या क़ानून द्वारा मानक के रूप में परिभाषित और अपनाया गया माप है, जैसे कि मीटर, ग्राम या लीटर।

अगली गतिविधि में आप अपने छात्र-छात्राओं से कहेंगे कि वे समूहों में स्वयं अपने मापों का उपयोग करते हुए कक्षा से बाहर किन्हीं क्षेत्रफल और परिमापों का पता लगाएँ, और फिर कक्षा के अन्य छात्र-छात्राओं के साथ निष्कर्षों की तुलना और चर्चा करें। इस तरह कक्षा के बाहर गणित को ले जाने से छात्र-छात्राओं में यह जागरूकता आएगी कि गणित हमारे चारों ओर है। साथ ही, यह उन्हें पेंसिल और कागज़ की अपेक्षा बड़े आकारों के साथ काम करने का अनुभव पाने का अवसर देता है।

गतिविधि 5: अलग इकाई मापों का उपयोग करते हुए बड़े नियमित आकारों का क्षेत्रफल और परिमाप जानना

कक्षा के बाहर की यह गतिविधि उस समय कारगर रूप से काम करती है जब छात्र-छात्रा चार या पाँच के समूह में काम करते हैं और उन्हें अपने समूहों में भूमिकाएँ आवंटित कर दी जाती हैं। उदाहरण के लिए, दो छात्र-छात्राओं को मापने, एक छात्र को उस पर निगरानी रखने, एक या दो छात्र-छात्राओं को प्रेक्षण रिकॉर्ड करने के लिए कहा जा सकता है। यदि आपके छात्र-छात्राओं को डिजिटल कैमरा या कैमरा वाले मोबाइल फ़ोन तक पहुँच हासिल है, तो इनका छात्र-छात्राओं द्वारा अपने समूहों में मापे गए आकारों की तस्वीर लेने के लिए इस्तेमाल किया जा सकता है। वैकल्पिक रूप से, जब छात्र कक्षा के बाहर काम कर रहे हों, तब लिखने के बजाय माप रिकॉर्ड करने के लिए टेप रिकॉर्डर का इस्तेमाल किया जा सकता है।

भाग 1: बड़े आकारों की परिमाप और क्षेत्रफल निकालना

आप छात्र-छात्राओं से जो काम करने के लिए कह रहे हैं, वह है कक्षा के बाहर किसी निश्चित समयावधि में यथासंभव बड़े आकारों को मापना और परिमाप निकालना। उदाहरण के लिए, वे मैदान, फूलों की क्यारी, जल पंप वाले क्षेत्र की परिमाप और क्षेत्रफल माप सकते हैं। छात्र-छात्राओं के साथ मापने योग्य आकृतियों की सूची तय करें ताकि बाद में मापों की तुलना की जा सके।

छात्र-छात्राएँ मीटर जैसी किसी मीट्रिक माप का उपयोग न करें, बल्कि छड़ी, पाँव या कदम आदि जैसे स्वयं अपने 'माप' का उपयोग करें।

भाग 2: निष्कर्षों की तुलना

कक्षा में लौटने पर, छात्र-छात्राओं से उनके निष्कर्षों के बारे में पूछें और उन्हें ब्लैकबोर्ड पर लिखें।

छात्र-छात्राओं से पूछें कि क्या सबके माप एकसमान हैं। किनमें समानता थी और क्या अलग था? क्या मापने में उन्हें किसी परेशानी का सामना करना पड़ा था? क्या वे इस तरह के मापन के लिए और अधिक प्रभावी और सही तरीके के बारे में सोच सकते हैं?

