

अमूर्त गणित के लिए संदर्भ तैयार करना: समीकरण



भारत में विद्यालय आधारित
समर्थन के माध्यम से शिक्षक
शिक्षा
www.TESS-India.edu.in



<http://creativecommons.org/licenses/>



संदेश



शिक्षकों को बाल केंद्रित कक्षा अभ्यास की ओर उन्मुख करने तथा शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्देश्यों को सम्मुख रखते हुए TESS-India राष्ट्रीय स्तर पर कार्यरत है। इस दिशा में TESS-India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) का विकास किया गया है। ये संसाधन शिक्षकों तथा शिक्षक-प्रशिक्षकों के वृत्ति विकास (Professional development) में लाभकारी एवं उपयोगी सिद्ध होंगे। राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के नेतृत्व में इन संसाधनों का स्थानीयकृत किया गया है, जिसके अन्तर्गत इनके उद्देश्य के मूल को बरकरार रखते हुए इनमें स्थानीय, भाषा, बोली, प्रथाओं, संस्कृतियों तथा नियमों को सम्मिलित किया गया है। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता एवं सुगमता पूर्वक किया जा सकता है।

राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के मार्गदर्शन में TESS-India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) नेट पर आप सभी के लिए सुलभ उपलब्ध है।

शुभकामनाओं सहित।

(डॉ० मुरली मनोहर सिंह)

निदेशक

एस०सी०ई०आर०टी०, बिहार

समीक्षा एवं दिशाबोध
डॉ. मुरली मनोहर सिंह, निदेशक राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. सेयद अब्दुल मोईन, विभागाध्यक्ष, अध्यापक शिक्षा विभाग, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. कासिम खुशीद, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्
डॉ. इम्तियाज आलम, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. स्नेहाशीष दास राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. अर्चना, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. रीता राय, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
श्री तेज नारायण प्रसाद, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार

स्थानीयकरण
भाषा और शिक्षा
डॉ. ज्ञानदेव मणि त्रिपाठी, प्राचार्य, मैत्रेय कॉलेज ऑफ एडुकेशन एण्ड मैनेजमेंट, हाजीपुर, वैशाली
श्री सुमन सिंह, प्रखंड साधनसेवी, भगवानपुर हाट, सिवान
श्री कात्यायान कुमार त्रिपाठी, प्राथमिक विद्यालय चैलीटाल, पटना
श्री कृत प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, हिलसा, नालंदा
प्राथमिक अंग्रेजी
श्री अरशद रजा, सहायक शिक्षक, प्राथमिक विद्यालय, पचासा रहुई, नालंदा
श्री संतोष सुमन, सहायक शिक्षक, बालिका उच्च विद्यालय, महुआबाग
श्री शशि भूषण पाण्डेय, सहायक शिक्षक, उत्क्रमित मध्य विद्यालय, मुकुन्दपुर, नालंदा
श्रीमती रचना त्रिवेदी, शिक्षिका, नोट्रेडेम अकादमी, पटना
माध्यमिक अंग्रेजी
श्री मणिशंकर, प्रधानाध्यापक, तारामणी भगवानसाव उच्च माध्यमिक विद्यालय, कोइलवर, भोजपुर
डॉ. ब्रजेश कुमार, शिक्षक, पी. एन. एंग्लो संस्कृत माध्यमिक विद्यालय, नया टोला, पटना
प्राथमिक गणित
श्री कृष्ण कान्त ठाकुर
श्री दिलीप कुमार, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, बुलनी हैदरपुर, नालंदा
श्री गोविन्द प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, चनपटिया, पश्चिमी चम्पारण
माध्यमिक गणित
डॉ. राकेश कुमार, भागलपुर डायट
श्री रिजवान रिजवी, उत्क्रमित मध्य विद्यालय, सिलौटा चाँद, कैमूर
श्री इन्द्रभूषण कुमार, शिक्षक, सहयोगी माध्यमिक विद्यालय, हाजीपुर, वैशाली
प्राथमिक विज्ञान
श्री मनोज त्रिपाठी, प्रखंड साधनसेवी, बरहारा, भोजपुर
श्री शशिकान्त शर्मा, प्रखंड साधनसेवी, आरा, भोजपुर
श्री रणबीर सिंह, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, आदर्श आवासीय मध्य विद्यालय शिक्षक संघ, सहरसा
माध्यमिक विज्ञान
श्री जी.वी.एस.आर प्रसाद
श्री मुकुल कुमार, शिक्षक, सहायक शिक्षक, गोरखनाथ सूर्यदेव माध्यमिक विद्यालय, राजापाकर वैशाली

TESS-India (Teacher Education Through School Based Support) का लक्ष्य है भारत में मुक्त शैक्षिक संसाधनों के द्वारा प्राथमिक और माध्यमिक स्तरों पर शिक्षकों के कक्षा अभ्यासों को बेहतर करना। ये संसाधन शिक्षकों के छात्र-केन्द्रित, भागीदारी दृष्टिकोण को विकसित करने में सहायता करेंगे।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन (**Open Education Resources – OERs**) शिक्षकों को विद्यालय की पाठ्यपुस्तक के लिए सहायक पुस्तिका प्रदान करते हैं। ये संसाधन शिक्षकों के लिए गतिविधियाँ प्रदान करते हैं जो वे कक्षा में अपने छात्रों के साथ कर सकते हैं। साथ ही इनमें केस स्टडी भी हैं जो ये दर्शाते हैं कि किस प्रकार दूसरे शिक्षकों ने उस विषय को सिखाया है। संबंधित संसाधन शिक्षकों को पाठ योजना बनाने में और विषय पर ज्ञान वर्धन करने में उनकी सहायता करते हैं।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल हैं। ये भारतीय तथा अंतर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार किये गये हैं और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट उपयोग के लिए उपलब्ध है (<http://www.tess-india.edu.in>)। मुक्त शैक्षिक संसाधन अनेकों संस्करणों में उपलब्ध हैं जो प्रत्येक राज्य के लिए उपयुक्त है जहाँ TESS India कार्यरत है। उपयोगकर्ता इन संसाधनों को अनुकूल और स्थानीयकृत करने के लिए स्वतंत्र हैं ताकि ये स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को पूरा कर सकें।

TESS-India मुक्त विश्वविद्यालय, ब्रिटेन के नेतृत्व में तथा ब्रिटेन की सरकार द्वारा वित्त-पोषित है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई की कुछ गतिविधियों के साथ निम्न प्रतीक का उपयोग किया गया है:  . इससे संकेत मिलता है कि निर्दिष्ट अध्यापन संबंधी थीम के लिए TESS-India वीडियो संसाधनों को देखना आपके लिए उपयोगी होगा।

TESS-India वीडियो संसाधन भारत में अनेक प्रकार की कक्षाओं के संदर्भ में मुख्य अध्यापन तकनीकों का वर्णन करते हैं। हमें आशा है कि वे आपको इसी प्रकार के अभ्यासों के साथ प्रयोग करने के लिए प्रेरित करेंगे। उनका उद्देश्य पाठ (टेक्स्ट) पर आधारित इकाइयों के माध्यम से काम करने के आपके अनुभव का पूरक होना और उसे बढ़ाना है।

