

Using visualisation: algebraic identities দৃশ্যমান ব্যবহার করি : বীজগাণিতিক অভেদ



Teacher Education
through School-based
Support in India
www.TESS-India.edu.in

অনুবাদ আৰু অভিযোজন : ৰাজ্যিক শিক্ষা গৱেষণা আৰু প্ৰশিক্ষণ পৰিষদ, অসম



<http://creativecommons.org/licenses/>



TESS.India ৰ লক্ষ্য হৈছে মুন্ত শিক্ষা সমলৰ যোগেদি ভাৰতৰ প্ৰাথমিক আৰু মাধ্যমিক শিক্ষক সকলৰ শ্ৰেণীকোঠাৰ কাৰ্য উন্নত কৰাৰ লগতে ছা৤-ছা৤ৰী কেন্দ্ৰীক অংশগ্ৰহণকাৰী প্ৰয়াসৰ বিকাশ কৰা। TESS.India ৰ মুন্ত শিক্ষা সমল সমূহে শিক্ষকক পাঠ্যপুঁথিৰ লগতে সহযোগীতা আগবঢ়ায়। শিক্ষক সকলে তেওঁলোকৰ শ্ৰেণীকোঠাত ছা৤-ছা৤ৰী সকলৰ সৈতে আৰু পৰিস্থিতি অধ্যয়নৰ জৰিয়তে ত্ৰিয়াকলাপ সমূহ ব্যৱহাৰ কৰাৰ লগতে অন্য শিক্ষকে তেওঁলোকৰ পাঠ পৰিকল্পনা আৰু বিষয় জ্ঞানৰ বাবে সংযোগকাৰী সমলসমূহৰ সহায় ল'ব, এই সকলোবোৰে মুন্ত শিক্ষা সমলৰ দ্বাৰা সন্তুষ্ট হ'ব।

TESS.India ৰ মুন্ত শিক্ষা সমল সমূহ ভাৰতীয় পাঠ্যত্ৰ আৰু প্ৰাসংগিকতা সমূহক আগত ৰাখি ভাৰতীয় আৰু আন্তঃবাস্ত্ৰীয় লিখকৰ দ্বাৰাই লিখা হৈছে লগতে ছপা মাধ্যম তথা অনলাইনত (<http://www.tess-india.edu.in/>) সহজ লভ্য কৰা হৈছে। মুন্ত শিক্ষা সমল সমূহ প্ৰতিখন অংশগ্ৰহণকাৰী ভাৰতীয় ৰাজ্যৰ বাবে বিভিন্ন ভাষাত সহজলভ্য হৈছে আৰু ব্যৱহাৰকাৰী সকলক আমন্ত্ৰন কৰি স্থানীয় প্ৰয়োজনীয়তা আৰু প্ৰাসংগিকতা পূৰ্বাৰ পৰাকৈ স্থানীয়ভাৱে পৰিবেশৰ অনুকূল (adapt and localise) কৰি যুগ্মত কৰা হৈছে।

TESS.India মুন্ত বি এবিদ্যালয়, ইংলেণ্ডৰ দ্বাৰা নেতৃত্ব দিয়া হৈছে আৰু ইংলেণ্ড চৰকাৰৰ দ্বাৰা পুঁজিৰে যোগান ধৰা হৈছে।

দৃশ্য সমল (video resources)

এই গোটটোৰ কিছুমান ত্ৰিয়াকলাপ তলত দিয়া প্ৰতিকৃতি:  . ব দ্বাৰা সংযোজিত কৰা হৈছে। এইটোৱে ইয়াকে সূচাইছে যে কিছুমান বিশেষ শৈক্ষিক বিষয়বস্তুৰ বাবে আপুনি TESS.India ৰ দৃশ্য সমলৰ সহায় ল'ব পাৰে।

TESS.India দৃশ্য সমলে ভাৰতৰ শ্ৰেণীকোঠাৰ পৰিবেশত মুখ্য শৈক্ষিক কৌশলসমূহ বিস্তৃত ভিত্তিত ব্যাখ্যা কৰে। আমি আশা ৰাখিছো যে এই সমল সমূহে আপোনাক একে ব্যৱহাৰিক অনুশীলন সমূহ কৰিবলৈ অনুপ্রাণিত কৰিব। এই পাঠ ভিত্তিক গোটসমূহৰ দ্বাৰাই আপোনাৰ কাম কৰাৰ অভিজ্ঞতা উন্নীত কৰিবলৈ আৰু তাক সন্মান জনাবলৈ বিচৰা হৈছে, কিন্তু যদি গোট সমূহৰ ভিতৰত প্ৰৱেশ কৰিবলৈ সমৰ্থ নহয় তেন্তে সেই সমূহ অসম্পূৰ্ণ হৈ ৰ'ব।

