

गणितीय ढंग से सोचना और अनुमान लगाना



भारत में विद्यालय आधारित
समर्थन के माध्यम से शिक्षक
शिक्षा
www.TESS-India.edu.in



<http://creativecommons.org/licenses/>



संदेश



शिक्षकों को बाल केंद्रित कक्षा अभ्यास की ओर उन्मुख करने तथा शिक्षक प्रशिक्षण की गुणवत्ता को बेहतर बनाने के उद्देश्यों को सम्मुख रखते हुए TESS-India राष्ट्रीय स्तर पर कार्यरत है। इस दिशा में TESS-India द्वारा मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) का विकास किया गया है। ये संसाधन शिक्षकों तथा शिक्षक-प्रशिक्षकों के वृत्ति विकास (Professional development) में लाभकारी एवं उपयोगी सिद्ध होंगे। राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के नेतृत्व में इन संसाधनों का स्थानीयकृत किया गया है, जिसके अन्तर्गत इनके उद्देश्य के मूल को बरकरार रखते हुए इनमें स्थानीय, भाषा, बोली, प्रथाओं, संस्कृतियों तथा नियमों को सम्मिलित किया गया है। इनका उपयोग शिक्षण कार्य में सहजता एवं सुगमता पूर्वक किया जा सकता है।

राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद, बिहार के मार्गदर्शन में TESS-India द्वारा स्थानीय भाषा में तैयार मुक्त शैक्षिक संसाधन (Open Educational Resources) नेट पर आप सभी के लिए सुलभ उपलब्ध है।

शुभकामनाओं सहित।

(डॉ० मुरली मनोहर सिंह)

निदेशक

एस०सी०ई०आर०टी०, बिहार

समीक्षा एवं दिशाबोध
डॉ. मुरली मनोहर सिंह, निदेशक राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. सेयद अब्दुल मोईन, विभागाध्यक्ष, अध्यापक शिक्षा विभाग, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. कासिम खुशीद, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्
डॉ. इम्तियाज आलम, विभागाध्यक्ष, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. स्नेहाशीष दास राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. अर्चना, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
डॉ. रीता राय, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार
श्री तेज नारायण प्रसाद, राज्य शिक्षा शोध एवं प्रशिक्षण परिषद्, बिहार

स्थानीयकरण
भाषा और शिक्षा
डॉ. ज्ञानदेव मणि त्रिपाठी, प्राचार्य, मैत्रेय कॉलेज ऑफ एडुकेशन एण्ड मैनेजमेंट, हाजीपुर, वैशाली
श्री सुमन सिंह, प्रखंड साधनसेवी, भगवानपुर हाट, सिवान
श्री कात्यायान कुमार त्रिपाठी, प्राथमिक विद्यालय चैलीटाल, पटना
श्री कृत प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, हिलसा, नालंदा
प्राथमिक अंग्रेजी
श्री अरशद रजा, सहायक शिक्षक, प्राथमिक विद्यालय, पचासा रहुई, नालंदा
श्री संतोष सुमन, सहायक शिक्षक, बालिका उच्च विद्यालय, महुआबाग
श्री शशि भूषण पाण्डेय, सहायक शिक्षक, उत्क्रमित मध्य विद्यालय, मुकुन्दपुर, नालंदा
श्रीमती रचना त्रिवेदी, शिक्षिका, नोट्रेडेम अकादमी, पटना
माध्यमिक अंग्रेजी
श्री मणिशंकर, प्रधानाध्यापक, तारामणी भगवानसाव उच्च माध्यमिक विद्यालय, कोइलवर, भोजपुर
डॉ. ब्रजेश कुमार, शिक्षक, पी. एन. एंग्लो संस्कृत माध्यमिक विद्यालय, नया टोला, पटना
प्राथमिक गणित
श्री कृष्ण कान्त ठाकुर
श्री दिलीप कुमार, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, बुलनी हैदरपुर, नालंदा
श्री गोविन्द प्रसाद, प्रखंड साधनसेवी, चनपटिया, पश्चिमी चम्पारण
माध्यमिक गणित
डॉ. राकेश कुमार, भागलपुर डायट
श्री रिजवान रिजवी, उत्क्रमित मध्य विद्यालय, सिलौटा चाँद, कैमूर
श्री इन्द्रभूषण कुमार, शिक्षक, सहयोगी माध्यमिक विद्यालय, हाजीपुर, वैशाली
प्राथमिक विज्ञान
श्री मनोज त्रिपाठी, प्रखंड साधनसेवी, बरहारा, भोजपुर
श्री शशिकान्त शर्मा, प्रखंड साधनसेवी, आरा, भोजपुर
श्री रणबीर सिंह, संकुल संसाधन केन्द्र समन्वयक, आदर्श आवासीय मध्य विद्यालय शिक्षक संघ, सहरसा
माध्यमिक विज्ञान
श्री जी.वी.एस.आर प्रसाद
श्री मुकुल कुमार, शिक्षक, सहायक शिक्षक, गोरखनाथ सूर्यदेव माध्यमिक विद्यालय, राजापाकर वैशाली

TESS-India (Teacher Education Through School Based Support) का लक्ष्य है भारत में मुक्त शैक्षिक संसाधनों के द्वारा प्राथमिक और माध्यमिक स्तरों पर शिक्षकों के कक्षा अभ्यासों को बेहतर करना। ये संसाधन शिक्षकों के छात्र-केन्द्रित, भागीदारी दृष्टिकोण को विकसित करने में सहायता करेंगे।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन (**Open Education Resources – OERs**) शिक्षकों को स्कूल की पाठ्यपुस्तक के लिए सहायक पुस्तिका प्रदान करते हैं। ये संसाधन शिक्षकों के लिए गतिविधियाँ प्रदान करते हैं जो वे कक्षा में अपने छात्रों के साथ कर सकते हैं। साथ ही इनमें केस स्टडी भी हैं जो ये दर्शाते हैं कि किस प्रकार दूसरे शिक्षकों ने उस विषय को सिखाया है। संबंधित संसाधन शिक्षकों को पाठ योजना बनाने में और विषय पर ज्ञान वर्धन करने में उनकी सहायता करते हैं।

TESS-India के मुक्त शैक्षिक संसाधन भारतीय पाठ्यक्रम और संदर्भों के अनुकूल हैं। ये भारतीय तथा अंतर्राष्ट्रीय लेखकों के सहयोग से तैयार किये गये हैं और ये ऑनलाइन तथा प्रिंट उपयोग के लिए उपलब्ध है (<http://www.tess-india.edu.in>)। मुक्त शैक्षिक संसाधन अनेकों संस्करणों में उपलब्ध हैं जो प्रत्येक राज्य के लिए उपयुक्त है जहाँ TESS India कार्यरत है। उपयोगकर्ता इन संसाधनों को अनुकूल और स्थानीयकृत करने के लिए स्वतंत्र हैं ताकि ये स्थानीय आवश्यकताओं और संदर्भों को पूरा कर सकें।

TESS-India मुक्त विश्वविद्यालय, ब्रिटेन के नेतृत्व में तथा ब्रिटेन की सरकार द्वारा वित्त-पोषित है।

वीडियो संसाधन

इस इकाई की कुछ गतिविधियों के साथ निम्न प्रतीक का उपयोग किया गया है: . इससे संकेत मिलता है कि निर्दिष्ट अध्यापन संबंधी थीम के लिए TESS-India वीडियो संसाधनों को देखना आपके लिए उपयोगी होगा।

TESS-India वीडियो संसाधन भारत में अनेक प्रकार की कक्षाओं के संदर्भ में मुख्य अध्यापन तकनीकों का वर्णन करते हैं। हमें आशा है कि वे आपको इसी प्रकार के अभ्यासों के साथ प्रयोग करने के लिए प्रेरित करेंगे। उनका उद्देश्य पाठ (टेक्स्ट) पर आधारित इकाइयों के माध्यम से काम करने के आपके अनुभव का पूरक होना और उसे बढ़ाना है।

TESS-India वीडियो संसाधनों को ऑनलाइन देखा या TESS-India की वेबसाइट, <http://www.tess-india.edu.in/> से डाउनलोड किया जा सकता है। वैकल्पिक रूप से, आप ये वीडियो सीडी या मेमोरी कार्ड के माध्यम से भी देख सकते हैं।

यह इकाई किस बारे में है

अनुमान लगाना हमारे दैनिक जीवन का एक अभिन्न हिस्सा है, क्योंकि ज्यादातर संदर्भों में, हम किसी माप के वास्तविक मान की अपेक्षा एक अनुमान के प्रति ज्यादा चिंतित होते हैं। उदाहरण के लिए, यदि हमें स्थान A से स्थान B जाना होता है, हमारी रुचि यात्रा पूरी होने में लगने वाले वास्तविक समय की अपेक्षा यात्रा की अवधि का अनुमान लगाने में रहती है।

समान मात्रा का अनुमान लगाने के लिए किए गए दोबारा प्रयास हमारे अनुमान को बेहतर बनाते हैं। उदाहरण के लिए, एक फल के जूस का विक्रेता (चित्र 1), अपने अनुभव से, बहुत सटीक तरीके से यह अनुमान लगा सकता है कि पांच गिलास जूस कितने संतरों से निकाला जा सकता है।



चित्र 1 एक फल के जूस का विक्रेता।

फिर भी, छात्र-छात्रा अक्सर ही अनुमान लगाने की प्रक्रिया पर ध्यान नहीं देते और इसकी बजाय सटीक उत्तर प्राप्त करने का प्रयास करते हैं— तब भी जब उनसे खास तौर पर ऐसा नहीं करने को कहा गया हो। क्योंकि वे आत्मविश्वासी अनुमानकर्ता नहीं होते, उनके पास ऐसे उपकरण नहीं होते, जो उन्हें इस बात को महसूस करने में मदद करें कि कब उनके सुविचारित उत्तर विश्वसनीय नहीं होते।