TESS-India वीडियो संसाधनों को ऑनलाइन देखा या TESS-India की वेबसाइट, <http://www.tess-india.edu.in/> से डाउनलोड किया जा सकता है। वैकल्पिक रूप से, आप ये वीडियो सीडी या मेमोरी कार्ड के माध्यम से भी देख सकते हैं।

संस्करण 2.0 SM07v1
Bihar

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>

TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

यह इकाई किस बारे में है

समीकरण बनाना, लिखना, पढ़ना और समीकरण हल करना एक महत्वपूर्ण भूमिका अदा करते हैं - न केवल विद्यालय के पाठ्यक्रम में, बल्कि गणितीय विचारधारा की प्रक्रिया में भी। समीकरण अन्य विषयों, जैसे विज्ञान, व्यापार व वाणिज्य में भी महत्वपूर्ण होते हैं। विद्यालय के गणित में, समीकरणों को हल करने पर ध्यान केंद्रित किया जाता है और छात्र अक्सर समीकरण किस बारे में हैं, यह समझे बिना इसे एक यांत्रिक प्रक्रिया मानते हैं। समीकरणों के बारे में विचार करने में समीकरण की विशेषताएँ, वे कैसे बनते हैं और किस चीज़ का प्रतिनिधित्व करते हैं, शामिल किए जा सकते हैं।

इस इकाई में इन उपेक्षित पहलुओं में से कुछ पर, ऐसे तरीके सुझाकर प्रकाश डाला जाएगा, जिनसे आप बीज गणित के समीकरणों और व्यंजकों की चित्रमय प्रस्तुति से जोड़कर, और अन्तरो व समानता के बीच भेद बताकर समीकरणों को समझने में अपने छात्र-छात्राओं की मदद कर सकते हैं। ये गतिविधियाँ भ्रांतियों को सामने लाने और उनपर चर्चा करने के तरीके सुझाने के लिए बनाई गई हैं। छात्र-छात्राओं की इन गणितीय अवधारणाओं की समझ को बेहतर बनाने में मदद के लिए अवधारणा व मानसिक छवियों का उपयोग किया जाता है।

आप इस इकाई में सीख सकते हैं

- आपके छात्र-छात्राओं के साथ किस प्रकार समीकरणों की संकल्पना तैयार करें और कैसे उस पर विचार करें।
- कुछ विचार कि किस प्रकार आपके छात्र-छात्राओं को समीकरणों के प्रयोजन को देखने में मदद के लिए संदर्भों का उपयोग करें।
- समीकरणों की गणितीय अवधारणा के बारे में समझ विकसित करने के लिए किस प्रकार संकल्पना छवियों और मानसिक छवियों का उपयोग करें।

इस इकाई का संबंध संसाधन 1 में दी गई एनसीएफ में दी गई एनसीएफ (2005) और एनसीएफटीई (2009) शिक्षण आवश्यकताओं से है।

इस अध्याय में उपयोग की गई विशिष्ट गणितीय शब्दावली

किसी गणितीय समीकरण का रूप होता है $p(x) = q(x)$:

- ' $p(x)$ ' व ' $q(x)$ ' बीज गणित के व्यंजक होते हैं।
- इस उदाहरण में, ' $p(x)$ ' बाएँ हाथ की ओर (LHS) का व्यंजक है।
- ' $q(x)$ ' दाएँ हाथ की ओर (RHS) का व्यंजक है।
- '=' इंगित करता है कि LHS व RHS का मान बराबर है।
- ' s ' कोई समाधान समुच्चय है, जो किसी दिए गए समीकरण या असमानता समुच्चय को संतुष्ट करने वाले मानों का समुच्चय है। ऐसे समीकरण में बराबर के चिह्न का अर्थ यह है कि समाधान समुच्चय ' s ' के लिए एक ओर का मान दूसरी ओर के मान के बराबर आता है।



ज़रा सोचिए

- स्वयं अपनी कक्षा के बारे में सोचने पर, वे कौन से समान मुद्दे हैं, जिनपर आपके छात्र-छात्रा समीकरणों पर काम करते समय परेशानी का सामना कर रहे हैं?
- गणित के छात्र के रूप में अपने अनुभव के बारे में सोचने पर, वे कौन से समान मुद्दे थे जिनपर आप समीकरणों पर काम करते समय परेशानी का सामना करते थे?

1 समीकरण हल करने के नियमों के बारे में सोचने पर

x का कोई संभव मान या मानों को खोजने के लिए, जब $p(x) = q(x)$ के बराबर हो, हमें इस समीकरण $p(x) = q(x)$ को 'हल' करना होगा।

कुछ नियम हैं जो कभी-कभी समीकरण हल करने में काम आते हैं। इन नियमों को छात्र याद कर लेते हैं - या आधे-अधूरे या ग़लत याद करते हैं और इनका उपयोग करने की प्रक्रिया में कई ग़लतियाँ कर बैठते हैं। गतिविधि 1 का भाग 1 छात्र-छात्राओं को यह सोचने पर मजबूर करने के लिए बनाया गया है कि ये नियम कहाँ से आए और इन्हें क्यों और कब उपयोग किया जा सकता है। भाग 2 का उद्देश्य छात्र-छात्राओं को विभिन्न प्रकार के समीकरणों का ज्ञान कराना है। यदि छात्र दूसरे छात्र-छात्राओं से अपने विचार साझा कर सकें, तो वे अधिक प्रभावी ढंग से सीखते हैं। उन्हें 'अपने सहपाठी से उसपर चर्चा करो' कहना एक अच्छी रणनीति है।

इस इकाई में अपने छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने के पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह (या आंशिक रूप से) स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा यदि आप इसका प्रयास अपने किसी सहयोगी के साथ करें, क्योंकि जब आप अनुभव पर विचार करेंगे तो आपको मदद मिलेगी। स्वयं प्रयास करने से आपको शिक्षार्थी के अनुभवों के भीतर झांकने का मौका मिलेगा, जो परोक्ष रूप से आपके शिक्षण और एक शिक्षक के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित करेगा। जब आप तैयार हों, तो अपने छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधियों का उपयोग करें। पाठ के बाद, सोचें कि गतिविधि किस तरह हुई और उससे क्या सीख मिली। इससे आपको सीखने वाले छात्र-छात्राओं पर ध्यान केंद्रित रखने वाला अधिक शैक्षिक वातावरण बनाने में मदद मिलेगी।

गतिविधि 1: समीकरणों के बारे में सीखना

भाग 1: समीकरण हल करने के खेल के नियम

अपने छात्र-छात्राओं को निम्न बताएँ:

समीकरण हल करते समय कुछ नियम, या सच, जो उपयोगी हो सकते हैं। हो सकता है आप इन्हें पहले से जानते हों। इस गतिविधि का उद्देश्य यह है कि आप बताएँ कि ये नियम कैसे बने और इन्हें क्यों और कैसे उपयोग किया जा सकता है। आपको इन सामान्य कथनों का अर्थ समझाने के लिए इन कथनों पर लागू होने वाले उदाहरण सोच लेना उपयोगी होगा।

निम्न में से कौन से नियमों का उपयोग समीकरण हल करने के लिए हमेशा, कभी-कभी या कभी नहीं किया जा सकता? आपको कैसे पता?