TESS.India দৃশ্য সমল সমূহ অনলাইনত চাৰ পাৰিব নতুৰা TESS.India ৱেবচাইটৰ পৰা ডাউনলোড কৰিব পাৰিব (<http://www.tess-india.edu.in/>) নতুৰা আপুনি এই দৃশ্য সমূহ চি.ডি. নাইৰা মেমৰি কাৰ্ডত উপলব্ধ কৰিব পাৰিব।

এই গোটটো কিছি বিষয়ে (What this unit is about)

গণিতের পাঠ্যত্র মত তথা বীজ গণিত অধ্যয়নের অভেদে সমূহে এক গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে। ভাৰতীয় মাধ্যমিক স্কুলৰ নৰম শ্ৰেণীৰ পাঠ্যত্র মত সমীকৰণ আৰু বহুপদ বাশিৰ সমাধানৰ ক্ষেত্ৰত আঠ প্ৰকাৰৰ অভেদে ব্যৱহৃত হয়। এনে অভেদসমূহৰ জ্ঞানে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক গণিতীয় পত্ৰি যাসমূহ শিকাত সহায় কৰে। এই জ্ঞানে বীজগণিতীয় কৌশল আৰু সমস্যা সমাধানৰ দক্ষতা আহৰণ কৰা যোগায়। অভেদে সমূহৰ শক্তি সম্পূর্ণভাৱে ব্যৱহাৰৰ বাবে বীজগণিতীয় অভেদসমূহৰ মাজৰ ভিন্নতা নিৰ্ণয়ৰ সক্ষমতা অতি প্ৰয়োজনীয়। অভেদসমূহৰ শিকন আৰু ব্যৱহাৰৰ সময়ত বেছিভাগ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বাবে মুখ্য কথা হ'ল অভেদ সমূহ সম্পূর্ণভাৱে মুখস্থ আৰু একোটা অংক সমাধানত ঢালি দিয়ক।

এই গোটটোত বীজগণিতীয় অভেদ শিকাৰ বাবে দৃশ্য প্ৰস্থাপনৰ জড়িয়তে বিভিন্ন পদ্ধতিৰ অংশেষণ কৰা হ'ব যাক ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ বীজগণিতীয় অভেদ শিকেৱাৰ সময়ত আপুনি ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰিব। এই পাঞ্চাসমূহ মুখ্য পত্ৰি যাৰ পৰিৱৰ্তে অভেদৰ ধাৰণাৰ বোধনৰীয় গঠনৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰিব।

এই গোটটোত আপুনি কি শিকিব পাৰিব (What you can learn in this unit)

- প্ৰতিবিষ্ট ব্যৱহাৰৰ জৰিয়তে অভেদ গঠনৰ অংশেষণ আৰু উদ্ভাৱন প্ৰণালী
- অভেগবোৰ কেনেকৈ হয় তাক জনা আৰু আবিস্কাৰৰ বাবে
- বিদ্যামান কাৰ্য্যৰ সমন্বয়ৰ জৰিয়তে ছাত্ৰ ছাত্ৰীৰ গণিত অনুশীলন কৰণৰ পত্ৰি যাৰ ওপৰত দৃষ্টি নিবন্ধনী।

এই গোট সমল ১ৰ NCFTE (2009) আৰু NCF (2005) ৰ শিক্ষণ প্ৰয়োজনীয়তাৰ সৈতে সংৰঞ্চিত।

১ স্মৃতিশক্তিৰ জড়িয়তে শিকন (Learning through memorisation)

স্মৃতি মুখস্থৰ জড়িয়তে হোৱা শিকন বা মুখস্থ বিদ্যা হৈছে পুনৰাবৃত্তিৰ ভিন্নত শিকন পদ্ধতি। এই পদ্ধতিৰ সম্পৰ্কত বহুতো যুক্তি আছেং ইয়াৰে এটা হৈছে গণিতৰ আন ক্ষেত্ৰত সক্ষম হ'বলৈ গণিতৰ কিছুমান কথা সঘনাই মনত পেলাৰ লগা হয়েই। নেওঁতাৰ জ্ঞানে অধিক সংখ্যা জ্ঞান দিয়ে। উদাহৰণস্বৰূপে সংখ্যাৰ মান সংখ্যাৰ সমন্বন্ধ অথবা গুণিতক আৰু ভগ্নাংশ। একে যুক্তি হৈ স্মৃতিশক্তিৰ জৰিয়তে বীজগণিতীয় অভেদ শিকনৰ ক্ষেত্ৰতো ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি।