इस इकाई में आप इस बात पर ध्यान केन्द्रित करेंगे कि गणितीय सोच पर काम करने और गणितीय गणनाओं में न्यूनतम त्रुटियां करने के लिए एक उपकरण के रूप में अनुमान लगाना कैसे सिखाएं। इन गतिविधियों में आपके छात्र-छात्राओं से कहा जाएगा कि वे अपने गणित संबंधी सोच प्रक्रियाओं पर काम करें और विचार-विमर्श के द्वारा इन्हें स्पष्ट करें।

आप इस इकाई में सीख सकते हैं

- संख्यात्मक अभिव्यक्तियों, लंबाई, समय और क्षेत्रफल के मानों का अनुमान लगाने और ऊपरी और निचली सीमाओं का उपयोग करने की छात्र-छात्राओं की क्षमता को कैसे बढ़ाएँ।
- आपके छात्र-छात्राओं को किस प्रकार सक्षम करें कि वह गणित को केवल एक सही उत्तर वाला नहीं, बल्कि 'कई सही उत्तर' वाले के रूप में देखें।
- छात्र-छात्राओं की सोच प्रक्रियाओं को शामिल करने की कुछ पद्धतियाँ।

इस इकाई में सीखने का संबंध संसाधन 1 में निर्दिष्ट की गई एनसीएफटीई (2009) एनसीएफ (2005) एवं बीसीएफ (2008) सीखने-सिखाने की प्रक्रिया की आवश्यकताओं से है।

1 अनुमान लगाना गणितीय प्रक्रिया के बारे में सोचना है

जीवन में ज्यादातर चीजों की तरह, और खास तौर पर फल जूस के विक्रेता की तरह, आप अनुमान लगाने का जितना ज्यादा अभ्यास करते हैं, इस पर काम करते समय आपको उतना ही बेहतर परिणाम प्राप्त होता है। मजेदार प्रश्न यह है कि एक अच्छा अनुमानकर्ता होना एक अच्छा विचार क्यों है? आप अपने छात्र-छात्राओं को अच्छे अनुमानकर्ता बनने के लिए प्रोत्साहित करना क्यों चाहते हैं? अनुमान लगाने से ऐसी कौन सी शिक्षा मिलती है, जो सटीक उत्तर पर काम करने से भिन्न है?

अनुमान करते समय, छात्र-छात्रा अपने सामने मौजूद समस्या को हल करने के लिए आवश्यक सोच प्रक्रिया पर वास्तव में विचार करना शुरू कर सकते हैं, इन बातों के दबाव के बिना कि उन्हें एकदम सही उत्तर प्राप्त करना है, और उन्हें सही गणनाओं के विस्तार में जाना है। कलन विधि लागू करने से सटीक उत्तर प्राप्त होगा, अनुमान नहीं। इसलिए, अनुमान लगाना उस सोच की रूपरेखा बनाना है, जो विकसित होगी, साथ ही उन क्षेत्रों का बोध होना है, जहां समस्या का समाधान हो सकता है। यह छात्र-छात्राओं को सोचने के लिए विवश कर सकता है कि कलन विधि क्यों काम करती है। जब बाद में वे किसी प्रश्न का सही उत्तर निकाल लेते हैं, तो वे इस बात की पुष्टि कर सकते हैं कि अनुमान लगाने की प्रक्रिया में उनकी सोच स्पष्ट थी या नहीं, और इस तरह उन्हें गणनाओं के करने में की गयी किसी भी त्रुटि के बारे में पता चलता है।

तो इस प्रकार, अनुमान करना गणितीय सोच के लिए एक साधन (tool) है। यह खास तौर पर भारत में प्रासंगिक है, क्योंकि विद्यालय की गणित में कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है — इसलिए लम्बी गणनाओं में फंसना एक वास्तविकता है।

गतिविधि 1 में आप अपने छात्र-छात्राओं से कहेंगे कि पहले वे प्रश्नों में अनुमान लगाने का अभ्यास करें, जिसका उन्होंने ज्यादा प्रयोग किया हो, लेकिन यह गतिविधि उन्हें इस बात के लिए भी बाध्य करेगी कि वे तमाम संभावित उत्तरों के बारे में भी सोचना शुरू करें। गतिविधि के प्रश्न 3 में आप उनसे कहेंगे कि वे वास्तविक जीवन की किसी वस्तु का उपयोग करते हुए की जाने वाली गणनाओं में शामिल गणितीय सोच प्रक्रिया का वर्णन करने के एक तरीके के तौर पर अनुमान करने के बारे में सोचें।

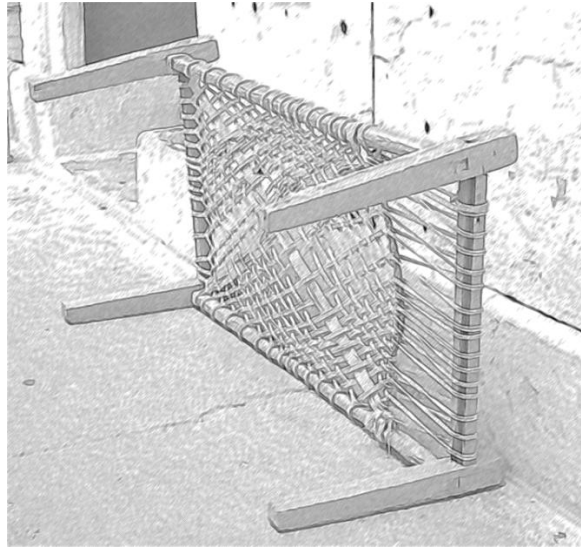
इस इकाई में अपने छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने से पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह (या आंशिक रूप से) स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा यदि आप इसका प्रयास अपने किसी सहयोगी के साथ करें, क्योंकि जब आप अनुभव पर विचार करेंगे तो आपको मदद मिलेगी। स्वयं प्रयास करने से आपको शिक्षार्थी के अनुभवों के भीतर झांकने का मौका मिलेगा, जो परोक्ष रूप से आपके सीखने-सिखाने और एक शिक्षक/शिक्षिका के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित करेगा। जब आप तैयार हों, तो अपने छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधियों का उपयोग करें। पाठ के बाद, सोचें कि गतिविधि किस तरह हुई और उससे क्या सीख मिली। इससे आपको अधिक छात्र-छात्रा को केंद्र में रखने वाला शैक्षिक वातावरण बनाने में मदद मिलेगी।

गतिविधि 1: अनुमान लगाना और त्रुटियाँ

अपने छात्र-छात्राओं से निम्नलिखित पूछें:

- सटीक उत्तर की गणना किए बिना दी गयी सांख्यिकीय अभिव्यक्तियों के निकटतम पूर्णांक का पता लगाएं।
 - 106×107
639
 - 225
 - $7\sqrt{5}$

2. चर राशियों के दिए गए मूल्यों पर इन व्यंजकों के मूल्यों का अनुमान लगाएं। एक बार फिर, सटीक उत्तर की गणना नहीं करें।
- यदि $x = 210$ हो तो $\frac{7}{8}x + 5$ के मान का अनुमान लगाएँ
 - यदि $x = \frac{14}{3}$ हो तो $\frac{7}{8}x + 5$ के मान का अनुमान लगाएँ
 - यदि $x = 1.05$ हो तो व्यंजक $5x^3 - 3x^2 + 7$ के मान का अनुमान लगाएँ
3. चित्र 2 में प्रदर्शित पारम्परिक चारपाई को बनाने में प्रयोग होने वाली रस्सी की लम्बाई का अनुमान लगाएँ।



चित्र 2 एक पारम्परिक चारपाई।

जब आपके ज्यादातर छात्र-छात्राओं ने प्रश्नों को हल करने का एक प्रयास कर लिया हो, तो उनसे पूछें:

4. क्या आप बता सकते हैं कि इन प्रश्नों का जवाब देने के लिए आपने क्या किया? अनुमान लगाने की प्रक्रिया में आपको क्या करना अथवा सोचना पड़ा? प्रश्न 3 में आपने क्या किया इसपर पहले नजर डालना आपके लिए मददगार हो सकता है।

अनुमान लगाने में छात्र-छात्रा विभिन्न तरीकों का प्रयोग कर सकते हैं। उनके सभी सुझावों को स्वीकार करना महत्वपूर्ण है और तब उनसे अनुमान लगाने के विभिन्न तरीकों का मूल्यांकन करने को कहें।



गतिविधि 1 से 3 तक का उपयोग कक्षा IX परिशिष्ट 2 BTBC book (पृष्ठ 362) और कक्षा X परिशिष्ट 2 NCERT book (पृष्ठ 382) में पहले किया जा सकता है।

केस स्टडी 1: गतिविधि 1 के उपयोग का अनुभव श्रीमती अपराजिता बताती हैं

यह एक शिक्षिका की कहानी है, जिसने अपने माध्यमिक कक्षा के छात्र-छात्राओं के साथ गतिविधि 1 का प्रयास किया।

प्रश्न 1 और 2 को हमने पूरी कक्षा की गतिविधि के तौर पर किया। मैंने ब्लैक बोर्ड पर एक समय में एक प्रश्न लिखा, और तब छात्र-छात्राओं से उत्तर और विचार प्राप्त किया। प्रश्न 3 और 4 के लिए हमने पूरी कक्षा के तौर पर काम शुरू किया, और बाद में उन्होंने जोड़े बनाकर इसपर काम किया।

जब मैंने पहला प्रश्न ब्लैकबोर्ड पर लिखा, छात्र-छात्रा एक दूसरे की ओर बहुत संदेह भरी नजरों से देख रहे थे, जैसे

उन्हें इससे पहले इस तरह की कोई चीज़ करने के लिए कभी भी प्रोत्साहित नहीं किया गया हो — वे केवल सटीक उत्तर की गणना करना चाहते थे।