- यदि $p(x) = q(x)$, तो $p(x) + c = q(x) + c$
- यदि $p(x) = q(x)$, तो $p(x) - c = q(x) - c$
- यदि $p(x) = q(x)$, तो $p(x) \cdot c = q(x) \cdot c$
- यदि $p(x) = q(x)$, तो $p(x)/c = q(x)/c$
- यदि $[p(x)]^2 = [q(x)]^2$, तो $p(x) = -q(x)$
- यदि $[p(x)]^2 = [q(x)]^2$, तो $p(x) = q(x)$

इन नियमों में से प्रत्येक का एक ग्राफ़ बनाएँ और मूल $p(x) = q(x)$ से उनकी तुलना करें। अपने सहपाठी के साथ चर्चा करें कि इन ग्राफ़ में क्या बदला है और क्या समान है।

भाग 2: कोई नहीं, एक और अनन्त हल

अपने छात्र-छात्राओं को निम्न बताएँ:

नीचे तीनों प्रश्नों के उत्तरों की तुलना करें। आपके परिणाम भिन्न कैसे हैं? ये किस प्रकार भिन्न हैं?

- यदि $4(x - 8) = 4x - 32$, तो x का पता लगाएँ.
- यदि $4(x - 8) = 4x - 30$, तो x का पता लगाएँ.
- यदि $4(x - 8) = x - 32$, तो x का पता लगाएँ.

प्रत्येक समीकरण के LHS व RHS एक ही ग्राफ़ पर बनाकर अपने बीजकीय परिणामों को ग्राफ़ के माध्यम से समझें। आपने क्या देखा?

समीकरण $2x - 3y = 8$ को लें। इस समीकरण का एक ग्राफ़ बनाएँ। अब $ax + by = c$ स्वरूप वाले एक और समीकरण का ग्राफ़ बनाएँ, जिससे दोनों समीकरणों में हों:

- एक ही प्रकार के हलों या समुच्चय
- कोई उभयनिष्ठ हल नहीं
- केवल एक उभयनिष्ठ हल

समीकरण $2x - 3y = 8$ को फिर से लें। अब $ax + by = c$ स्वरूप वाला एक और समीकरण लिखें, जिससे दोनों समीकरणों में हों:

- एक ही प्रकार के हलों या समुच्चय
- कोई उभयनिष्ठ हल नहीं
- केवल एक उभयनिष्ठ हल

इस गतिविधि के दौरान, अपने छात्र-छात्राओं को अपने विचारों के बारे में एक दूसरे से बात करने व एक दूसरे की मदद करने को प्रोत्साहित करें।



गतिविधि 1 से 4 तक का उपयोग कक्षा X NCERT book में पाठ 3 दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म में पहले किया जा सकता है (पृष्ठ 42)

केस स्टडी 1: श्रीमती सुनीता गतिविधि 1 के उपयोग के बारे में बताती हैं

यह एक शिक्षिका की कहानी है, जिसने अपने माध्यमिक कक्षा के छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधि 1 का प्रयास किया।

अगले भाग पर जाने से पहले भाग 1 को कर लेना अच्छा विचार था। भाग 1 में छात्र-छात्राओं को पहले तो सामान्य कथनों का अर्थ लगाने में परेशानी हुई। कथन का अर्थ क्या था यह समझने के लिए उदाहरणों के उपयोग का संकेत कारगर रहा।

मैंने कक्षा में घूमकर अन्दाज़ा लगाया कि छात्र गतिविधि के भाग 2 को कैसे हल कर रहे थे। मैंने देखा कि उनके मन में कई भ्रान्तियाँ थीं। मैंने विचार किया कि मैं इससे कैसे निपट सकती हूँ। मैंने एक निर्णय किया: मैंने सबसे उनके समाधान बताने को कहा और उन सभी को ब्लैकबोर्ड पर लिख दिया, चाहे वह सही हों या ग़लत। फिर मैंने पूछा, 'तुम्हें कैसे पता कि यही

सही उत्तर है? किसी सहपाठी से चर्चा करो।' उनकी अधिकांश गलतियाँ समीकरण के परिचालन से संबद्ध थीं। क्योंकि हमने केवल भाग 1 किया था, अतः इसपर अब चर्चा हो सकती थी। फिर भी मैंने देखा कि यद्यपि अब छात्र-छात्राओं को पता था कि परिचालन के 'नियम' ऐसे क्यों होते हैं, उन्हें समीकरण हल करने के परिप्रेक्ष्य में इन्हें पहचानने के लिए कुछ अभ्यास की आवश्यकता है। एक और भ्रान्ति, और जिससे मुझे आश्चर्य हुआ, यह थी कि कई छात्र-छात्राओं को $4(x - 8)$ में कोष्ठकों की भूमिका के बारे में पता नहीं था। उन्होंने केवल कोष्ठक को हटाया और $4x - 8$ लिख दिया। इसलिए हमने चर्चा की कि कोष्ठक क्यों दिया जाता है और उसका अर्थ क्या है।

ग्राफ बनाने से समीकरणों का अर्थ लगाने में बहुत मदद मिली। रेणू ने सबसे पहले पूरा किया, इसलिए मैंने उसे उन दूसरों की मदद करने को कहा जो किसी समाधान को पाने की कोशिश कर रहे थे। उन्हें इस बात से आश्चर्य हुआ कि ग्राफ अलग दिखते थे। वे इस बारे में अपनी चर्चा अधिक आत्मविश्वास से कर पाते थे कि तीनों समीकरणों में क्या समान था और क्या असमान।



वीडियो: सोच को बढ़ावा देने के लिए प्रश्न पूछना

प्रमुख संसाधन 'सोच को बढ़ावा देने के लिए प्रश्न पूछना' व 'सीखने के लिए बात करें' भी देखें।

अपने सीखने-सिखाने को अभ्यास में दिखाना

जब आप अपनी कक्षा के साथ ऐसा कोई अभ्यास करें, तो बाद में बताएं कि क्या ठीक रहा और कहां गड़बड़ हुई। ऐसे सवालों की ओर ध्यान दें जिसमें छात्र-छात्राओं की रुचि दिखाई दे और वे आगे बढ़ते हुए नजर आएँ और वे जिनका स्पष्टीकरण करने की आवश्यकता हो। ऐसे चिंतन से वह 'स्क्रिप्ट' मिल जाती है, जिसकी मदद से आप छात्र-छात्राओं के मन में गणित के प्रति रुचि जगा सकते हैं और उसे मनोरंजक बना सकते हैं। यदि वे कुछ भी समझ नहीं पाते हैं तथा कुछ भी नहीं कर पाते हैं, तो वे शामिल होने में कम रुचि लेंगे। जब भी आप गतिविधियाँ करें, इस विचार करने वाले अभ्यास का उपयोग करें व कुछ छोटी चीजें नोट करें, जैसे श्रीमती सुनीता ने किया, कुछ बहुत छोटी चीजें जिन से काफी फर्क पड़ा।



ज़रा सोचिए

ऐसे चिंतन को गति देने वाले अच्छे सवाल हैं:

- आपकी कक्षा में यह गतिविधि कैसी रही?
- छात्र-छात्राओं से किस प्रकार की प्रतिक्रिया अनपेक्षित थी? क्यों?
- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपके सभी छात्र-छात्राओं ने गतिविधि में भाग लिया? क्या कोई ऐसे छात्र-छात्रा थे जो ग्राफ्स के बारे में कम आत्मविश्वासी थे?
अगली कक्षा में आप उनके सीखने को प्रोत्साहन कैसे देंगे?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि पाठ के अंत में आपको दुबारा समझाना पड़ा?