केस स्टडी 5 : श्री विकास गतिविधि 5 के उपयोग का अनुभव बताते हैं

कक्षा ने सोचा था कि इस गतिविधि को बहुत ही आसानी से पूरा किया जा सकता है, लेकिन जब उन्होंने वास्तव में काम शुरू किया, तो उन्हें कई चुनौतियों का सामना करना पड़ा। कुछ लोगों ने जो छड़ी उन्हें मिली उसका उपयोग किया, कुछ ने अपने कदमों की लंबाई का उपयोग किया, तो कुछ ने अपनी बाँहों की लंबाई आदि का।

चर्चा के दौरान हमने पाया कि छात्र सोच रहे थे कि इकाइयों के लिए क्या लिखा जाए। इससे उन्हें यह समझने में मदद मिली कि जब प्रत्येक समूह माप की अलग 'इकाई' का उपयोग करता है, तो तुलना करने में समस्या हो सकती है। उन्होंने अपने आप सुझाव दिया कि माप की मानक इकाइयों का उपयोग करना एक अच्छा विचार हो सकता है!

चर्चा के दौरान, छात्र-छात्राओं ने मज़ाकिया ढंग से आयाम के पहलुओं और साथ ही, विभिन्न आयामी माप के बारे में बातें की, जैसे कि छड़ी² में क्षेत्रफल का वर्णन करना!

6 सारांश

इस इकाई ने अवधारणाओं के बीच समझ और अंतर विकसित करने के लिए छात्र-छात्राओं की मदद करते हुए क्षेत्रफल और परिमाप की गणितीय अवधारणाओं को जानने पर ध्यान केंद्रित किया। गतिविधियों में छात्र-छात्राओं से अपने आस-पास उपलब्ध उदाहरणों और वस्तुओं का उपयोग करने तथा अपने सहज ज्ञान युक्त समझ को बढ़ाने के लिए कहा गया।

इस इकाई को पढ़ते हुए आपने सोचा होगा कि किस प्रकार अपने छात्र-छात्राओं को स्वयं उदाहरण तैयार करने, गणितीय रूप से सोचने और उसमें शामिल विचार प्रक्रियाओं पर गौर करने में सक्षम किया जाए।

आपने यह भी सोचा होगा कि जोड़ियों, समूहों और समग्र-कक्षा की चर्चाओं में परस्पर बातचीत के माध्यम से सीखते हुए क्षेत्रफल और परिमाप की अवधारणाओं को समझने में अपने छात्र-छात्राओं की कैसे मदद की जाए।



ज़रा सोचिए

इस इकाई में आपके द्वारा प्रयुक्त तीन विधियों को पहचानें, जो अन्य विषयों को पढ़ाते समय भी उपयोग में लाई जा सकती हैं। दो ऐसे विषयों को नोट करें जो आप जल्द ही पढ़ाने वाले हैं जहाँ इन विचारों को थोड़े-बहुत सुधार के साथ इस्तेमाल किया जा सकता है।

संसाधन

संसाधन 1: NCF/NCFTE की शिक्षण आवश्यकताएँ

यह इकाई निम्न NCF (2005) तथा NCFTE (2009) की शिक्षण आवश्यकताओं से जोड़ता है तथा उन आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगा:

- छात्र-छात्राओं को उनके शिक्षण में सक्रिय प्रतिभागी के रूप में देखें न कि सिर्फ ज्ञान प्राप्त करने वाले के रूप में; ज्ञान निर्माण के लिए उनकी क्षमताओं को कैसे प्रोत्साहित करें; रोट पद्धतियों (रटना) से शिक्षण को दूर कैसे ले जाएँ।
- चलिए कुछ ऐसा करें कि छात्र गणित को किसी चर्चा के विषय के रूप में देखें, जिसके बारे में वे बात कर सकें, जिस पर वे स्वयं आपस में विचार-विमर्श करें, जिस पर साथ मिलकर कार्य करें।

संसाधन 2: सभी को शामिल करने के लिए जोड़ों का प्रबंधन

जोड़ी में काम, सभी को शामिल करने से संबंधित है। चूँकि छात्र-छात्रा भिन्न होते हैं, जोड़ियाँ इस प्रकार बनाई जाए कि सभी समझ सकें कि उन्हें क्या करना है, वे क्या सीख रहे हैं और उनसे आप क्या उम्मीद कर रहे हैं। अपनी कक्षा में जोड़ी कार्य दिनचर्या स्थापित करने के लिए, आपको निम्न करना चाहिए:

- जोड़ियाँ बनाएँ जिनमें छात्र-छात्राओं को काम करना है। कभी-कभी छात्र मित्रों की जोड़ी में काम करेंगे; कभी-कभी वे नहीं करेंगे। सुनिश्चित करें कि वे यह समझ जाएँ कि उनकी सीख बढ़ाने में मदद करने के लिए आप उनकी जोड़ियाँ तय करेंगे।
- अधिक चुनौतीपूर्ण बनाने के लिए, कभी आप मिश्रित क्षमता और भिन्न भाषाओं वाले छात्र-छात्राओं की जोड़ियाँ बना सकते हैं, ताकि वे एक दूसरे की मदद करें; अन्य समय में आप एकसमान स्तर पर काम करने वाले छात्र-छात्राओं की जोड़ी बना सकते हैं।
- रिकॉर्ड रखें ताकि आपको अपने छात्र-छात्राओं की क्षमताओं की जानकारी हो और आप तदनुसार उनकी जोड़ी बना सकें।

- शुरुआत में, उन परिवार और समुदायों के सदस्यों के उदाहरणों का उपयोग करते हुए जोड़ी में काम करने के लाभ समझाएँ, जहाँ लोग सहयोग करते हैं।
- प्रारंभिक कार्य संक्षिप्त और स्पष्ट रखें।
- छात्र-छात्राओं की जोड़ियों पर निगरानी रखें ताकि सुनिश्चित हो सके कि वे उसी प्रकार काम कर रहे हैं जैसा कि आप चाहते हैं।
- छात्र-छात्राओं को उनकी जोड़ी में भूमिकाएँ और जिम्मेदारियाँ सौंपें, जैसे कि किसी कहानी के दो किरदार, या सरल लेबल ('1' और '2', या 'A' और 'B' के रूप में) दें। उनके द्वारा एक दूसरे का सामना करने के लिए जाने से पहले ऐसा करें ताकि वे सुन लें।
- सुनिश्चित करें कि छात्र-छात्रा एक दूसरे का सामना करने के लिए बैठते समय आसानी से घूम या चल-फिर सकें।

जोड़ी में काम के दौरान, छात्र-छात्राओं को बताएँ कि प्रत्येक कार्य के लिए उनके पास कितना समय है और नियमित रूप से बाकी समय बताते रहें। उन जोड़ों की प्रशंसा करें जो एक दूसरे की मदद करते हैं और काम पर बने रहते हैं। जोड़ों को जमने और अपने स्वयं के समाधान खोजने के लिए समय दें – छात्र-छात्राओं द्वारा काम के बारे में सोचने और वे क्या कर सकते हैं दर्शाने से पहले शीघ्र काम में शामिल होना आकर्षक हो सकता है। अधिकांश छात्र-छात्रा ऐसे परिवेश को पसंद करते हैं जहाँ हर कोई बोलता और काम करता रहता है। जब आप देखते और सुनते हुए कक्षा में चारों ओर चहलकदमी कर रहे हों, तब नोट करें कि कौन साथ में सहज है, और जो शामिल नहीं किया गया है उसके प्रति सतर्क रहें, और किन्हीं सामान्य त्रुटियों, अच्छे विचारों या सारांश बिंदुओं को नोट करें।

काम के अंत में छात्र-छात्राओं द्वारा विकसित चीजों के बीच संबंध जोड़ने में आपकी भूमिका है। आप कुछ जोड़ों को अपने काम को दिखाने के लिए चुन सकते हैं, या आप उनके लिए इसे संक्षेप में प्रस्तुत कर सकते हैं। छात्र-छात्रा एक साथ काम करते समय उपलब्धि की भावना महसूस करना पसंद करते हैं। ज़रूरी नहीं कि प्रत्येक जोड़ी आपको वापस रिपोर्ट करे – इसमें बहुत ज्यादा समय लग जाता है – लेकिन अपने प्रेक्षण के आधार पर उन छात्र-छात्राओं का चयन करें जो ऐसे सकारात्मक योगदान करने में सक्षम हों, जिससे दूसरों को सीखने में मदद मिले। यह आम तौर पर योगदान देने में शर्मीले स्वभाव के छात्र-छात्राओं के लिए उनमें आत्म-विश्वास निर्माण करने का एक अवसर हो सकता है।