अचानक, रचित ने कहा कि यह 4,20,000 होगा। मैंने उससे पूछा कि उसने ऐसा क्यों सोचा और उसने कहा कि 6 बार 7 होता है 42 और सौ बार सौ के लिए हमने चार शून्य जोड़ दिए। साक्षी ने तुरंत कहा कि 6 और 7 इकाई वाले स्थान पर थे, इसलिए ऐसा नहीं होगा, लेकिन उसने कहा कि उसका मानना है कि यह 10,000 से ज्यादा होगा, क्योंकि 106 और 107 अंक 100 से बड़े हैं और 100×100 है, 10,000 के बराबर। तरुना और राहुल इससे सहमत थे। रम्या का कहना था कि 106 और 107 दोनों 110 से कम हैं अतः 106 और 107 का गुणनफल 12100 से कम होगा।

प्रश्न 1 के भाग (b) ने उनकी गति थोड़ी धीमी कर दी, लेकिन तरुना ने फैसला किया कि यह 2 से ज्यादा और 3 से कम होगा। जब इसके पीछे का तर्क पूछा गया, उसने कहा कि 3 बार 225 होगा 675, जो अंश (न्युमेरेटर) से अधिक है, और दो बार 225 होगा 450, जो अंश से कम है। भाग (c) के लिए, आदित्य ने फैसला किया कि यह 14 से ज्यादा होगा क्योंकि रूट 4 होता है 2, और इसलिए रूट 5 उससे ज्यादा होगा और इस प्रकार गुणन का परिणाम 14 से ज्यादा होगा।

उनके तर्क में मुझे यह बात खटकी कि उन्होंने 'इससे ज्यादा' अथवा 'इससे कम' की भाषा का इस्तेमाल स्वतः ही शुरू कर दिया। इससे लगता है कि ऊपरी और निचली सीमाओं के बारे में सोचना वास्तव में स्वाभाविक काम करने जैसा है। इसने मुझे यह सोचने को मजबूर किया कि मुझे इस बारे में समझ विकसित करने के लिए इतना ज्यादा समय नहीं खर्च करना चाहिए, बल्कि इस तरह के प्रश्नों का प्रयोग करना चाहिए, ताकि उनमें ये अवधारणाएं स्वाभाविक तौर पर विकसित हों।

उन्हें उन अभिव्यक्तियों को लेकर बहुत संदेह था जिनके साथ उन्हें शुरू करना था। मुझे ऐसा इसलिए लगा, क्योंकि इसमें एक भिन्न शामिल था — शायद मुझे पूछना चाहिए था। मैंने थोड़ी देर तक इंतजार किया, ताकि वे इस बात से वास्तव में अवगत हो जाएं कि जो संकेत मैं उन्हें देने जा रही हूँ, उसपर वे टिके हैं और उसका सम्मान करेंगे: अनुमान लगाना शुरू करने के लिए $\frac{7}{8}$ । शिवम ने फैसला किया कि वह $\frac{7}{8}$ लगभग 0.8 होगा, जो लगभग 1 है, और इस प्रकार वह अभिव्यक्ति $x + 5$ होगी। मैंने उनसे पूछा कि क्या वह अधिकतम अथवा न्यूनतम मान होगा, और वे सभी सहमत थे कि वह अधिकतम होगा। ऐसी अभिव्यक्ति के लिए जिसमें $\frac{14}{3}$ शामिल हो मुझे कोई भी संकेत देने की ज़रूरत नहीं पड़ी। सभी सीधे अनुमान करने लगे, जो $\frac{14}{3}$ होगा — ऐसा लगता है कि मेरे संकेत ने काम किया। उन्होंने कहा कि मान लगभग 4 होगा और इसका मतलब है कि न्यूनतम मान 9 होगा।

तीसरे व्यंजक को लेकर उनके चेहरों पर परेशानी झलकने लगी। मैंने उनसे पूछा कि उन्हें क्या परेशानी है, तो उन्होंने कहा कि परेशानी घन और वर्ग निकालने में थी। इसलिए, मैंने उन्हें एक सहायक प्रश्न देकर उनकी मदद की: मैंने उनसे कहा कि वे 3 और 0.1 का घन निकालें, और परिणाम देखें। तरुना ने कहा कि 3 का घन संख्या 3 से बड़ा होगा, लेकिन 0.1 का घन 0.1 से छोटा होगा। तब मैंने उनसे बस इतना कहा 'अब इस व्यंजक को देखो' और उन्होंने तुरन्त ही उत्तर निकाल लिए। एक बार फिर, बगैर उत्साह बढ़ाए, उन्होंने अपने अनुमानों में एक श्रृंखला की पहचान कर ली।

चारपाई के साथ कक्षा में उत्तेजना की वास्तविक भावना मौजूद थी। उन्होंने मुझसे पूछा कि चारपाई की लम्बाई और चौड़ाई क्या है। मैंने उन्हें बताया कि उनका अनुमान वहीं से शुरू होता है — यह उनके ऊपर निर्भर है। सभी ने फैसला किया कि उन्हें इसे दो मीटर गुणा एक मीटर मानना चाहिए। लेकिन वहां इस बात पर ज्यादा चर्चा हुई कि वे दोगुना कैसे करेंगे, क्योंकि रस्सी फ्रेम के चारों ओर लपेटी जानी थी। इस बिन्दु पर मैंने उनसे इसपर जोड़े बनाकर काम करने को कहा, और यह भी कि वे बाद में अपनी सोच को पूरी कक्षा के साथ साझा करने के लिए तैयार रहें।

प्रश्न 4 के कारण अत्यधिक चर्चा हुई। इसका वर्णन करने में उन्हें परेशानी हुई— शुरुआत में ऐसा लगा कि उनके

पास भाषा नहीं है। मैंने सोचा कि यदि वे सभी अपनी बातचीत तेज आवाज में करें और अपने विचारों को बताएं तो उन्हें मदद मिलेगी, इसलिए मैंने उनसे कहा कि वे अपनी सोच एक दूसरे को जोड़े में बताएं और जब वे अपनी व्याख्याओं से खुश हों, तो इसे अपनी अभ्यास पुस्तिकाओं में लिखें। इसके बाद हमने कुछ व्याख्याओं को पूरी कक्षा के साथ साझा किया। मैंने ध्यान दिया कि कुछ छात्र-छात्राओं ने उन बातों में बदलाव किया, जो उन्होंने पूरी कक्षा के साथ चर्चा में निकले परिणाम के रूप में लिखा था। व्याख्याएं शायद बहुत परिष्कृत नहीं थीं, लेकिन मैं उनकी सोच के बारे में विचार करना शुरू करने के उनके प्रयास और उनकी प्रतिबद्धता से बहुत प्रभावित था — यह करना कोई आसान काम नहीं है! मैंने उन्हें यह बात बताई और यह भी कहा कि मुझे यह करना अभी भी बहुत कठिन लगता है।

अपने सीखने-सिखाने की प्रक्रिया में दिखाना

जब आप अपनी कक्षा के साथ ऐसी कोई गतिविधि करें, तो बाद में सोचें कि क्या ठीक रहा और कहाँ गड़बड़ हुई। ऐसे प्रश्नों की ओर ध्यान दें, जो छात्र-छात्राओं में रुचि पैदा करें और जिन्हें आपको स्पष्ट करने की आवश्यकता हो। ऐसी बातें ऐसी 'स्क्रिप्ट' पता करने में सहायक होती हैं, जिससे आप छात्र-छात्राओं में गणित के प्रति रुचि जगा सकें और उसे मनोरंजक बना सकें। यदि वे कुछ भी समझ नहीं पाते हैं तथा कुछ भी नहीं कर पाते हैं, तो वे शामिल होने में कम रुचि लेंगे।



ज़रा सोचिए

ऐसे चिंतन को गति देने वाले अच्छे सवाल हैं:

- आपकी कक्षा कैसी रही?
- छात्र-छात्राओं से किस प्रकार की प्रतिक्रिया अनपेक्षित थी? क्यों?
- क्या सभी छात्र-छात्राओं की इन गतिविधियों में रुचि थी? क्या कोई ऐसे छात्र/छात्रा थे जिन्होंने भाग नहीं लिया था? यदि ऐसा है, तो आपको क्या लगता है कि उन्होंने क्यों भाग नहीं लिया?
- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपने किसी भी रूप में काम को संशोधित किया? यदि ऐसा है, तो आपने ऐसा किस कारण से किया?

2 सटीक गणनाओं के साथ अनुमान लगाने की तुलना करना

गतिविधि 1 में आपने छात्र-छात्राओं से अनुमान लगाने का अभ्यास करने और गणनाओं में शामिल गणितीय सोच प्रक्रियाओं के बारे में सोचना शुरू करने को कहा। अगली गतिविधि इसे आगे बढ़ाती है और आप तथा आपके छात्र-छात्राओं के लिए सटीक उत्तरों के साथ अनुमानों की तुलना के द्वारा गणितीय प्रक्रियाओं पर ध्यान केन्द्रित करने और छात्र-छात्राओं के लिए अनुमान लगाने के उद्देश्य से ज्यादा अवगत होने के लिए अधिक अवसर मुहैया कराती है। यह उन प्रश्नों का इस्तेमाल करती है, जिसमें छात्र-छात्रा सामान्य तौर पर पहले उत्तर का अनुमान लगाने पर विचार नहीं करेंगे बल्कि सीधे सटीक उत्तर निकालने पर काम करने लगते हैं। यह गतिविधि उन्हें रुकने और पहले सोचने को कहती है।

गतिविधि 2: अनुमान लगाना एक मार्गदर्शक के रूप में

अपने छात्र-छात्राओं से निम्नलिखित पूछें:

इन प्रत्येक प्रश्नों में, पहले उत्तर का अनुमान करें (इसे निकाले बगैर) और तब सटीक उत्तर निकालें। अनुमान (E) और सटीक उत्तर (A) के बीच अन्तर का पता लगाएं।

1. मोहन 500 रुपये में कितने किलो चीनी खरीद सकता है यदि चीनी की कीमत 75 रुपये प्रति किलो हो?