বেছি ভাগ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীকে পূৰণ নেওঁতা মুখস্থৰ জৰিয়তে শিকিবলৈ উৎসাহিত কৰা হয়। এইটো হয় যেতিয়া তেওঁলোকে সমস্যা সমাধান কৰে তেওঁলোকে সহজ গণনা যেনে 6×7 অধিক সময় আৰু শ্ৰম নকৰাকৈ কৰি উলিয়াৰ পাৰে।

তথাপি স্মৃতিশক্তিৰ জৰিয়তে শিকনৰ বিপক্ষে অনেক যুক্তি দেখা যায়। (De Morgan, 1865; Marton and Booth, 1997.) এটা হৈছে অভিসম্যতা। মুখস্থ পদ্ধতিৰ পৰা সকলো ছাত্ৰ-ছাত্ৰী বিশেষকৈ দুৰ্বল স্কুল স্কুল উপস্থিতিৰ বাবে পুনৰাবৃত্তিৰ বাবে অধিক সময় নোহোৱাত অথবা দুৰ্বল মনত ব্যাখ্যাতিৰ বাবে উপকৃত নহয়। বিশেষ প্ৰয়োজনীয়তা থকা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বাবে ই অতিকৈ অসুবিধাজনক।

আন এটা যুক্তি মুখস্থৰ জৰিয়তে আহৰণ কৰা শিকনৰ কিছু কোৱা হৈছে মুখস্থ বিদ্যাই বোধনৰ ওপৰত বা বোধন গঠনৰ ওপৰত দৃষ্টি নিক্ষেপ নকৰে নতুৱা ই ধাৰণাৰ অংশেষণৰ ওপৰত সমৰ্থন আগবঢ়ায়। অথবা ই গণিতৰ অন্য ক্ষেত্ৰৰ সৈতে থকা সম্পৰ্কৰ সৈতে সমৰ্থন আগনবঢ়ায়। ই মাথো মুখস্থ বখা আৰু সঠিক উত্তৰত দৃষ্টিবদ্ধ যিটো বিষয়ৰ জটিল অংশ অধ্যয়ন কৰাত সমস্যাৰ সৃষ্টি কৰে। উদাহৰণস্বৰূপে সূত্ৰ আৰু গাণিতিক পৰিভাৱাই সৃষ্টি কৰা জটিল সমস্যা। অৰ্থাৎ বোধন মুখস্থৰ জৰিয়তে সৃষ্টি নহয় অৰ্থাৎ উপাদান সমূহ বাদ পৰি যায় বিৱৰণসমূহ বিশ্঳েষণ হয় মানসিক চাপৰ বৃদ্ধি হয় আৰু পৰীক্ষাত অনুৰোধ হয়।

মুখস্থ পদ্ধতিৰ জৰিয়তেহোৱা শিক্ষণ অভিজ্ঞতা প্ৰায়েই সত্ৰিয নহয় বৰঞ্চ পুনৰাবৃত্তি আৰু বোধনৰ ওপৰত আৰু সংযোগ দৃষ্টিবদ্ধ নোহোৱাৰ বাবে ই অতিকৈ বিৰতি কৰ হৈ উঠে। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে যান্ত্ৰিকভাৱে অনুশীলনসমূহ খুব কম পৰিমাণে মগজুৰ প্ৰয়োগ কৰি

সমাধা করে। ই সকলো ছাত্র-ছাত্রীর বাবে সমস্যাপূর্ণ। এই ক্ষেত্রে উচ্চ কৃতিত্ব সম্পর্ক ছাত্র-ছাত্রীও অন্তর্ভুক্ত। গণিত শিকনৰ আমনিদায়কতা চিন্তনৰ বাবে কম সুযোগ, সংযোগ স্থাপনৰ বিষয়টো বুজাত আৰু উপভোগ কৰাত শিকাৰৰ বাবে কঠিন হৈ উঠে।



চিন্তন (Pause for thought)

- স্মৃতি শক্তিৰ জৰিয়তে শিকনৰ বাবে আপোনাৰ চিন্তন কি? আপুনি ভাবেনে ই সদায়েই / কেতিয়াবা / মাজে মাজেহে সাৰ্থক হ'ব?
- আপুনি মুখস্থৰ জৰিয়তে শিকা গণিতৰ বাবে কেনে অভিজ্ঞতা লাভ কৰিলৈ?
- আপুনি অনুমান কৰক আপোনাৰ এজন ছাত্রই মুখস্থ ভালদৰে কৰিব পাৰে আৰু আনজান সংগ্ৰাম কৰে। তেওঁলোকৰ শিকনত থকা ভিন্নতা আৰু অভিন্নতা কেনেধৰণৰ?