यदि आपको इंटरनेट की पहुँच है, तो वहाँ ऑटोग्राफ जैसे गणित के ग्राफिंग सॉफ्टवेयर हैं। वे आपके छात्र-छात्राओं की समीकरणों के ग्राफ की कल्पना करने में मदद कर सकते हैं।

2 समीकरणों की प्रासंगिकता

जैसा कि हमने पहले देखा, समीकरणों को अक्सर पूर्ण रूप से प्रतीकात्मक अभिव्यक्ति माना जाता है। विचार लगभग हमेशा ही प्रतीकात्मक बदलाव के जरिये समीकरण का एक समाधान खोजने का होता है। प्रत्येक बदलाव, यदि उसे पारम्परिक रूप से किया जाए, एक समान समीकरण बनाता है, जो पहले समीकरण से अधिक सरल (हल करने में) होता है। समीकरणों की बीज गणितीय संकेत पद्धति को उनके ग्राफिकल निरूपण से जोड़कर अधिक अर्थपूर्ण बनाया जा सकता है जैसा कि गतिविधि 1 में है।

लेकिन यह फिर भी समीकरणों को देखने व हल करने का एक प्रतीकात्मक तरीका है। यह इस अवधारणा पर काम नहीं करता कि प्रत्येक समीकरण को किसी वास्तविक स्थिति के निरूपण, या मॉडल के रूप में देखा जा सकता है।

आप प्रत्येक समीकरण को समझाने के लिए एक कहानी बना सकते हैं। ऐसी कहानियों को विकसित करने पर काम करने से:

- गणित को सजीव बनाएँ
- छात्र-छात्राओं को किसी परिस्थिति का अर्थ लगाने में काम में आने वाली गणितीय प्रक्रियाओं के बारे में सोचने दें
- छात्र-छात्राओं को वास्तव में अचर व चर शब्दों के बीच के अंतर के बारे में और यदि वे आपकी कल्पना को बदलने का फैसला करें तो वह संबंध कैसे परिवर्तित होगा, सोचने को कहें।

अगली गतिविधि समीकरणों की प्रासंगिकता हेतु कहानियाँ सोचने का क्रमिक रूप से ज्ञान कराती है। यह आपके छात्र-छात्राओं को आगे उनके गणितीय प्रशिक्षण में अधिक जटिल समस्याओं के लिए तैयार करेगा।

गतिविधि 2: संदर्भ सोचना

भाग 1: कहानी को बदलना

अपने छात्र-छात्राओं को निम्न बताएँ:

कल्पना कीजिए मोहन ने एक क्विज़ शो में भाग लेकर अपने प्रत्येक सही उत्तर के लिए कुछ धन जीता और नियम यह था कि उसे प्रत्येक सही उत्तर के लिए पिछले प्रश्न से दुगुना धन मिलेगा। यदि पाँचवें प्रश्न के पहले वह 30,000 रु जीत चुका था, तो समीकरण $15x = 30,000$ बनेगा, जिसमें x वह राशि थी जो उसे पहले प्रश्न का सही उत्तर देने पर मिली थी।

क्या आप कोई दूसरा संदर्भ - दूसरी कहानी सोच सकते हैं, जो समीकरण $15x = 30,000$ द्वारा निरूपित की जा सके?

भाग 2: कोई कहानी सोचना

तैयारी

यह महत्वपूर्ण नहीं है कि छात्र-छात्राओं के उत्तर सही हैं या ग़लत। अपने छात्र-छात्राओं की गणित को पिरने के लिए एक रचनात्मक व कल्पनाशील संदर्भ प्रस्तुत करने की क्षमता पर ध्यान केंद्रित कीजिए (और उसे प्रोत्साहन दीजिए) और फिर वे उस संदर्भ तक कैसे पहुँचे यह सबके साथ बाँटिए। शुरू करने के लिए एक अच्छा शब्द है 'कल्पना कीजिए...'

ब्लैकबोर्ड पर समीकरण $2x + 5 = 12$ लिखिए।

गतिविधि

अपने छात्र-छात्राओं से इस समीकरण की प्रासंगिकता के लिए एक शब्द प्रश्न लिखने के लिए अपनी कल्पनाशीलता का उपयोग करने को कहें। उन्हें बाकी की कक्षा के साथ अपने विचार साझा करने को कहें।

भाग 3: समीकरण बनाना और फिर एक कहानी सोचना

तैयारी

यह भाग 1 और 2 के क्रम में है, जो शब्द प्रश्नों की प्रासंगिकता पर केंद्रित है। अब आप अपने छात्र-छात्राओं से पहले समीकरण बनाने और फिर उनपर ठीक बैठने वाले शब्द प्रश्न सोचने को कहेंगे।

ब्लैकबोर्ड पर तालिका 1 लिखें:

तालिका 1: अभिव्यक्तियों का संग्रह

2	29	10.50	$3/5$
x	$3x$	$2.5x$	$5x/6$
$5x - 8$	$34x - 12$	$5.5x + 1.7$	$(2/3)x - 4/5$
x^2	$2x^2$	$x^2 + 1$	$x^2 - 2$

गतिविधि

निम्न नियमों के आधार पर अभिव्यक्तियों का एक संग्रह चुनकर तालिका 1 से एक समीकरण बनाएँ:

- एक ही पंक्ति से चुनी गई दो से अधिक व्यंजक हमेशा जोड़ी जाती हैं और इन्हें हमेशा '=' चिह्न के एक ही ओर होना चाहिए।

- भिन्न पंक्तियों की व्यंजक '=' चिह्न के दोनों ओर होनी चाहिए।

फिर समीकरण को परिभाषित करने वाला एक शब्द प्रश्न बनाएँ।

उदाहरण के लिए, यदि आप पहली पंक्ति से 2 व 10.50 चुनते हैं और दूसरी से $3x$ व $2.5x$, तो आपको मिलेगा:

$$3x + 2.5x = 2 + 10.50$$

$$5.5x = 12.50.$$

उदाहरण के लिए एक शब्द प्रश्न ऐसा हो सकता है: '5.5 सेमी लंबाई व x सेमी चौड़ाई वाले एक चतुर्भुज का क्षेत्रफल 12.5 सेमी² है.'