2. कुछ देशों में तापमान फारेनहाइट ($^{\circ}\text{F}$) में मापा जाता है; भारत में, तापमान सेल्सियस ($^{\circ}\text{C}$) में नापा जाता है। तापमानों के ये दो माप समीकरण

$F = \left(\frac{9}{5}\right) C + 32$ द्वारा संबंधित होते हैं। यदि न्यू ओरलियांस, यूएसए में तापमान 95°F है, भारत में समतुल्य तापमान सेल्सियस में क्या है?

3. a , b और c भुजा वाले एक त्रिकोण का क्षेत्रफल

$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ द्वारा दिया गया है, जहां $2s = a + b + c$ है। एक समबाहु त्रिकोण का क्षेत्रफल निकालें, जिसके किनारे की लम्बाई 4 सेमी है।

जब छात्र-छात्राओं को एक अनुमान और एक सटीक उत्तर दिया गया हो, तो उनसे पूछें:

क्या आपको लगता है कि आपका अनुमान अच्छा था? इसे सुधारने के लिए आप क्या कर सकते थे? क्या पहले उत्तर का अनुमान लगाने से आपको सटीक उत्तर प्राप्त करने में किसी स्तर पर मदद मिलती है?

क्या उत्तर का अनुमान लगाना आपके छात्र-छात्राओं के लिए लाभदायक है? क्या वे अनुमान लगाने के प्रति आश्वस्त हैं? यदि नहीं, तो आप और अन्य छात्र-छात्रा उनकी मदद कैसे करते हैं?

केस स्टडी 2: गतिविधि 2 के उपयोग का अनुभव सुश्री दीपा बताती हैं

मैंने छात्र-छात्राओं से कहा कि वे इसपर व्यक्तिगत रूप से काम करें और बाद में पूरी कक्षा के समक्ष व्याख्या करने के लिए तैयार रहें कि उन्होंने अपना अनुमान कैसे किया। इसके बाद हमने उत्तरों की तुलना की— कुछ को ही प्रलोभन देना पड़ा और वास्तविक मान का पता चल गया। उन मामलों में मैंने उनसे यह बताने को कहा कि अनुमान की उनकी पद्धतियां क्या थीं। वास्तव में यह मजेदार था, क्योंकि जब वे अनुमान लगाने की प्रक्रिया का वर्णन ठीक उसी तरह करने का प्रयास करने लगे, जैसे सटीक उत्तर प्राप्त करना, तो ठीकठाक अनुमान लगा चुके अन्य छात्र-छात्रा टिप्पणी और आलोचना करने लगे (निसंदेह, मित्रतापूर्ण और रचनात्मक तरीके से)।

प्रश्न 1 के लिए, राहुल ने कहा कि एक किलो की कीमत 75 रुपये है, इसलिए 2 किलो की कीमत रुपये 150, रुपये 300 का मतलब 4 किलो होगा और रुपये 450 का मतलब 6 किलो होगा और चूंकि वहाँ ज़रूरत से ज्यादा रुपये थे, इसलिए मात्रा 6 किलो से ज्यादा और 7 किलो से कम होगी।

दूसरा प्रश्न ऐसा नहीं था, जिसके बारे में उन्होंने कभी भी बात करने की कोशिश की हो, इसलिए उन्होंने सबसे पहले इसे हल करने की कोशिश नहीं की — किसी ने भी जिम्मेदारी नहीं ली! इसलिए मैंने स्वीकार किया यह उनके लिए असुविधाजनक हो सकता है और पूछा कि कौन व्याख्या करने का प्रयास करेगा। साक्षी और उषा, जो एक-दूसरे के अगल-बगल बैठ रही थीं, दोनों ने एक-दूसरे को कोहनी मारने के बाद अपने हाथ उठाए। मैंने ताली बजाकर उनकी 'बहादुरी' की सराहना की और व्याख्या के साथ एक-दूसरे की सहायता करने के लिए दोनों को आमंत्रित किया। उन्होंने कहा कि वे 95 को 90 मानेंगी और 60 प्राप्त करने के लिए उसमें से 30 घटा देंगी। उन्होंने कहा कि $\frac{9}{5}$ लगभग 2 है, इसलिए दो से भाग देने पर वे अनुमान लगा सकती हैं कि सेल्सियस 30 से अधिक होगा। कोई भी अनुमान करने का बेहतर तरीका नहीं बता सका। फिर हमने चर्चा की कि समस्या को समझने में पहला अनुमान करने का क्या प्रभाव पड़ा। छात्र-छात्राओं ने महसूस किया कि अनुमान करने की प्रक्रिया का वर्णन सुनकर वे अचानक वह संबंध देख सके कि कैसे सेल्सियस डिग्री फारेनहाइट से संबंधित हो सकता है।

प्रश्न 3 इस मामले में दिलचस्प था कि मेरे सहित कोई भी व्यक्ति अनुमान करने का कोई ऐसा तरीका नहीं ढूंढ सका, जो सटीक उत्तर निकालने से भिन्न हो। फिर हमने इस बारे में अच्छी चर्चा की कि ऐसा क्यों था, और इस निष्कर्ष पर पहुंचे कि हमारे सामने कोई तस्वीर, अथवा स्पष्ट समझदारी नहीं थी कि क्षेत्रफल निकालने के लिए दिए गए फार्मूले का कलन विधि से अलग मतलब क्या है।

3 वास्तविक जीवन में अनुमान लगाना

अनुमान का प्रयोग वास्तविक जीवन में हर समय किया जाता है। एनसीएफ (2005) और बीसीएफ (2008) भी सुझाव देता है कि समझदारी बढ़ाने और विषय की प्रासंगिकता बढ़ाने के लिए गणित का प्रयोग अन्य पाठ्यक्रम क्षेत्रों में किया जाता है, और अनुमान कई अन्य क्षेत्रों में उपयोगी विचार है।

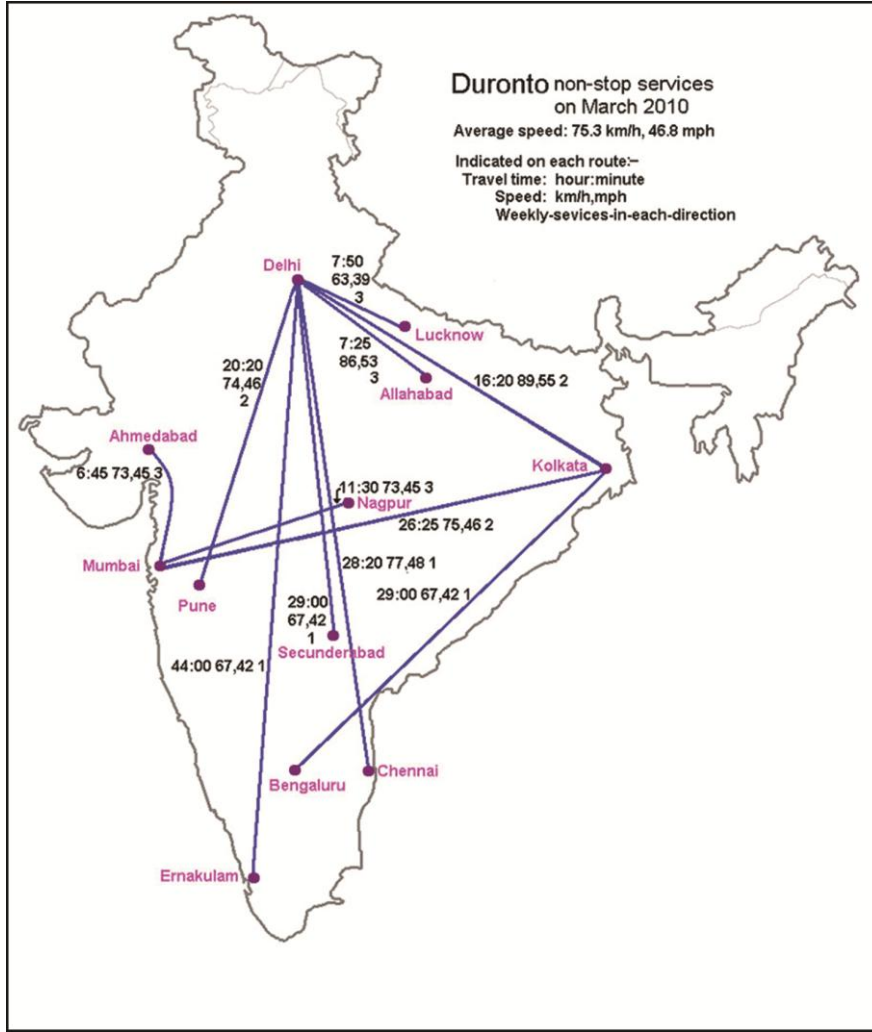
अगली गतिविधि में आपके छात्र-छात्राओं द्वारा भूगोल, इतिहास और स्थानीय रीति-रिवाजों के साथ गणित को जोड़ते हुए वास्तविक जीवन की मात्राओं जैसे कि दूरी, क्षेत्रफल और आयतनों का अनुमान लगाना शामिल है। अनुमान लगाने के लिए ऐसी वस्तुओं और परिदृश्य का प्रयोग किया जा सकता है, जो आपके स्थानीय वातावरण के अनुकूल हों। आप छात्र-छात्राओं से कह सकते हैं कि वे अपने गृहकार्य के हिस्से के रूप में उदाहरण प्रस्तुत करें। यदि आप अथवा आपके छात्र-छात्राओं की पहुँच इंटरनेट तक है, तो आप बहुत आसानी से ढेर सारी स्थानीय जानकारी प्राप्त कर सकते हैं।

गतिविधि 3: वास्तविक जीवन में अनुमान लगाना

यदि आप अपनी कक्षा के साथ सभी तीन गतिविधियाँ कर रहे हैं, आप अपने छात्र-छात्राओं को समूहों में बांटना और विभिन्न समूहों से विभिन्न समस्याओं पर काम कराना चाह सकते हैं। यह फैसला करें कि आपके समूह में ऐसे सभी छात्र-छात्रा हों, जो आत्मविश्वासपूर्वक गणित सीखने वाले हों या आप मिश्रित समूह बनाएंगे।

अपने छात्र-छात्राओं को अपने-अपने समूह में शामिल होने को कहें और उन्हें बताएं कि कौन सी समस्या हल करनी है। कक्षा की दीवारों पर चिपकाने के लिए आप कागज के बड़े टुकड़ों पर समस्याएं लिख सकते हैं।

1. **दूरियों का अनुमान लगाना** चित्र 3 में हमें भारत में दुरन्तो रेल सेवा के बारे में विस्तार से बताया गया है। दो शहरों के बीच प्रत्येक यात्रा के लिए आपको यात्रा समय के साथ ट्रेन की औसत गति किलोमीटर प्रति घंटे के रूप में उपलब्ध कराई जाती है। क्या आप उस समूची दूरी का अनुमान लगा सकते हैं, जो एक व्यक्ति दुरन्तो नेटवर्क का इस्तेमाल करते हुए इस नेटवर्क में सभी शहरों की यात्रा के दौरान तय करेगा?