2 বীজগণিতীয় অভেদৰ বোধৰ বিকাশৰ কল্পচিত্র (Visualisation for developing understanding of algebraic identities)

মুখস্থবিদ্যাৰ জড়িয়তে হোৱা শিকনৰ ওপৰত অধিক নিৰ্ভৰ নকৰাৰ এক সফল পদ্ধতি হৈছে কল্পচিত্রৰ ব্যৱহাৰ। কল্পচিত্রই আপোনাৰ কোনো কথাৰ প্রতিবিষ্ফৱ দেখাটো বুজায়। বিভিন্নজনে বিষয় সমূহ একেধৰণে নেদেখে। কিন্তু কল্পচিন্তন আপোনাৰ ছাত্র-ছাত্রীৰ বোধন গঠনৰ বাবে অতি প্ৰয়োজনীয় (Dorfler 1991)।

কল্পচিত্র তুলনামূলকভাৱে সৰল কাৰ্যৰ জড়িয়তে আৰম্ভ কৰিব পাৰি। উদাহৰণস্বৰূপে, দুটা সংখ্যাৰ পূৰণ হ'ব এটা আয়তৰ কালিৰ সংখ্যা চাকুয় বৰ্গ।

7×3 ৰ পূৰণফলক 7 আৰু 3 বাহ্যুভু আয়তৰ কালিৰ জড়িয়তে চিত্ৰিত কৰিব পাৰি। (চিত্র) এই চিত্রৰ জৰিয়তে এইটো নিশ্চিত হয় যে পূৰণ কাৰ্য্য বিনিময় যুক্ত। অৰ্থাৎ 7×3 অৰ পূৰণফল হৈছে 3×7 অৰ পূৰণফল একে।

7

3						

চিত্র 1 7×3 ৰ পূৰণৰ চিত্রণ

বৰ্ণনা: 3টা বৰ্গৰ শাৰী আৰু

সেয়ে 7×3 , 3×7 ৰ সমতুল্য আৰু ই 21 ৰ সমতুল্য $7 \times 3 \sim 3 \times 7 \sim 21$

পূৰণৰ নকাকৰণে আপোনাৰ ছাত্র-ছাত্রীক পূৰণৰ সমস্যা বুজিবৰ ববে সহায় কৰিব পাৰে কিয়নো বৃহৎ আয়তক্ষেত্ৰৰ ক্ষেত্ৰফলৰ সহজতে সৰু আয়তক্ষেত্ৰৰ ক্ষেত্ৰফললৈ খণ্ডিত কৰিব পাৰি। ব্যৱহাৰত সংখ্যা অনুপাতে ক্ষেত্ৰফল অংকণ কৰাটো সুঅভ্যাসঃ ই বিমূৰ্ত চিত্র উদ্দীপিত কৰে আৰু খণ্ডাত্মক সংখ্যাৰ প্ৰস্থাপনলৈ কৰা মানসিক জাপক কম কঠিন কৰে। কিয়নো খণ্ডাত্মক ক্ষেত্ৰফল পোৱাটো সন্তুষ্ট নহয়, এনেধৰণৰ প্ৰস্থাপনক পূৰণ তালিকা বুলি কোৱা হয়।

উদাহৰণস্বৰূপে, 24×13 ক চিত্র 2২ ৰ পূৰণতালিকা হিচাপে প্ৰস্থাপন কৰিব পাৰি,

সেয়ে $24 \times 13 \sim (20 + 4) \times (10 + 3) \sim 200 + 40 + 60 + 12 \sim 312$ ক

	20	4
10	200	40
3	60	12

চিত্র 2 : 24×13 এখন পূরণ তালিকা

আন এটা উদাহরণত চিত্র 3 তদেখুওৱা ধৰণে $19^2 \sim (20 - 1) \times (20 - 1) \sim 400 - 20 - 20 + 1 \sim 361$.

	20	-1
20	$20 \times 20 = 400$	$20 \times (-1) = -20$
-1	$20 \times (-1) = -20$	$(-1) \times (-1) = 1$

চিত্র 2 : 19^2 এখন পূরণ তালিকা

এই খণ্ডিত নঞ্চা ডাঙৰ সংখ্যাৰ চিত্র 3 19^2 ৰ পূৰণফল উলিওঁৰাত অথবা বীজগণিত থকা এখন পূৰণ তালিকা গতিকে $3(a - b) \sim 3a - 3b$.