यदि आपके पास बड़े कागज़ हैं, तो अपने छात्र-छात्राओं से अपने प्रश्न उनपर लिखकर कक्षा में प्रदर्शित करें।

छात्र-छात्राओं को जाकर एक-दूसरे के शब्द प्रश्न पढ़ने को कहें। आप उन्हें अपनी पसंद के शब्द प्रश्न देखकर उनकी प्रतिलिपि बनाकर उन्हें जाँचने और उन्हें लिखने वाले छात्र-छात्राओं को प्रतिक्रिया देने को कह सकते हैं।



वीडियो: कहानी सुनाना, गीत, रोल प्ले और नाटक

अधिक जानकारी के लिए संसाधन 2, 'कहानी कहना' पढ़ें।

केस स्टडी 2: गतिविधि 2 के उपयोग का अनुभव श्रीमती पुष्पा बताती हैं

शुरुआत में भाग 1 व 2 को करने में बहुत हिचकिचाहट थी, क्योंकि छात्र-छात्राओं ने कभी इस प्रकार के प्रश्न नहीं बनाए थे। उन्हें काफी प्रोत्साहन और भरोसा दिलाने की ज़रूरत पड़ी कि उपयुक्त रहने वाली कोई भी कहानी ठीक थी; और यह कि उसका विश्वसनीय लगना ज़रूरी नहीं था, या यह कि यदि वे अपनी कहानी 'कल्पना करें कि...' से शुरू करेंगे, तो इससे मदद मिलेगी। समीकरण $15x = 30,000$ के लिए, मीना ने कहा कि यदि 15 चीज़ें खरीदी गई थीं और कुल चुकाया गया मूल्य रु 30,000 था, तो प्रत्येक का मूल्य x होगा। शरद ने सुझाव दिया कि x काम के दिनों की संख्या हो सकता है और रु 30,000 उनसे मिली कमाई।

अब मैंने उन्हें भाग 2 में दिए गए समीकरण पर प्रयास करने को कहा - जो $2x + 5 = 12$ था। कोई आगे नहीं बढ़ा। मैंने बिना कुछ कहे केवल प्रतीक्षा करने का निर्णय किया। लगभग 90 सेकंड के बाद, जो पूरे जीवनकाल जितना लंबा अरसा लगा, लेकिन जितना वह था नहीं, रोहित ने बहुत हिचकिचाहट के साथ पूछा कि क्या वह ऑटोरिक्षा से सफर करने वाला था और रु 5 प्रथम किलोमीटर की न्यूनतम राशि थी व प्रत्येक अगले किलोमीटर के लिए रु 2 है, तो उसके द्वारा तय की गई दूरी x किमी थी। मीना ने तुरंत कहा कि नहीं, तुम $x+1$ किमी चले होगे। अंजू ने उदाहरण प्रस्तुत किया कि खेल के मैदान में बच्चों के दो समूह थे। फिर पाँच बच्चे और आए और अब बच्चों की कुल संख्या 12 हो गई - समूहों में कितने बच्चे थे? क्योंकि उत्तर 3.5 था, अतः धन पूर्णांकों व अपरिमित संख्याओं के बीच अंतर के बारे में एक चर्चा हुई, जो रोचक थी।

भाग 3 की चर्चा मुख्यतः यह थी कि वे प्रश्न तो आसान तरीके से बना सकते थे, लेकिन हमेशा ही उसकी व्याख्या कर पाने वाली परिस्थिति नहीं खोज पाते थे।

श्रीमति पुष्पा की तरह, हो सकता है आपके छात्र-छात्राओं को ये गतिविधियाँ अनजान लगें और उन्हें शब्द प्रश्नों पर सोचने के बारे में आत्मविश्वास पैदा करने के लिए अभ्यास की आवश्यकता हो। इस तकनीक का उपयोग गणित के अधिकाधिक विषयों में करें, क्योंकि इससे आपके छात्र-छात्राओं को गणितीय समीकरणों को समझने में मदद मिलेगी।



ज़रा सोचिए

- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपको लगा कि आपको किसी समय हस्तक्षेप करना होगा? किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- क्या आपने कार्य में किसी भी तरीके का संशोधन किया? अगर हाँ, तो इसके पीछे आपका क्या कारण था?

3 छात्र-छात्राओं को संबंधित चरों के बारे में विचार करने पर प्रेरित करने के लिए चित्रों का उपयोग करना

समीकरण चरों और अचरों को संबद्ध करती हैं। कौन है यह पहचानने के अलावा, गणित में एक और रोचक प्रश्न यह है कि छात्र-छात्राओं की यह समझने में मदद करने का अच्छा तरीका है, उन्हें चित्र दिखाकर संबद्ध चर के बारे में स्वयं उनके विचार बताने को कहना।

अगली गतिविधि में, छात्र-छात्राओं को चार स्थितियाँ दी जाएँगी। उन्हें वे सभी चर पहचानने हैं, जो वे सोच सकें और फिर वे जोड़े निर्धारित करने हैं, जो संबद्ध हो सकते हैं।

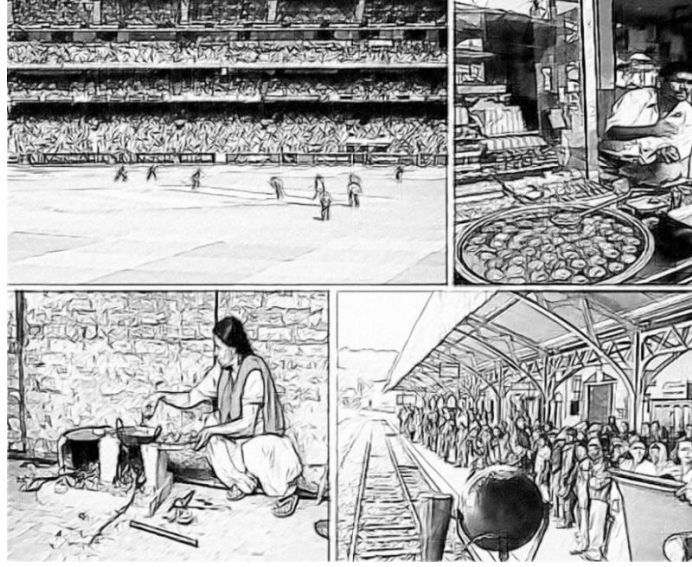
गतिविधि 3: संबंधित चर खोजना

तैयारी

इस अभ्यास के लिए कक्षा को छोटे समूहों (दो, तीन या चार लोगों के) में बाँट दें और फिर उन्हें मिलकर काम करने को कहें। यह निर्धारित करें कि आप समूहों का प्रबंधन कैसे करेंगे। पाठ से पहले इसे कर लेना आवश्यक है, जिससे पाठ के दौरान समय बचाया जा सके। नीचे चित्र 1 की छवियों का उपयोग करें या स्वयं अपनी छवियों का उपयोग करें, उदाहरण के लिए अखबारों में से।

गतिविधि

अपने छात्र-छात्राओं को चित्र 1 की चार छवियों को देखने को कहें। प्रत्येक मामले में, उन चरों की सूची बनाएँ, जो छवि से संबद्ध कोई भी पहलू दर्शाते हों।



चित्र 1: चार चित्रों में संबद्ध चर क्या हैं?

प्रत्येक सूची के लिए, उन चरों की जोड़ियाँ बनाएँ, जो आपके अनुसार संबद्ध हो सकते हैं। इन चरों से बना एक विशिष्ट संदर्भ बनाएँ व उस संदर्भ को एक समीकरण के रूप में प्रस्तुत करें। अपनी कल्पनाशीलता का उपयोग करें!