चित्र 3: भारत में दुरन्तो रेल सेवाएं।

2. अनुमानित क्षेत्रफल: अपने राज्य में प्रत्येक जिले के क्षेत्रफल का अनुमान लगाने का तरीका पता लगाइए (चित्र



चित्र 4: बिहार के जिले।

3. अनुमानित मात्रा: कोई तीन वस्तुएं चुनिए, जो द्रव की अलग-अलग मात्राएं धारण कर सकती हैं। (कुछ

उदाहरण चित्र 5 में दिखाये गये हैं।) वे पानी की कितनी मात्रा धारण कर सकती हैं, इसका अनुमान आप कैसे लगा सकते हैं?



चित्र 5 ऐसी वस्तुओं के चार उदाहरण, जिनमें तरल पदार्थों को रोका जा सकता है

वीडियो: स्थानीय संसाधनों का उपयोग कसा



वीडियो: समूहकार्य का उपयोग करना



अधिक जानने के लिए संसाधन 2 और 3, स्थानीय संसाधनों का उपयोग करना” (Using local resources) और “समूहकार्य का उपयोग करना” (Using group work) पढ़ें।

केस स्टडी 3: गतिविधि 3 के उपयोग का अनुभव सुश्री रत्ना बताती हैं

छात्र-छात्राओं की ओर से आया पहला प्रश्न था कि ‘क्या हमें उन सभी शहरों में जाना होगा जो दुरंतो नेटवर्क से जुड़े हैं?’ तो मैंने कहा हां, उन सभी में जाने की कोशिश करो फिर भी कम से कम दूरी तय करो, और इस बात पर नज़र रखना वाकई उपयोगी होगा कि तुम कहाँ-कहाँ गये हो और कहाँ नहीं गये। उन्हें यह कार्य वाकई पसंद आया – उन्हें इसे पूरा करने के लिए अपना तरीका खुद निकालना था। मैंने यह सुझाव दिया कि वे चार-चार के समूह बना लें, क्योंकि हो सकता है कि इससे बेहतर समाधान ढूँढे जा सकें। इस बारे में काफी चर्चा हुई कि वह केंद्र कौन सा रहे, जहाँ से सभी जगहों पर आना-जाना हो।

साझेदारी के दौरान इस बारे में हमारे बीच काफी दिलचस्प बहस हुई कि यात्रा करने का सबसे अच्छा तरीका क्या था और इस मामले में अनुमान लगाने का उद्देश्य क्या है। वे सभी इस बात से सहमत थे कि इस समस्या पर काम करने के लिए अनुमान ही एकमात्र समझदारी भरा तरीका है, क्योंकि सटीक उत्तर का वास्तव में कोई मतलब नहीं होगा।

प्रश्न 2 में क्षेत्रफल के अनुमान को लेकर वे शुरू में थोड़ा भ्रम में थे। उन्होंने कहा कि इस पर काम करने के लिए उन्हें कुछ और जानकारी की आवश्यकता है। हमने चर्चा की कि ऐसा क्यों है और उन्हें क्या आवश्यकता होगी। वे सहमत हुए कि उन्हें एक छोटी सी जानकारी ढूँढने दी जाएगी, जिसे वे एटलस या इंटरनेट से प्राप्त कर सकते हैं। एक ग्रुप ने सबसे छोटे जिले का क्षेत्रफल पता किया, क्योंकि उन्होंने कहा कि इससे उन्हें अन्य जिलों का अनुमान लगाने में मदद मिलेगी। एक अन्य ग्रुप ने निर्णय किया वे अपने जिले का क्षेत्रफल पता लगाएंगे और फिर दूसरों के क्षेत्रफल का अनुमान लगाएंगे। तीसरे ग्रुप ने दिए गए मानचित्र का पैमाने पता लगाने की कोशिश की और फिर एक ज्यामितीय सूत्र का उपयोग करके उत्तर प्राप्त करने का निर्णय किया। कई प्रकार के उत्तर आये। फिर हमने उनके अनुमानों को जोड़कर देखा कि उनमें से कौन उनके राज्य के वास्तविक क्षेत्रफल के सबसे नजदीक है। हमने इस समस्या में अनुमान लगाने के

उद्देश्य के बारे में और फिर ऐसा करने से उन्होंने जो गणित सीखा उसके बारे में चर्चा की। वे सभी इस बात पर सहमत हुए कि अनुमान लगाना ही एकमात्र समझदारी भरा दृष्टिकोण था, और अलग-अलग आकार वाले राज्यों के क्षेत्रफल का बार-बार अनुमान लगाने से वे यह सोच रहे हैं कि क्षेत्रफल की गणना करने के लिए किस चीज़ पर ध्यान दिया जाना चाहिए।

फिर मात्रा का सवाल आया। उन सभी ने एक वस्तु के रूप में गिलास को चुना। उन्होंने इसका कारण यह बताया कि वे जानते थे कि पेप्सी की एक छोटी बोतल से ऐसे पांच गिलास भर जाते हैं (हालांकि कुछ ने छह गिलास बताया)। तो इसके बाद वे तय कर सकते थे कि अन्य आकारों को भरने के लिए कितने गिलासा भरने होंगे। निःसंदेह, उत्तर विभिन्न प्रकार के थे, क्योंकि उन सभी ने वस्तुओं के आकार का अलग-अलग अनुमान लगाया था। लेकिन उन्होंने अपने उत्तरों के पक्ष में अच्छे तर्क दिये, जो एक शिक्षिका के रूप में मेरे लिए संतोषजनक था।



ज़रा सोचिए

- अपने छात्र-छात्राओं की समझ का पता लगाने के लिए आपने क्या सवाल किए?
- क्या आपको लगा कि आपको किसी समय हस्तक्षेप करना होगा? किन बिंदुओं पर आपको लगा कि आपको और समझाना होगा?
- क्या आपने किसी भी रूप में काम को संशोधित किया? यदि ऐसा है, तो आपने ऐसा किस कारण से किया?

4 सारांश

यह इकाई अनुमान लगाने पर तथा इस बात पर ध्यान देती है कि छात्र-छात्रा ब्यौरों के बजाय गणितीय विचारों पर ध्यान केंद्रित करने के लिए इस दृष्टिकोण उपयोग कैसे कर सकते हैं और एक सटीक आंकिक का हिसाब लगाना पाना कितना होता है। अनुमान लगाने से छात्र-छात्राओं को यह समझने में मदद मिल सकती है कि वे क्या और क्यों कर रहे हैं और वे परीक्षा में अधिक अंक भी प्राप्त कर सकते हैं, क्योंकि अगर गणना में उनसे कोई चूक हुई हो, तो उन्हें पता चल जाता है।

गतिविधियों में अनुमान लगाने के लिए अनेक विचार शामिल होते हैं जिससे यह 'गणित का हिसाब लगाने' के समय की जाने वाली एक और मामूली क्रिया नहीं लगती। इससे यह भी पता चलता है कि साथ मिलकर काम करना न केवल छात्र-छात्राओं को सोचने में मदद देता है, बल्कि उनकी सोच को स्पष्ट अभिव्यक्ति देने का एक कारण भी होता है, जिससे यह वास्तविक बन जाती है और इसे बाद में याद करना आसान हो जाता है।

संसाधन

संसाधन 1: NCF/NCFTE की शिक्षण आवश्यकताएं

यह इकाई NCF (2005), BCF (2008) तथा NCFTE (2009) की निम्न सीखने-सिखाने की आवश्यकताओं से जोड़ता है तथा उन आवश्यकताओं को पूरा करने में आपकी मदद करेगा:

- छात्र-छात्राओं को उनके सीखने-सिखाने की प्रक्रिया में सक्रिय प्रतिभागी के रूप में देखें न कि सिर्फ ज्ञान प्राप्त करने वाले के रूप में; जिससे ज्ञान निर्माण के लिए उनकी क्षमताओं को प्रोत्साहित किया जा सके; 'रटंत' पद्धतियों से सीखने-सिखाने को दूर ले जाना सुनिश्चित किया जा सके।
- सीखना को निजी अनुभव से अर्थ की खोज के रूप में और ज्ञान अर्जन को चिंतनशील सीखने की निरंतर विकसित होती प्रक्रिया के रूप में देखें।
- छात्र-छात्राओं को गणित से डरने के बजाय उसका आनंद उठाना सिखाने के लिए समर्थन।

- गणित को किसी ऐसी चीज़ के रूप में देखने में छात्र-छात्राओं की मदद करें, जिसके बारे में वे बात करें, जिसके द्वारा संवाद करें, जिसकी आपस में चर्चा करें, और जिसपर साथ मिलकर कार्य करें।
- विद्यालयी ज्ञान को सामुदायिक ज्ञान से और विद्यालय के बाहर के जीवन से जोड़ें।