	A	-b
3	$3 \times a = 3a$	$3 \times (-b) = -3b$

চিত্র 5 : 3 অৰ $(a-b)$ ৰ পূৰণৰ তালিকা

এই উদাহৰণ সমৃহত দেখা গৈছে যে সমান চিনৰ সলনি মাজে মাজে সমতুল্য চিন ব্যৱহাৰ কৰা হৈছে। এই চিনো সমানেই বৈধ সমতুল্য চিনে নিশ্চিত স্বাধীনতা প্ৰদান কৰিব পাৰে, গণিতত আনন্দমুখৰতা আনিব পৰে বিশেষকৈ যদি চিনটোক সমতুল্যৰ পৰিৱৰ্তে অন্যথৰণে কৰ পাৰি বুলি কোৱা যায়। এই ত্ৰিয়াকলাপ সমূহ নিজৰ লগত কৰা চেষ্টাই বুজায় যে আপুনি শিকাৰৰ অভিজ্ঞতাৰ অস্তৰণ্তি পাব পাৰে যি আপোনাৰ শিক্ষণত আৰু শিক্ষক হিচাপে আপোনাৰ অভিজ্ঞতাক প্ৰভাৱ পেলায়। যেতিয়া আপুনি সাজু হ'ব বিষয় অধ্যয়ন 1 পঢ়িব আৰু আপোনাৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সৈতে ত্ৰিয়াকলাপসমূহ ব্যৱহাৰ কৰিব। পাঠটিৰ শেষত ত্ৰিয়াকলাপটি কিদৰে পাৰ হ'ল আৰু কি শিকন হ'ল সেই বিষয়ে ভাৰিব। ই আপোনাক অধিক শিকাৰ মুখী শিক্ষণ পৰিৱেশ গঢ়াত সহায় কৰিব।

কার্য 1 যে ছাত্র-ছাত্রীক পূরণকার্যক পূরণফল তালিকাৰ ব্যপত কল্পিতি হিচাপে দেখাত সহায় কৰিব। এই গোটুত থকা ত্ৰি যাকলাপ সমূহ আপোনাৰ ছাত্র-ছাত্রীৰ সৈতে কৰিবলৈ চেষ্টা কৰাৰ আগতে সকলোবোৰ বা কমেও একাংশ নিজৰ সৈতে সম্পূৰ্ণ কৰা সমীচিন হ'ব। আনকি যদি আপুনি সহকৰ্মীৰ সৈতে চেষ্টা কৰাই অধিক সমীচিন হ'ব কিয়নো তেতিয়া আপোনাৰ অভিজ্ঞতা প্রতিফলন ঘটা ই সহায়কাৰী হ'ব।

কার্য 1 পূরণক ক্ষেত্ৰফল হিচাবে চিত্ৰিত কৰণ (Activity 1: Making product tables)

ছাত্র ছাত্রীসকলক জৰুৰী পূৰণ তালিকা মানে ক্ষেত্ৰফলৰ মডেল কেনেকৈ আঁকিব পাৰি। উদাহৰণ দিয়া। তলতৰ বিষয় অধ্যয়নৰ সহায় লওক।

তলৰ প্ৰতিটো পূৰণৰ সমস্যাক

- $(105)^2$
- $(14.3)^2$
- $4(99)$
- 98^2
- $7(t + r)$
- $(r + q)(s - r)$

ইয়ৰ প্ৰতিটো সমস্যাৰ বাবে ছাত্র ছাত্রীসকলক যুটীয়া ভাৱে কাম কৰিবলৈ ক'ব

- সমস্যাটোক পূৰণফল তালিকাৰ বাপে চিত্ৰিত কৰক
- যদি সঠিক হয়, ক্ষেত্ৰফলক সুস্থিক্ষেত্ৰ ফলৰূপে খণ্ডিত কৰক
- (a) আৰু (b) ৰ উভৰ ব্যৱহাৰ কৰি এই গণনা সমূহৰ পূৰণফল উলিওৱা

এই পাঠটিৰ পিছত 'চিন্তন' থকা কথা সমূহ পাঠটিত আপোনাৰ শিক্ষণৰ মূল্যায়ণৰ সহায় বাবে ব্যৱহাৰ কৰক

বিষয় অধ্যয়ন 1: কার্য 1 ব্যৱহাৰ কৰি শ্ৰীমতী অপৰাজিতাৰ প্রতিফলন (Case Study 1: Mrs Aparajeeta reflects on using Activity 1)

এই কাৰ্যৰ আৰম্ভণিৰ পূৰ্বে আমি বৰ্গ কৰা বা পূৰণ কৰা সংখ্যাক কি দৰে ক্ষেত্ৰফল নক্কা বাপে চিত্ৰিত কৰিব পাৰি সেয়া আলোচনা কৰিছিলো। মই এই গোটুটি পাঢ়ি সেয়া অনুকৰণ কৰিছিলো। মই 5×6 ৰ দৰে সৰু সংখ্যাৰে আৰম্ভ কৰিছিলো আৰু পিছত 56×64 আৰু 65×115 ৰ দৰে সংখ্যা লৈছিলো। অনুপে প্ৰ নটোত বিভাজন ধৰ্ম ব্যৱহাৰৰ বিষয়ে এনেদৰে ভাবিছিল :