गतिविधि के अंत में, समूहों को अपने विचार साझा करने और उनका मूल्यांकन करने को कहें।

केस स्टडी 3: गतिविधि 3 के उपयोग का अनुभव श्री अमित बताते हैं

मैंने निर्णय किया कि काम चार-चार के समूह में किया जाए। हमने 11 समूह बनाए और प्रत्येक समूह को चित्र देकर विभिन्न चरों को निकालने व समीकरण बनाने को कहा गया।

वे सभी बड़े उत्साह से चित्रों के विभिन्न चरों को निकालकर लाए। बिना किसी प्रोत्साहन के, वे कुछ हद तक उन्हें पहचान सकते थे, जो उनके हिसाब से संबंधित थे और जो उन्हें लगता था कि संबद्ध नहीं थे। फिर कुछ समूह अटक गए। वे यह नहीं सोच पाए कि संपर्क कैसे किया जाए।

मैं कक्षा में घूम रहा था, पर मैंने इस बिन्दु पर गतिविधि रुकवा दी और कुछ उदाहरण पूछे। मैंने कहा कि कोई छोटा सा विचार भी सबको आगे बढ़ाने वाला हो सकता है।

शोभा और उसका समूह कुछ भून रही महिला के चित्र पर काम कर रहे थे और बोले कि यदि घर में सदस्यों की संख्या 'y' है और प्रत्येक सदस्य 'x' पूरियाँ खाता है तो यदि महिला ने 40 पूरियाँ बनाई, तो $xy = 40$ । दूसरे समूह से मोना भी उसी चित्र पर काम कर रही थी और काम में ली जा रही सामग्री से संबंधित संदर्भ लेकर आई। उन्होंने निर्णय लिया कि वह महिला पकौड़े बना रही थी। तो यदि उसने 'x' किग्रा बेसन व 'y' किग्रा आलुओं का उपयोग किया, और यदि बेसन का प्रति किलो मूल्य 'a' है और 'b' प्रतिकिलो आलू का मूल्य है, तो उसका व्यय होगा $ax + by$ ।

मैंने इन दोनों स्वयंसेवकों की प्रशंसा की व देखा कि उनके उदाहरण अन्य समूहों को अपने विचार-विमर्श में आगे बढ़ाने के लिए काफी हैं। कुछ समय के बाद मैंने प्रत्येक समूह को अपने विचारों में से एक पर एक प्रस्तुति बनाने को कहा और हमने कुछ अच्छी प्रस्तुतियाँ देखीं। मैं वास्तव में इस बात से बहुत प्रभावित हुआ कि छात्र-छात्राओं ने कितनी आसानी व प्राकृतिक तरीके से एक समीकरण में कई चरों को रखा - यह कुछ ऐसा था, जो मैं उन्हें पाठ्यपुस्तक से सिखाने में भी कतरा रहा था।



ज़रा सोचिए

- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- छात्र-छात्राओं से किस प्रकार की प्रतिक्रिया अनपेक्षित थी? क्यों?
- क्या आपको लगा कि आपको किसी समय हस्तक्षेप करना होगा? किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- इस गतिविधि में आपने अपने छात्र-छात्राओं की सीखने की क्षमता का मूल्यांकन कैसे किया?

4 संकल्पना छवि व मस्तिष्क छवि

छात्र-छात्राओं को गणितीय संबंध देखने में सहायता करने वाला एक अच्छा उपकरण है संकल्पना छवि। संकल्पना छवि को किसी विशेष विषय से संबद्ध संकल्पनाओं के बीच के संबंध के बारे में किसी व्यक्ति के ज्ञान का निरूपण माना जा सकता है (नोवाक व गोविन, 1984)। लाक्षणिक रूप से, यह संकल्पना को (एक नोड के रूप में) निरूपित करने वाली शब्दों या वाक्यांशों की एक शृंखला और उसे एक अन्य संकल्पना से जोड़कर दोनों के बीच संबंध अभिव्यक्त करने वाली एक रेखा होती है। यह छात्र-छात्राओं द्वारा अन्वेषण और उनकी समझ की समीक्षा करने के लिए एक अच्छा उपकरण व रणनीति है। इसे छात्र-छात्राओं के ज्ञान और उनके मन की भ्रांतियों को पता करने के लिए एक आकलन उपकरण के तौर पर भी उपयोग किया जा सकता है। मस्तिष्क छवि संकल्पना मानचित्र के ही समान होता है, लेकिन मस्तिष्क छवियों का एक केंद्र होता है, जबकि संकल्पना छवि रेखीय हो सकते हैं। इंटरनेट पर संकल्पना व मस्तिष्क छवियों के बहुत से उदाहरण व जानकारी उपलब्ध हैं - मस्तिष्क छवि का एक उदाहरण संसाधन 3 में है।

अगली गतिविधि छात्र-छात्राओं को अपने सीखने को सुदृढ़ करने के लिए एक संकल्पना मानचित्र बनाने को कहती है।

गतिविधि 4: कोई संकल्पना छवि या मस्तिष्क छवि बनाना

- कक्षा को तीन या चार के छोटे समूहों में बाँट दें।
- ब्लैकबोर्ड पर, 'समीकरण' शब्द लिखें और उसके आसपास एक गोला बना दें।
- प्रत्येक समूह से ऐसा कुछ भी सोचने को कहें, जो समीकरणों से संबंधित हो।
- उन्हें ऐसी सभी चीज़ों की सूची बनाने को कहें (जितनी अधिक चीज़ें होंगी उतना बेहतर है)।
- एक समूह को उनकी सूची से एक चीज़ पढ़ने को कहें।
- उसे 'समीकरण' शब्द से जोड़ते हुए ब्लैकबोर्ड पर लिखें।
- प्रत्येक समूह से एक छात्र अपना हाथ उठाने को कहें, यदि यह बात उनकी सूची में हो।
- उनसे इसे अपनी सूची से हटा देने को कहें।
- जिन समूहों ने इसे नहीं लिखा था, उनसे पूछें कि क्या वे इससे सहमत हैं कि यह 'समीकरण' से संबंधित है।
- सभी समूह बारी-बारी शब्द बताते हैं, जिन्हें आप अपने संकल्पना छवि में जोड़ते जाते हैं, इस सावधानी के साथ कि आप शब्दों को समूहीकृत करें व जहाँ उपयुक्त हो, उन्हें रेखाओं से जोड़ दें।

केस स्टडी 4: गतिविधि 4 के उपयोग का अनुभव श्रीमती रज़िया बताती हैं

मैं इस गतिविधि से ज़रा डरती थी, क्योंकि मुझे नहीं लगता था कि मैं पूरी तरह समझती थी कि ये संकल्पना छवि किस प्रकार काम करते थे, यद्यपि मैं उन्हें इंटरनेट पर 'सीखने के लिए संकल्पना छवि' के माध्यम से खोजा था। जैसा कि सभी वेबसाइट्स ने बताया, यह वास्तव में अच्छा तरीका है। मैंने सोचा कि मुझे कदम बढ़ाना ही होगा और अपने छात्र-छात्राओं के साथ इस पर काम करना होगा।

मुझे लगता है यह बहुत अच्छा नहीं हुआ - लेकिन पता लगा कि उन्होंने अन्य विषयों में भी इसका उपयोग किया था (और इस प्रकार इस बारे में मुझसे अधिक जानते थे!)। गणित के सीखने-सिखाने की प्रक्रिया के लिहाज से, इसने हमें संबंध जोड़ने और देखने व जटिलता से परिचित होने दिया, जो समीकरणों की जटिलता के ही समान नहीं है।



ज़रा सोचिए

- जब आपने अपनी कक्षा के साथ यह गतिविधि की, यह कैसी रही?
- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या किसी भी समय आपको ऐसा लगा कि हस्तक्षेप करना चाहिए?
- किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?