यदि आपने छात्र-छात्राओं को हल करने के लिए कोई समस्या दी है, तो आप एक मॉडल उत्तर दे सकते हैं और फिर उन्हें कह सकते हैं कि वे अपने जवाब को सुधारने के तरीके पर जोड़ों में चर्चा करें। इससे उन्हें स्वयं अपने शिक्षण के बारे में सोचने और अपनी गलतियों से सीखने में मदद मिलेगी।

यदि आप जोड़ी में कार्य करवाने के लिए नए हैं, तो कार्य, समय या जोड़ों के संयोजन के संबंध में आप कोई बदलाव करना चाहते हैं तो उन परिवर्तनों पर नोट्स तैयार करना महत्वपूर्ण है। यह ज़रूरी है क्योंकि इस प्रकार आप सीख सकते हैं और अपने शिक्षण में सुधार कर सकते हैं। सफल जोड़ी कार्य का आयोजन स्पष्ट निर्देश और अच्छे समय प्रबंधन, साथ ही, संक्षिप्त सार तैयार करने से जुड़ा हुआ है – यह सब अभ्यास से आता है।

अतिरिक्त संसाधन

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: <http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics>
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: <https://www.ncetm.org.uk/>
- National STEM Centre: <http://www.nationalstemcentre.org.uk/>
- National Numeracy: <http://www.nationalnumeracy.org.uk/home/index.html>
- BBC Bitesize: <http://www.bbc.co.uk/bitesize/>
- Khan Academy's math section: <https://www.khanacademy.org/math>

- NRICH: <http://nrich.maths.org/frontpage>
- Art of Problem Solving's resources page: <http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php>
- Teachnology: <http://www.teach-nology.com/worksheets/math/>
- Math Playground's logic games: <http://www.mathplayground.com/logicgames.html>
- Maths is Fun: <http://www.mathsisfun.com/>
- Coolmath4kids.com: <http://www.coolmath4kids.com/>
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: <http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm>
- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 1 ('Aspects of Teaching Mathematics'), Block 2 ('Numbers (I)'), Block 3 ('Numbers (II)'), Block 5 ('Measurement'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html>
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 4 ('On Spatial Learning'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html>
- *Manual of Mathematics Teaching Aids for Primary Schools*, published by NCERT: <http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/pks-primarymanual.pdf>
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremjifoundation.org/Foundation_Publications
- Textbooks developed by the Eklavya Foundation with activity-based teaching mathematics at the primary level: http://www.eklavya.in/pdfs/Catalouge/Eklavya_Catalogue_2012.pdf
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including *List of Hands-on Activities in Mathematics for Classes III to VIII*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': <http://cbse.nic.in/welcome.htm>

संदर्भ / संदर्भ-ग्रंथ सूची

Bouvier, A. (1987) 'The right to make mistakes', *For the Learning of Mathematics*, vol. 7, no. 3, pp. 17–25.

Dörfler, W. (1991) 'Meaning: image schemata and protocols: plenary lecture' in Furinghetti, F. (ed.) *Proceedings of PME XV, Vol. I*, pp.95–126.

Freudenthal, H. (1991) *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Dordrecht: Kluwer.

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*. New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education (NCFTE)*. New Delhi: NCERT.

Reinke, K.S. (1997) 'Area and perimeter: preservice teachers' confusion', *School Science and Mathematics*, vol. 97, pp. 75–7.

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

अभिस्वीकृतियाँ

यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है

(<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>), जब तक कि अन्यथा निर्धारित न किया गया हो। यह

लाइसेंस TESS-India, OU और UKAID लोगो के उपयोग को वर्जित करता है, जिनका उपयोग केवल TESS-India परियोजना के भीतर अपरिवर्तित रूप से किया जा सकता है।

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो प्रकाशकों को पहला अवसर मिलते ही आवश्यक व्यवस्थाएँ करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत-भर के उन शिक्षक प्रशिक्षकों, प्रधानाध्यापकों, शिक्षकों और छात्र-छात्राओं के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन युनिवर्सिटी के साथ काम किया।