$65 \times 115 = 65 (100+10+5)$ আৰু এনেদৰে আগবঢ়ি এক পূৰণ দই তালিকা আকাৰত চিত্ৰিত কৰিছিল।

(চিত্ৰ-5) $x 6$

	100	10	5
65	$65 \times 100 = 6,500$	$65 \times 10 = 650$	$65 \times 5 = 325$

চিত্ৰ 5 $\times 65 \times 115$ এখন পূৰণ তালিকা

আমি তাৰ পিছত আন সমস্যাৰ বিষয়েচেষ্টা কৰিছিলো। তেওঁলোকে প্ৰধানকৈ নিজেই কৰিছিল যদিও মই দেখিছিলো প্ৰতিবাৰেই তেওঁলোকে ওচৰৰ জনৰ কাৰ্য চাইছিল। বেছি সংখ্যকেই ভালদৰে কৰিছিল। দশমিক প্ৰাৰ্থ বাবে, বেছিভাগেই বিতৰণ বিধি এনেদৰে প্ৰয়োগ কৰিছিল $14+0.3$ । মই সুধিছিলো এইটো এতিয়া সহজ হৈ পৰিচে নে নাই আৰু কোনো কোনোৱে সহজ নহয় বুলি কৈছিল। তেতিয়া মই তেওঁলোকক তিনি x তিনি তালিকাৰে খণ্ডন ল'বলৈ কৈছিলো।

যেতিয়া তেওঁলোকে 98^2 পালে, যি সকলে $90+8$ ৰ ল'ম বুলি সিদ্ধান্ত লৈছিল, তেওঁ জানিব বিচাৰিছিল যে ক্ষেত্ৰফল কেনেকৈ খণাঅৰু হ'ব পাৰে, ইয়াৰ পৰা গণিতৰ চিত্ৰণ আৰু নক্ষাকৰণৰ ওপৰত আৰু কিয় ইয়াৰ পৰা বিভিন্ন তালিকা প্ৰস্তুত কৰিব পৰা যায় সেই বিষয়ে এক সৰৱ আলোচনা গঢ় লৈ উঠিছিল। এই ক্ষেত্ৰত আমি পূৰণফল তালিকা আৰু ক্ষেত্ৰ ফল চিত্ৰণৰ কথা আলোচনা কৰিছিলো। আমি অনুমান কৰিছিলো যে পূৰণফল তালিকা আৰু ক্ষেত্ৰফল চিত্ৰণ একেই বুলি কিন্তু খণাঅৰু সংখ্যাৰ সৈতে কাম কৰোঁতে ক্ষেত্ৰফল নক্ষাকৰণত সমস্যাৰ উন্নতি হৈছিল যিহেতুকে প্ৰকৃতাৰ্থত খণাঅৰু ক্ষেত্ৰফল সম্পৰ নহয়। তথাপি আমি জানো যে পূৰণফল খণাঅৰু হ'ব পাৰে সেয়েহে আমি ইয়াক পূৰণফল তালিকা বুলি ক'ব পাৰো।

মই $100-2$ ৰ চিত্ৰণৰ ক্ষেত্ৰত বেছি গভীৰতৰ অৱস্থালৈ যোৱা নাছিলো কিন্তু ই আমাক এই গোটৰ পৰৱৰ্তী অংশৰ আলোচনা ফালে অৰ্থাৎ কেনেকৈ পূৰণফল তালিকাত খণাঅৰু সংখ্যাৰ সৈতে কাম কৰিব পাৰি আগুৱাই নিছিল।



চিন্তন (Pause for thought)

পাঠৰ অন্তত ভাৰিব পৰা ভাল প্ৰসমূহ এনেধৰণৰ

ই আপোনাৰ শ্ৰেণীত কেনেদৰে পাৰ হ'ল।

- ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ কোনোৰ উন্নতি অনাকংখিত ? কিয় ?
- আপোনাৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বোধন আয়ত্ন কৰিবলৈ কেনে প্ৰাৰ্থ ব্যৱহাৰ কৰিছিল।
- কোনো ক্ষেত্ৰ হস্তক্ষেপ ধৰীকৰণ কৰিবলগীয়া যেন অনুভৱ কৰিছিল ?
- এই কাৰ্যটো আপুনি কোনোৰা ক্ষেত্ৰত সংশোধন কৰিছিল নেকি ? যদি কৰিছিল তেনে ধৰণৰ কৰাৰ যুক্তি কি ?