संसाधन 2: स्थानीय संसाधनों का उपयोग करते हुए

सीखने-सिखाने के लिए केवल पाठ्यपुस्तकों का ही नहीं – बल्कि अनेक शिक्षण संसाधनों का उपयोग किया जा सकता है। यदि आप विभिन्न ज्ञानेंद्रियों (दृष्टि, श्रवण, स्पर्श, गंध, स्वाद) का उपयोग करने वाले तरीकों की पेशकश करते हैं, तो आप छात्र-छात्राओं के सीखने के विभिन्न तरीकों को आकर्षित करेंगे। आपके इर्दगिर्द ऐसे संसाधन उपलब्ध हैं जिनका उपयोग आप कक्षा में कर सकते हैं, और जिनसे आपके छात्र-छात्राओं की सीखने की प्रक्रिया को समर्थन मिल सकता है। कोई भी विद्यालय शून्य या जरा सी लागत से अपने स्वयं के अधिगम संसाधनों को सम्पन्न कर सकता है। इन सामग्रियों को स्थानीय ढंग से प्राप्त करके, पाठ्यक्रम और आपके छात्र-छात्राओं के जीवन के बीच संबंध बनाए जाते हैं।

आपको अपने नजदीकी पर्यावरण में ऐसे लोग मिलेंगे जो विविध प्रकार के विषयों में पारंगत हैं; आपको कई प्रकार के प्राकृतिक संसाधन भी मिलेंगे। इससे आपको स्थानीय समुदाय के साथ संबंध जोड़ने, उसके महत्व को प्रदर्शित करने, छात्र-छात्राओं को उनके पर्यावरण की प्रचुरता और विविधता को देखने के लिए प्रोत्साहित करने, और संभवतः सबसे महत्वपूर्ण रूप से, छात्र-छात्राओं के सीखने में समग्र दृष्टिकोण – यानी, विद्यालय के भीतर और बाहर शिक्षा को अपनाने की ओर काम करने में सहायता मिल सकती है।

अपनी कक्षा का अधिकाधिक लाभ उठाना

लोग अपने घरों को यथासंभव आकर्षक बनाने के लिए कठिन मेहनत करते हैं। उस पर्यावरण के बारे में सोचना भी महत्वपूर्ण है जहाँ आप अपने छात्र-छात्राओं को शिक्षित करने की अपेक्षा करते हैं। आपकी कक्षा और विद्यालय को पढ़ाई की एक आकर्षक जगह बनाने के लिए आप जो कुछ भी कर सकते हैं उसका आपके छात्र-छात्राओं पर सकारात्मक प्रभाव होगा। अपनी कक्षा को रोचक और आकर्षक बनाने के लिए आप बहुत कुछ कर सकते हैं – उदाहरण के लिए, आप:

- पुरानी पत्रिकाओं और पुस्तिकाओं से पोस्टर बना सकते हैं
- वर्तमान विषय से संबंधित वस्तुएँ और शिल्पकृतियाँ ला सकते हैं
- अपने छात्र-छात्राओं के काम को प्रदर्शित कर सकते हैं
- छात्र-छात्राओं को उत्सुक बनाए रखने और नई अधिगम-प्रक्रिया को प्रेरित करने के लिए कक्षा में प्रदर्शित चीज़ों को बदलें।

अपनी कक्षा में स्थानीय विशेषज्ञों का उपयोग करना

यदि आप गणित में पैसे या परिमाणों पर काम कर रहे हैं, तो आप बाज़ार के व्यापारियों या दर्जियों को कक्षा में आमंत्रित कर सकते हैं और उन्हें यह समझाने को कह सकते हैं कि वे अपने काम में गणित का उपयोग कैसे करते हैं। वैकल्पिक रूप से, यदि आप कला विषय के अंतर्गत परिपाटियों और आकारों जैसे विषय पर काम कर रहे हैं, तो आप मेहंदी डिजाइनरों को विद्यालय में बुला सकते हैं ताकि वे भिन्न-भिन्न आकारों, डिजाइनों, परम्पराओं और तकनीकों को समझा सकें। अतिथियों को आमंत्रित करना तब सबसे उपयोगी होता है जब शैक्षणिक लक्ष्यों के साथ संबंध हर एक व्यक्ति को स्पष्ट होता है और सामयिकता की साझा अपेक्षाएं मौजूद होती हैं।

आपके पास विद्यालय समुदाय में विशेषज्ञ उपलब्ध हो सकते हैं जैसे (रसोइया या देखभालकर्ता) जिन्हें छात्र-छात्राओं द्वारा अपने अधिगम (सीखने) के संबंध में प्रतिबिंबित किया जा सकता है अथवा वे उनके साथ साक्षात्कार कर सकते हैं; उदाहरण के लिए, पकाने में इस्तेमाल की जाने वाली मात्राओं का पता लगाने के लिए, या विद्यालय के मैदान या भवनों पर मौसम संबंधी स्थितियों का कैसे प्रभाव पड़ता है।

बाह्य पर्यावरण का उपयोग करना

आपकी कक्षा के बाहर ऐसे अनेक संसाधन उपलब्ध हैं, जिनका प्रयोग आप अपने पाठों में कर सकते हैं। आप पत्तों, मकड़ियों, पौधों, कीटों, पत्थरों या लकड़ी जैसी वस्तुओं को एकत्रित कर सकते हैं (या अपनी कक्षा से एकत्रित करने को कह सकते हैं)। इन संसाधनों को अंदर लाने से कक्षा में रुचिकर प्रदर्शन तैयार किए जा सकते हैं जिनका संदर्भ पाठों में किया जा सकता है। इनसे चर्चा या प्रयोग आदि करने के लिए वस्तुएं प्राप्त हो सकती हैं जैसे वर्गीकरण से संबंधित गतिविधि, या सजीव या निर्जीव वस्तुएं। बस की समय सारणियों या विज्ञापनों जैसे संसाधन भी आसानी से उपलब्ध हो सकते हैं जो आपके स्थानीय समुदाय के लिए प्रासंगिक हो सकते हैं – इन्हें शब्दों को पहचानने, गुणों की तुलना करने या यात्रा के समयों की गणना करने के कार्य निर्धारित करके सीखने के संसाधनों में बदला जा सकता है।

कक्षा में बाहर से वस्तुएँ लाई जा सकती हैं— लेकिन बाहरी स्थान भी आपकी कक्षा का विस्तार हो सकते हैं। आम तौर पर सभी छात्र-छात्राओं के लिए चलने-फिरने और अधिक आसानी से देखने के लिए बाहर अधिक जगह होती है। जब आप सीखने के लिए अपनी कक्षा को बाहर ले जाते हैं, तो वे निम्नलिखित गतिविधियों को कर सकते हैं:

- दूरियों का अनुमान करना और उन्हें मापना
- यह दर्शाना कि घेरे पर हर बिन्दु केन्द्रीय बिन्दु से समान दूरी पर होता है
- दिन के भिन्न समयों पर परछाइयों की लंबाई रिकार्ड करना
- संकेतों और निर्देशों को पढ़ना
- साक्षात्कार और सर्वेक्षण आयोजित करना
- सौर पैनलों की खोज करना
- फसल की वृद्धि और वर्षा का अनुश्रवण करना।

बाहर, उनका सीखने की वास्तविकताओं तथा उनके स्वयं के अनुभवों पर आधारित होता है, तथा शायद अन्य संदर्भों में अधिक लागू हो सकता है।

यदि आपके बाहर के काम में विद्यालय के परिसर को छोड़ना शामिल हो तो, जाने से पहले आपको विद्यालय के नेतृत्वकर्ता की अनुमति लेनी चाहिए, समय सारणी बनानी चाहिए, सुरक्षा की जाँच करनी चाहिए और छात्र-छात्राओं को नियम स्पष्ट करने चाहिए। इससे पहले कि आप बाहर जाएं, आपको और आपके छात्र-छात्राओं को यह बात स्पष्ट रूप से पता होनी चाहिए कि किस संबंध में जानकारी प्राप्त की जाएगी।

संसाधनों का अनुकूलन करना

चाहें तो आप मौजूदा संसाधनों को अपने छात्र-छात्राओं के लिए कहीं अधिक उपयुक्त बनाने हेतु उन्हें अनुकूलित कर सकते हैं। ये परिवर्तन छोटे से हो सकते हैं किंतु बड़ा अंतर ला सकते हैं, विशेष तौर पर यदि आप अधिगम को कक्षा के सभी छात्र-छात्राओं के लिए प्रासंगिक बनाने का प्रयास कर रहे हैं। उदाहरण के लिए, आप स्थान और लोगों के नाम बदल सकते हैं यदि वे दूसरे राज्य से संबंधित हैं, या गाने में व्यक्ति के लिंग को बदल सकते हैं, या कहानी में शारीरिक रूप से अक्षम बच्चे को शामिल कर सकते हैं। इस तरह से आप संसाधनों को अधिक समावेशी और अपनी कक्षा और उनकी अधिगम-प्रक्रिया के उपयुक्त बना सकते हैं।

साधन संपन्न होने के लिए अपने सहकर्मियों के साथ काम करें; संसाधनों को विकसित करने और उन्हें अनुकूलित करने के लिए आपके बीच ही आपको कई कुशल व्यक्ति मिल जाएंगे। एक सहकर्मी के पास संगीत, जबकि दूसरे के पास कठपुतलियाँ बनाने या कक्षा के बाहर के विज्ञान को नियोजित करने के कौशल हो सकते हैं। आप अपनी कक्षा में जिन संसाधनों को उपयोग करते हैं उन्हें अपने सहकर्मियों के साथ साझा कर सकते हैं ताकि अपने विद्यालय के सभी क्षेत्रों में एक प्रचुर अधिगम पर्यावरण बनाने में आप सबकी सहायता हो सके।

संसाधन 3: समूहकार्य का उपयोग करना

समूहकार्य एक व्यवस्थित, सक्रिय, अध्यापन कार्यनीति है जो छात्र-छात्राओं के छोटे समूहों को एक आम लक्ष्य की प्राप्ति के लिए मिलकर काम करने के लिए प्रोत्साहित करती है। ये छोटे समूह संरचित गतिविधियों के माध्यम से अधिक सक्रिय और अधिक प्रभावी सीखने की प्रक्रिया को बढ़ावा देते हैं।