5 सारांश

इस इकाई में, आपने विभिन्न प्रकार के समीकरणों के बीच समानता व असमानता को समझने के लिए उनके प्रतीकात्मक व ग्राफ़ आधारित निरूपण, दोनों को देखते हुए समीकरणों का अन्वेषण किया। इस इकाई ने किसी कहानी या चित्र से एक समीकरण बनाने और किसी समीकरण से एक कहानी बनाने के विचार पर भी ध्यान केंद्रित किया। इससे छात्र यह समझ सकते हैं कि समीकरण विश्व को इस तरह स्वरूपित करते हैं जिससे समाधान खोजे जा सकते हैं। संकल्पना छवियों व मानसिक छवियों के छात्र-छात्राओं को समीकरणों से संबंधित विचारों पर सोचने में सक्षम बनाने के उपकरण के रूप में उपयोग का भी अन्वेषण किया गया।

इस इकाई के कई विचार व तकनीकें अन्य विषय सिखाते समय भी काम करेंगे। उन दो विषयों पर अब एक नोट तैयार करें, जिन्हें आप जल्द ही सिखाने वाले हैं, जहाँ थोड़े-बहुत समायोजन के साथ उन अवधारणाओं का उपयोग किया जा सकता है।

संसाधन

संसाधन 1: एनसीएफ/एनसीएफटीई की शिक्षण आवश्यकताएँ

इस इकाई की शिक्षा निम्न NCF (2005) व NCFTE (2009) प्रशिक्षण आवश्यकताओं के संबद्ध है:

- छात्र-छात्राओं की ज्ञान के विकास की क्षमता को प्रोत्साहित करें; सुनिश्चित करें कि सीखना रटने वाले तरीकों से न हो; और सीखने को व्यक्तिगत अनुभवों व ज्ञान के आधार पर अर्थ की खोज के तौर पर देखा जाए।
- छात्र-केंद्रित, गतिविधि आधारित, सहभागिता वाले सीखने के अनुभवों का आयोजन करें।
- गणित को किसी ऐसी चीज़ के रूप में देखें, जिसके बारे में बात की जाए, जिसके द्वारा संवाद करें, जिसकी आपस में चर्चा की जाए, जिसपर साथ मिलकर कार्य किया जाए।
- छात्र-छात्राओं की अर्थपूर्ण प्रश्न सामने रखने व उनका हल करने में मदद करें।

- छात्र-छात्राओं को कल्पना द्वारा संबंधों को समझने, संरचना देखने, कारण खोजने, कथनों की सत्यता या उनके गलत होने पर वाद-विवाद में मदद करें।

संसाधन 2: कहानी सुनाना

कहानियाँ हमारे जीवन को अर्थपूर्ण बनाने में मदद करती हैं। कई पारंपरिक कहानियाँ पीढ़ी-दर-पीढ़ी चली आ रही हैं। वे हमें बचपन में सुनाई गई थीं और इनसे हमें उस समाज के कुछ नियमों और मूल्यों के बारे में पता चलता है, जिसमें हमारा जन्म हुआ है।

कहानियाँ कक्षा में बहुत शक्तिशाली माध्यम होती हैं: वे:

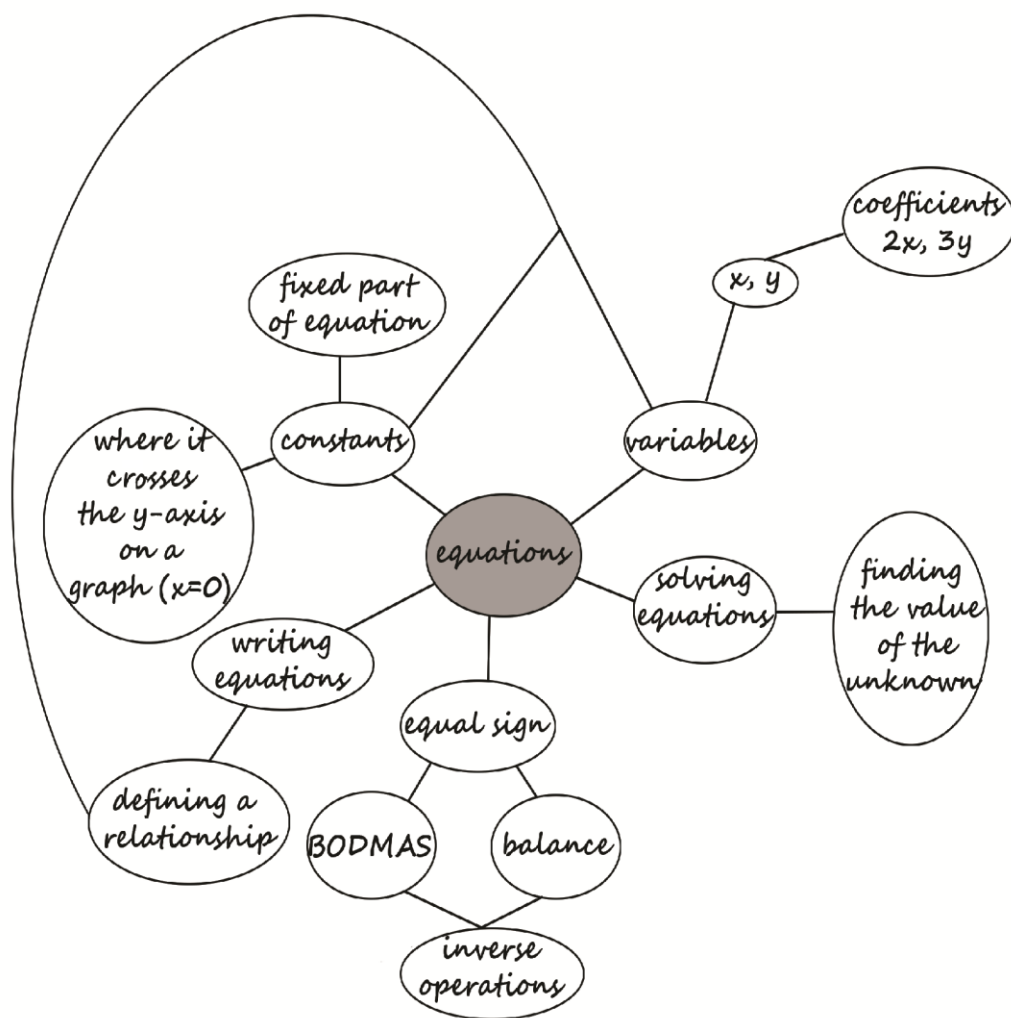
- रोचक, रोमांचक और प्रेरक हो सकती हैं
- हमें दैनिक जीवन से काल्पनिक दुनिया में ले जा सकती हैं
- चुनौतीपूर्ण हो सकती हैं
- नए विचारों के बारे में सोचने के लिए प्रेरित कर सकती हैं
- भावनाओं को समझने में मदद करती हैं
- ऐसे सन्दर्भ में समस्याओं को समझने में मदद करती हैं, जो वास्तविकता से अलग होता है और इस कारण कम डरावना होता है।