3 পূৰণৰ বিশেষ ৰূপ হিচাপে বীজগণিতীয় অভেদাবলী (Algebraic identities seen as special cases of multiplication)

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে বীজগণিতীয় অভেদাবলীক কোনো যাদু বা পৰম সত্য হিচাপে বিবেচনা কৰে। খুব কমেইহে তেওঁলোকে এই অভেদাবলী কৰ পৰা উন্নতি হৈছে নতুবা পূৰণৰ বিশেষ ৰূপ বুলি ভাৱে।

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে কিয় অভেদাবলী মুখস্থ কৰাৰ চেষ্টা কৰে তাৰ এটা কাৰণ হৈছে তেওঁলোকে অভেদত থকা সম্বন্ধৰ অৰ্থ্যুন্নত কৰিবলৈ সমৰ্থ নহয়। আপুনি হয়তো লক্ষ্য কৰিছে যে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে অভেদাবলী মনত পেলাওঁতে সাধাৰণ ভুলৰ নমুনা :

$$(x - y)^2 = x^2 - y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 + 2xy - y^2$$

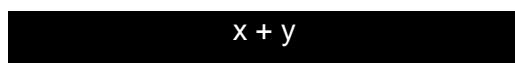
যদিও দুটা বিবৃতি শুন্দৰ হয় নে নহয় এইটো বিচাৰি উলিওৱা টো যে অতি সহজ (মাত্ৰ কেইটামান মান চলকৰ সংখ্যা ব্যৱহাৰ কৰি সত্যাসত্য নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি)। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে তথাপি এনে ভুল কৰিয়েই থাকে। এটা কাৰণ হ'ব পাৰে যে তেওঁলোকে হয়তো নাজানে যে

কিমান সহজে বিবৃতিসমূহৰ সত্যতা নির্ণয় কৰিব পাৰি। দ্বিতীয় আৰু অতিকৈ গুৰুত্বপূৰ্ণ কাৰণ হৈছে তেওঁলোকে কেতিয়াও বিবৃতিসমূহৰ বাস্তৱিক (বা জ্যামিতীয়) অৰ্থ মন নকৰে। পূৰ্বৰ অংশত আপুনি আৰম্ভ কৰা কল্পচিত্ৰ পদ্ধতি আপোনাৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক অভেদ বুজাত সহায় কৰিবলৈ ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰে। কাৰ্য 2 আপোনাৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক বিভিন্ন অভেদাবলীৰ অৰ্থ আৱিষ্কাৰ কৰাত সহায় কৰে। এই কাৰ্যই বীজগণিতীয় অভেদাবলীৰ নমুনাৰ সাধাৰণ ধাৰণা বিচৰা, দেখা আৰু গঠন কৰাত কেন্দ্ৰীভূত কৰে। দুজনে আলচ কৰিলে সোণকালে বুজিব পাৰে।

এই কাৰ্য আৰম্ভ কৰাৰ আগতে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে $x+y$ আৰু $x-y$ ৰ দৈৰ্ঘ্য শুন্দৰভাৱে বৰ্ণনা কৰিব পাৰে নে নোৱাৰে চোৱাটো ভাল। প্ৰথমটো চোৱাত যথেষ্ট সহজ কিন্তু দ্বিতীয়টোত কিছু প্ৰচেষ্টাৰ প্ৰয়োজন।

$x-y$ ৰ দৈৰ্ঘ্যৰ বৰ্ণনা

যদি বগা অংশ x হয় আৰু ধোৱা বৰণীয়া অংশ y হয় তেন্তে অংশ $x+y$ হয়। ইয়াক এনেধৰণেও ক'ব পাৰি। বগা অংশৰ দৈৰ্ঘ্য (x বুজোৱা) অংশ ধোৱা বৰণীয়া অংশৰ দৈৰ্ঘ্য (y বুজোৱা)ৰ সৈতে যোগ কৰি কলা অংশৰ ($x+y$ বুজোৱা) সৈতে একে। (চিত্ৰ 6 চাওঁক)



চিত্ৰ-6 $x+y$ ৰ দৈৰ্ঘ্যৰ বৰ্ণনা

$x-y$ দৈৰ্ঘ্যৰ বৰ্ণনা

যদি বগা অংশ x হয় আৰু ধোঁৱা বৰণীয়া অংশ y হয় তেন্তে কলা অংশ $x-y$ হ'ব। ইয়াক এনেধৰণেও বৰ্ণনা কৰিব পাৰি। বগা অংশৰ দৈৰ্ঘ্যৰ (x বুজোৱা) পৰা ধোঁৱা বৰণীয়া অংশৰ দৈৰ্ঘ্য (y বুজোৱা) আঁতৰাই নিলে কলা অংশৰ দৈৰ্ঘ্যক ($x-y$) বুজোৱা (চিত্ৰ 7 চাওঁক)।



চিত্ৰ-7 $x-y$ ৰ দৈৰ্ঘ্যৰ বৰ্ণনা

কাৰ্য-2 বীজগণিতীয় অভেদাবলী বীজগণিতীয় পূৰণৰ বিশেষ ৰূপ (Activity 2: Algebraic identities as special cases of algebraic multiplications)