समूह में कार्य करने के लाभ

समूह में कार्य करना आपके छात्र-छात्राओं को सोचने, संवाद कायम करने, समझने और विचारों का आदान-प्रदान करने और निर्णय लेने के लिए प्रोत्साहित करके सीखने के लिए प्रेरित करने का बहुत ही प्रभावी तरीका हो सकता है। आपके छात्र दूसरों को सिखा भी सकते हैं और उनसे सीख भी सकते हैं: यह सीखने का एक सशक्त और सक्रिय तरीका है।

समूहकार्य में छात्र-छात्राओं का समूहों में बैठना ही काफी नहीं होता है; इसमें स्पष्ट उद्देश्य के साथ सीखने के साझा कार्य पर काम करना और उसमें योगदान करना शामिल होता है। आपको इस बात को लेकर स्पष्ट होना होगा कि आप सीखने के लिए समूहकार्य का उपयोग क्यों कर रहे हैं और जानना होगा कि यह भाषण देने, जोड़ी में कार्य या छात्र-छात्राओं के स्वयं अपने बलबूते पर कार्य करने के ऊपर तरजीह देने योग्य क्यों है। इस तरह समूहकार्य को सुनियोजित और प्रयोजनपूर्ण होना चाहिए।

समूहकार्य को नियोजित करना

आप समूहकार्य का उपयोग कब और कैसे करेंगे यह इस बात पर निर्भर करेगा कि पाठ के अंत तक आप कौन सी सीखने की प्रक्रिया पूरी करना चाहते हैं। समूहकार्य को आप अध्ययन के आरंभ, अंत या उसके बीच में शामिल कर सकते हैं, लेकिन आपको पर्याप्त समय का प्रावधान करना होगा। आपको उस काम के बारे में जो आप अपने छात्र-छात्राओं से पूरा करवाना चाहते हैं और समूहों को संगठित करने के सर्वोत्तम तरीके के बारे में सोचना होगा।

एक शिक्षक के रूप में, आप सुनिश्चित कर सकते हैं कि समूहकार्य सफल हो यदि आप निम्न के बारे में पहले से योजना बनाते हैं:

- सामूहिक गतिविधि के लक्ष्य और अपेक्षित परिणाम
- गतिविधि के लिए आवंटित समय, जिसमें कोई भी प्रतिक्रिया या सारांश कार्य शामिल है
- समूहों को कैसे बाँटें (कितने समूह, प्रत्येक समूह में कितने छात्र, समूहों के लिए मापदंड)
- समूहों को कैसे संगठित करें (समूह के विभिन्न सदस्यों की भूमिका, आवश्यक समय, सामग्रियाँ, रिकार्ड करना और रिपोर्ट करना)
- कोई भी आकलन कैसे किया और रिकार्ड किया जाएगा (व्यक्तिगत आकलनों को सामूहिक आकलनों से अलग पहचानने का ध्यान रखें)
- समूहों की गतिविधियों पर आप कैसे निगरानी रखेंगे।

समूहकार्य के काम

वह काम जो आप अपने छात्र-छात्राओं को पूरा करने को कहते हैं वह इस पर निर्भर होता है कि आप उन्हें क्या सिखाना चाहते हैं। समूहकार्य में भाग लेकर, वे एक-दूसरे को सुनने, अपने विचारों को समझाने और आपसी सहयोग से काम करने जैसे कौशल सीखेंगे। तथापि, उनके लिए मुख्य लक्ष्य है जो विषय आप पढ़ा रहे हैं उसके बारे में कुछ सीखना। कार्यों के कुछ उदाहरणों में निम्नलिखित शामिल हो सकते हैं:

- **प्रस्तुतिकरण:** छात्र-छात्राएँ समूहों में काम करके शेष कक्षा के लिए प्रस्तुतिकरण तैयार कर सकते हैं। यह तब सबसे बढ़िया काम करता है जब प्रत्येक समूह के पास विषय का अलग अलग पहलू होता है, ताकि उन्हें एक ही विषय को कई बार सुनने की बजाय एक दूसरे की बात सुनने के लिए प्रेरित किया जा सके। प्रस्तुतिकरण करने के लिए प्रत्येक समूह को दिए गए समय के बारे में काफी सख्ती बरतें और अच्छे प्रस्तुतिकरण के लिए मापदंडों का एक समुच्चय तय करें। इन्हें पाठ से पहले बोर्ड पर लिखें। छात्र-छात्राएँ मापदंडों का उपयोग अपने प्रस्तुतिकरण की योजना बनाने और एक दूसरे के काम का आकलन करने के लिए कर सकते हैं। मापदंडों में निम्नलिखित शामिल हो सकते हैं:

- क्या प्रस्तुतिकरण स्पष्ट था?
- क्या प्रस्तुतिकरण सुसंरचित था?
- क्या प्रस्तुतिकरण से मैंने कुछ सीखा?
- क्या प्रस्तुतिकरण ने मुझे सोचने पर मजबूर किया?
- **समस्या का हल करना:** छात्र-छात्राएँ किसी समस्या या समस्याओं की शृंखला को हल करने के लिए समूहों में काम करते हैं। इसमें विज्ञान में प्रयोग करना, गणित में समस्याओं को हल करना, अंग्रेजी में किसी कहानी या कविता का विश्लेषण करना, या इतिहास में प्रमाण का विश्लेषण करना शामिल हो सकता है।
- **किसी शिल्पकृति या उत्पाद का सृजन करना:** छात्र किसी कहानी, नाटक के अंश, संगीत के अंश, किसी अवधारणा को समझाने के लिए मॉडल, किसी मुद्दे पर समाचार रिपोर्ट या जानकारी का सारांश बनाने या किसी अवधारणा को समझाने के लिए पोस्टर को विकसित करने के लिए समूहों में काम करते हैं। नए विषय के आरंभ में विचारमंथन या मस्तिष्क छवि बनाने के लिए समूहों को पाँच मिनट देकर आप इस बारे में बहुत कुछ जान सकेंगे कि उन्हें पहले से क्या पता है, और इससे पाठ को उपयुक्त स्तर पर स्थापित करने में आपको मदद मिलेगी।
- **विभेदित काम:** समूहकार्य अलग-अलग उम्रों या दक्षता स्तरों वाले छात्र-छात्राओं को किसी उपयुक्त काम पर मिलकर काम करने का अवसर प्रदान करता है। उच्चतर दक्षता वालों को काम को स्पष्ट करने के अवसर से लाभ मिल सकता है, जबकि कमतर दक्षता वाले छात्र-छात्राओं को कक्षा की बजाय समूह में प्रश्न पूछना अधिक आसान लग सकता है, और वे अपने सहपाठियों से सीखेंगे।
- **चर्चा:** छात्र-छात्राएँ किसी मुद्दे पर विचार करते हैं और एक निष्कर्ष पर पहुँचते हैं। इसके लिए आपकी ओर से काफी तैयारी की जरूरत पड़ सकती है ताकि सुनिश्चित हो कि छात्र-छात्राओं के पास विभिन्न विकल्पों पर विचार करने के लिए पर्याप्त ज्ञान है, लेकिन किसी चर्चा या वाद-विवाद को आयोजित करना आप और उन, दोनों के लिए बहुत लाभदायक हो सकता है।

समूहों को संगठित करना

चार या आठ के समूह आदर्श होते हैं लेकिन यह आपकी कक्षा के आकार, भौतिक पर्यावरण और फर्नीचर, तथा आपकी कक्षा की दक्षता और उम्र के दायरे पर निर्भर करेगा। आदर्श रूप से समूह में हर एक को एक दूसरे से मिलने, बिना चिल्लाए बातचीत करने और समूह के परिणाम में योगदान करना चाहिए।

- तय करें कि आप छात्र-छात्राओं को कैसे और क्यों समूहों में विभाजित करेंगे; उदाहरण के लिए, आप समूहों को मित्रता, रुचि या मिश्रित दक्षता के अनुसार विभाजित कर सकते हैं। अलग अलग तरीकों से प्रयोग करें और समीक्षा करें कि प्रत्येक कक्षा के लिए क्या सर्वोत्तम ढंग से काम करता है।
- इस बात की योजना बनाएं कि समूह के सदस्यों को आप क्या भूमिकाएं देंगे (उदाहरण के लिए, नोट्स लेने वाला, प्रवक्ता, टाइम कीपर या उपकरण का संग्रहकर्ता), और कि इसे कैसे स्पष्ट करेंगे।

समूहकार्य का प्रबंधन करना

अच्छे समूहकार्य को प्रबंधित करने के लिए आप दिनचर्याएँ और नियम निर्धारित कर सकते हैं। जब आप समूहकार्य का नियमित रूप से उपयोग करते हैं, तब छात्र-छात्राओं को पता चल जाता है कि आप क्या चाहते हैं और वे उसे सुखद पाएँगे। आरंभ में टीमों और समूहों में मिलकर काम करने के लाभों को पहचानने के लिए आपकी कक्षा के साथ काम करना एक अच्छा विचार होता है। आपको चर्चा करनी चाहिए कि अच्छा समूहकार्य बर्ताव क्या होता है और संभव हो तो 'नियमों' की एक सूची बना सकते हैं जिसे प्रदर्शित किया जा सकता है; उदाहरण के लिए, 'एक दूसरे के लिए सम्मान', 'सुनना', 'एक दूसरे की सहायता करना', 'एक विचार से अधिक को आजमाना' आदि।

समूहकार्य के बारे में स्पष्ट मौखिक अनुदेश देना महत्वपूर्ण है जिसे ब्लैकबोर्ड पर संदर्भ के लिए लिखा भी जा सकता है। आपको:

- अपनी योजना के अनुसार अपने छात्र-छात्राओं को उन समूहों की ओर निर्देशित करना होगा जिनमें वे काम करेंगे। ऐसा आप शायद कक्षा में ऐसे स्थानों को निर्दिष्ट करके कर सकते हैं जहाँ वे काम करेंगे या किसी फर्नीचर या विद्यालय के बैगों को हटाने के बारे में अनुदेश देकर कर सकते हैं।
- कार्य के बारे में बहुत स्पष्ट होना और उसे बोर्ड पर लघु अनुदेशों या चित्रों के रूप में लिखना चाहिए। आप शुरू करने से पहले छात्र-छात्राओं को प्रश्न पूछने की अनुमति प्रदान करें।

पाठ के दौरान, कमरे में घूमकर देखें और जाँचें कि समूह किस प्रकार काम कर रहे हैं। यदि वे कार्य से विचलित हो रहे हैं या अटक रहे हैं तो जहाँ जरूरत हो वहाँ सलाह प्रदान करें।

आप कार्य के दौरान समूहों को बदलना चाह सकते हैं। जब आप समूहकार्य के बारे में आत्मविश्वास महसूस करने लगें तब दो तकनीकें आजमाई जा सकती हैं – वे बड़ी कक्षा को प्रबंधित करते समय खास तौर पर उपयोगी होती हैं:

- **‘विशेषज्ञ समूह’:** प्रत्येक समूह को अलग अलग कार्य दें, जैसे विद्युत उत्पन्न करने के एक तरीके पर शोध करना या किसी नाटक के लिए किरदार विकसित करना। एक उपयुक्त समय के बाद, समूहों को पुनर्गठित करें ताकि हर नया समूह सभी मूल समूहों से आए एक ‘विशेषज्ञ’ से बने। फिर उन्हें ऐसा काम दें जिसमें सभी विशेषज्ञों के ज्ञान की तुलना करना शामिल हो जैसे निश्चय करना कि किस तरह के पॉवर स्टेशन का निर्माण करना है या नाटक के अंश को तैयार करने का निर्णय करना।
- **‘दूत’:** यदि काम में कुछ बनाना या किसी समस्या का हल करना शामिल है, तो कुछ देर बाद, हर समूह से किसी अन्य समूह को एक दूत भेजने को कहें। वे विचारों या समस्या के हलों की तुलना कर सकते हैं और फिर वापस अपने समूह को सूचित कर सकते हैं। इस तरह से, समूह एक दूसरे से सीख सकते हैं।

काम के अंत में, इस बात का सारांश बनाएं कि क्या सीखा गया है और आपको नज़र आने वाली गलतफहमियों को सही करें। आप चाहें तो हर समूह की प्रतिक्रिया सुन सकते हैं, या केवल उन एक या दो समूहों से पूछ सकते हैं जिनके पास आपको लगता है कि अच्छे विचार हैं। छात्र-छात्राओं की रिपोर्टिंग को संक्षिप्त रखें और उन्हें अन्य समूहों के काम पर प्रतिक्रिया देने को प्रोत्साहित करें, जिसमें उन्हें पहचानना चाहिए कि क्या अच्छी तरह से किया गया है, क्या दिलचस्प था और किसे आगे और विकसित किया जा सकता है।

यदि आप अपनी कक्षा में समूहकार्य को अपनाना चाहते हैं तो भी आपको कभी-कभी इसका नियोजन कठिन लग सकता है क्योंकि कुछ छात्र-छात्रा:

- सक्रिय सीखने की प्रक्रिया का प्रतिरोध करते हैं और उसमें सहभागी (engage) नहीं होते
- हावी होने लगते हैं
- खराब अंतर्व्यक्तिक कौशलों या आत्मविश्वास के अभाव के कारण भाग नहीं लेते हैं।

समूहकार्य में प्रभावी बनने के लिए, सीखने-सिखाने के परिणाम कितनी हद तक पूरे हुए और आपके छात्र-छात्राओं ने कितनी अच्छी तरह से प्रतिक्रिया की (क्या वे सभी लाभान्वित हुए?) जैसी बातों पर विचार करने के अलावा, उपरोक्त सभी बिंदुओं पर विचार करना महत्वपूर्ण होता है। समूह के काम, संसाधनों, समय-सारणियों या समूहों की रचना में किसी भी समायोजन पर विचार करें और सावधानीपूर्वक उनकी योजना बनाएं।

शोध ने सुझाया है कि समूहों में सीखने की प्रक्रिया को हर समय ही छात्र-छात्राओं की उपलब्धि पर सकारात्मक प्रभावों से युक्त होना जरूरी नहीं है, इसलिए आप हर पाठ में इसका उपयोग करने के लिए बाध्य नहीं हैं। आप चाहें तो समूहकार्य का उपयोग एक पूरक तकनीक के रूप में कर सकते हैं, उदाहरण के लिए विषय परिवर्तन के बीच अंतराल या कक्षा में चर्चा को अकरस्मात् शुरू करने के साधन के रूप में कर सकते हैं। इसका उपयोग विवाद को हल करने या

कक्षा में अनुभवात्मक सीखने-सिखाने की गतिविधियाँ और समस्या का हल करने के अभ्यास शुरू करने या विषयों की समीक्षा करने के लिए भी किया जा सकता है।

अतिरिक्त संसाधन

- A newly developed maths portal by the Karnataka government:
<http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics>
- Class X maths study material: http://www.zietmysore.org/stud_mats/X/maths.pdf
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: <https://www.ncetm.org.uk/>
- National STEM Centre: <http://www.nationalstemcentre.org.uk/>
- OpenLearn: <http://www.open.edu/openlearn/>
- BBC Bitesize: <http://www.bbc.co.uk/bitesize/>
- Khan Academy's math section: <https://www.khanacademy.org/math>
- NRICH: <http://nrich.maths.org/frontpage>
- Mathcelebration: <http://www.mathcelebration.com/>
- Art of Problem Solving's resources page:
<http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php>
- Teachnology: <http://www.teach-nology.com/worksheets/math/>
- Maths is Fun: <http://www.mathsisfun.com/>
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: <http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm>
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 5 ('Exploring Numbers'), Block 6 ('Thinking Mathematically'):
<http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html>
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching:
http://azimpremijifoundation.org/Foundation_Publications
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including the *Teachers Manual for Formative Assessment – Mathematics (Class IX)*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': <http://cbse.nic.in/welcome.htm>

संदर्भ/संदर्भग्रंथ सूची

- Freudenthal, H. (1991) *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Dordrecht: Kluwer.
- Mason, J., Burton, L. and Stacey, K. (2010) *Thinking Mathematically*, 2nd edn. Harlow: Pearson Education.
- National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*. New Delhi: NCERT.
- National Council of Educational Research and Training (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education (NCFTE)*. New Delhi: NCERT.
- Van Hiele, P. (1986) *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Orlando, FL: Academic Press.
- Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press..

अभिस्वीकृतियाँ

तृतीय पक्षों की सामग्रियों और अन्यथा कथित को छोड़कर, यह सामग्री क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयरएलाइक लाइसेंस के अंतर्गत उपलब्ध कराई गई है (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>)। नीचे दी गई सामग्री मालिकाना हक की है तथा इस परियोजना के लिए लाइसेंस के अंतर्गत ही उपयोग की गई है, तथा इसका Creative Commons लाइसेंस से कोई वास्ता नहीं है। इसका अर्थ यह है कि इस सामग्री का उपयोग अननुकूलित रूप से केवल TESS-India परियोजना के भीतर किया जा सकता है और किसी भी बाद के OER संस्करणों में नहीं। इसमें TESS-India, OU और UKAID लोगो का उपयोग भी शामिल है।

इस इकाई में सामग्री को पुनः प्रस्तुत करने की अनुमति के लिए निम्न स्रोतों का कृतज्ञतापूर्ण आभार:

चित्र 1 (Figure 1): © Thamizhpparithi Maari

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:A_road_side_fruit_juice_stall.jpg यह फाइल [Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported](#) लाइसेंस के अंतर्गत लाइसेंसशुदा है।

चित्र 2 (Figure 2): © रचनाकार (author): http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/24/Cot-rope,traditional-Tamil_Nadu52.JPG

चित्र 3 (Figure 3): © Harvardton,

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Indian_Railways_Duronto_map.gif — यह फाइल [Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported](#) लाइसेंस के अंतर्गत लाइसेंसशुदा है।

चित्र 4 (Figure 4): © Sudhir Kumar Garhwal, http://en.wikipedia.org/wiki/File:Rajasthan_locator_map.svg. यह फाइल क्रिएटिव कॉमन्स एट्रिब्यूशन-शेयर अलाइक 3.0 अनपोर्टेड लाइसेंस के अधीन लाइसेंसीकृत है।

चित्र 5 (Figure 5): गिलास: © drinking glass: © Derek Jenson (Tysto),

<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons> — यह फाइल [Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported](#) लाइसेंस के अंतर्गत लाइसेंसशुदा है; बाल्टी: © MarlonBSB:

<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Balde.PNG> — यह फाइल [Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported](#) लाइसेंस के अंतर्गत लाइसेंसशुदा है; पानी की टंकी: <http://www.hrp.co>; ghatam: © Sven Petersen, <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ghatam.jpg?uselang=en-gb> — यह फाइल [Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported](#) लाइसेंस के अंतर्गत लाइसेंसशुदा है।

कॉपीराइट के स्वामियों से संपर्क करने का हर प्रयास किया गया है। यदि किसी को अनजाने में अनदेखा कर दिया गया है, तो पहला अवसर मिलते ही प्रकाशकों को आवश्यक व्यवस्थाएं करने में हर्ष होगा।

वीडियो (वीडियो स्टिल्स सहित): भारत भर के उन शिक्षक प्रशिक्षकों, प्रधानाध्यापकों, शिक्षकों और छात्र-छात्राओं के प्रति आभार प्रकट किया जाता है जिन्होंने उत्पादनों में दि ओपन यूनिवर्सिटी के साथ काम किया है।