जब आप कहानियाँ सुनाते हैं, तो छात्र-छात्राओं से आँखों का संपर्क अवश्य बनाएँ। यदि आप अलग अलग पात्रों के लिए अलग अलग आवाजों का उपयोग करेंगे और उदाहरण के लिए उपयुक्त मौकों पर फुसफुसाहट के साथ या ऊँची आवाज़ में बोलकर अपनी आवाज़ का स्तर और लहजा बदलेंगे, तो उन्हें इसमें मज़ा आएगा। कहानी की प्रमुख घटनाओं का अभ्यास कीजिए ताकि आप इसे पुस्तक के बिना स्वयं अपने शब्दों में मौखिक रूप से सुना सकें। आप कहानी को जीवंत बनाने के लिए कक्षा में वस्तुएं या कपड़े ला सकते हैं। जब आप किसी कहानी का परिचय देते हैं, तो इसका उद्देश्य अवश्य बताएँ और छात्र-छात्राओं को इस बारे में सचेत करें कि वे क्या सीख सकते हैं। आपको उन्हें मुख्य शब्दावली का परिचय भी देना पड़ सकता है या कहानी को रेखांकित करने वाली अवधारणाओं के बारे में भी बताना पड़ सकता है। आप विद्यालय में किसी पारंपरिक कथावाचक को भी ला सकते हैं, लेकिन यह अवश्य सुनिश्चित करें कि कथावाचक और छात्र-छात्राओं, दोनों को अच्छी तरह मालूम हो कि क्या सीखना है।

कहानी सुनने के अलावा भी छात्र-छात्राओं की बहुत सी गतिविधियों का संकेत दे सकता है। छात्र-छात्राओं से कहानी में उल्लेख किए गए सभी वास्तविकता को नोट करने, चित्र बनाने, मुख्य घटनाओं को याद करने, संवाद तैयार करने या अंत बदलने को कहा जा सकता है। उन्हें समूहों में बाँटा जा सकता है और चित्र या वस्तुएं देकर किसी अन्य नज़रिए से कहानी दोबारा सुनाने को कहा जा सकता है। किसी कहानी का विश्लेषण करके, छात्र-छात्राओं से कहा जा सकता है कि वे कल्पना और तथ्यों को पहचानें, घटनाओं की वैज्ञानिक व्याख्या पर विवाद करें या कोई गणितीय समस्याएँ हल करें।

छात्र-छात्राओं से अपनी स्वयं की कहानियाँ तैयार करने को कहना एक बहुत शक्तिशाली साधन है। यदि आप उन्हें कार्य को सीमित रखने के लिए संरचना, सामग्री और भाषा देते हैं, तो छात्र आपको अपनी खुद की कहानियाँ बता सकते हैं, यहाँ तक कि गणित और विज्ञान के बहुत कठिन विचारों के बारे में भी। वास्तव में वे विचारों के साथ खेल रहे हैं, अर्थ समझ रहे हैं और अपनी कहानियों के माध्यम से संक्षेप में अवधारणाओं को जान रहे हैं।

संसाधन 3: मस्तिष्क छवि का एक उदाहरण



चित्र R1.1 मस्तिष्क छवि का एक उदाहरण

अतिरिक्त संसाधन

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: <http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics>
- Class X maths study material: http://www.zietmysore.org/stud_mats/X/maths.pdf
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: <https://www.ncetm.org.uk/>
- National STEM Centre: <http://www.nationalstemcentre.org.uk/>
- OpenLearn: <http://www.open.edu/openlearn/>
- BBC Bitesize: <http://www.bbc.co.uk/bitesize/>
- Khan Academy's math section: <https://www.khanacademy.org/math>
- NRICH: <http://nrich.maths.org/frontpage>
- Mathcelebration: <http://www.mathcelebration.com/>
- Art of Problem Solving's resources page: <http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php>
- Teachnology: <http://www.teach-nology.com/worksheets/math/>

- Maths is Fun: <http://www.mathsisfun.com/>
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics:
<http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm>
- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 3 ('Numbers (II)'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html>
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html>
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremijifoundation.org/Foundation_Publications
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including the *Teachers Manual for Formative Assessment – Mathematics (Class IX)*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': <http://cbse.nic.in/welcome.htm>

संदर्भ

Bouvier, A. (1987) 'The right to make mistakes', *For the Learning of Mathematics*, vol 7, no. 3, pp. 17–25.

Bruner, J. (1986) *Actual Minds, Possible Worlds*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Egan, K. (1986) *Teaching as Story Telling: An Alternative Approach to Teaching and Curriculum in the Elementary School*. Chicago, IL: University of Chicago Press.

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*. New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education (NCFTE)*. New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2012a) *Mathematics Textbook for Class IX*. New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2012b) *Mathematics Textbook for Class X*. New Delhi: NCERT.

Novak, J.D. and Gowin, D.B. (1984) *Learning How to Learn*. New York, NY: Cambridge University Press.

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

अभिस्वीकृतियाँ

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>)। नीचे दी गई सामग्री मालिकाना हक की है तथा लाइसेंस के अंतर्गत ही इस प्रोजेक्ट में उपयोग की गई है, तथा इसका Creative Commons Licence से कोई वास्ता नहीं है। इसका अर्थ यह है कि यह सामग्री अपरिवर्तित रूप से केवल TESS-India प्रोजेक्ट में ही उपयोग की जा सकती है और यह किसी अनुवर्ती OER संस्करणों में उपयोग नहीं की जा सकती। इसमें TESS-India, OU और UKAID लोगो का उपयोग भी शामिल है।

इस इकाई में सामग्री को पुनः प्रस्तुत करने की अनुमति के लिए निम्न स्रोतों का कृतज्ञतारूपी आभार किया जाता है:

चित्र 1: ऊपर बाएँ (Figure 1: top left): © Rick212:

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Australia_vs_India.jpg – यह फ़ाइल

Creative Commons Attribution 2.0 Generic लायसेंस; ऊपर दाएँ के तहत लायसेंस प्राप्त है: © Yosarian:

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Indian_sweet_shop.jpg – यह फ़ाइल

Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 अनपोर्टेड लायसेंस; नीचे बाएँ के तहत लायसेंस प्राप्त है: ©

Sanyambahga http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Punjabi_woman_in_kitchen.jpg – यह फ़ाइल

Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 अनपोर्टेड लायसेंस; नीचे दाएँ के तहत लायसेंस प्राप्त है: ©

Prattheepps http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Nilgiri_ooty_railway_station.JPG.

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएं करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत भर के उन शिक्षक प्रशिक्षकों, प्रधानाध्यापकों, शिक्षकों और छात्र-छात्राओं के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन यूनिवर्सिटी के साथ काम किया है।