1. অংকণ নকৰাকৈ বা কৰি নুলিওৱাকৈ তলৰ বীজগণিতীয় ৰাশিসমূহ পূৰণফল তালিকা হিচাপে ওচৰৰ জনক কৈ কেনে ধৰণৰ হ'ব বৰ্ণনা কৰা বা কৰি দেখুওৱা ই কেনেধৰণৰ হ'ব।
 - a. $(x + y)^2$
 - b. $(x + a)(x + b)$
 - c. $(x - y)^2$
 - d. $(x - y)(x + y)$
2. ত্ৰ ম 1 অত বৰ্ণনা কৰা মতে প্ৰতিটো ৰাশিক পূৰণফল তালিকা হিচাপে চিত্ৰিত কৰা।
3. ত্ৰ ম 2 অত অংকণ কৰা ক্ষেত্ৰফল সমূহৰ পৰা অন্য এক গণিতীয় ৰাশি লিখিবলৈ চেষ্টা কৰা।

4. ত্রি 1, 2 আৰু 3 উভৰ চাৰিওটা ৰাশিৰ পৰা পৰ্যবেক্ষণ আৰু তুলনা কৰা।

- ত্রি 3ৰ (a), (b), (c) আৰু (d)ৰ ৰাশিসমূহৰ পৰা 3ৰ কিমানটা পদ পালা—
- এই পদসমূহ কেনেদৰে গঠন হৈছে?
- এই ৰাশিসমূহৰ মাজৰ সমিল কি? অমিল কি? (পদ অনুসৰি ক্ষেত্ৰফল বাকচ সমূহ ৰং কৰিলে সহায়ক হ'ব।)
- আন শ্ৰেণীৰ আন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে পত্ৰিকে বীজগণিতীয় অভেদাবলী কৰি উলিওৱাৰ নিয়ম বা পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰা।

বিষয় অধ্যয়ন 2 : কাৰ্য 2 ব্যৱহাৰ কৰি শ্ৰীমতী কমলা শইকীয়াৰ প্ৰতিফলন (Case Study 2: Mrs Kamala Saikia reflects on using Activity 2)

যিহেতুকে মই ভাবিছিলো যে এনে কিছুমান ছাত্ৰ-ছাত্ৰী থাকিব যি সকলে সংখ্যাৰ পৰা বীজগণিতলৈ ঘোৱাৰ সময়ত খেলি-মেলি কৰিব, আমি প্ৰথম প্ৰ. $(x+y)^2$ ক শ্ৰেণী কাৰ্য হিচাপে সম্পৰ্ক কৰিলো। ইয়াৰ বাবে আৰু যিহেতুকে ত্ৰি যাকলাপ 1 অত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে পূৰণফল তালিকা ইতিমধ্যে প্ৰস্তুত কৰিছে, তেওঁলোকে সহজতে ত্রি 1 আৰু ত্রি 2 ভালদৰে কৰিব পাৰে।

ত্রি 3য়ে সমতুল্যতাৰ সূচকলৈ আগবঢ়াই নিয়ে। সংগ্ৰহীত পদসমূহৰ ৰাশি এনে ৰাশিৰ সমতুল্য যাক এতিয়া সংগ্ৰহ হোৱা নাই মাত্ৰ কিছু পৰিমাণে খেলি-মেলি দেখা যায়। মই তেওঁলোকক সুধিছিলো যে তেওঁলোকে ইয়াক অধিক খেলি মেলি কৰিবৰ বাবে কোনো ধাৰণা আছে নেকি আৰু তেওঁলোক ভালদৰে ধাৰণা আছিল। ই আমাক সকলোকে হৃষ্টাহৃষ্টল যিটো খুবেই সুন্দৰ আছিল। বিশেষকৈ যিসকল ছাত্ৰ-ছাত্ৰী সাধাৰণতে শান্ত ধৰণৰ আছিল আৰু সন্তোষঃ গণিত সম্পর্কে চিন্তিত আছিল, তেওঁলোকেও হাঁহিল আৰু অধিক অৱকাশ পোৱা দেখা হৈছিল। ত্রি 4ৰ শেষৰ অংশ কঠিন বুলি প্ৰমাণিত হৈছিল। বৰ্ণনা কৰাৰ ক্ষেত্ৰত কঠিন হোৱা নাছিল কিন্তু সাৱলীলভাৱে কৰাত সমস্যা হৈছিল। আমি শেষ কৰা বৰ্ণনাসমূহ সম্পূৰ্ণ শুন্দৰ নাছিল কিন্তু ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকল আৰু মই এই ক্ষেত্ৰত সুখী আছিলো। আমি সকলোৱে উপলব্ধি কৰিছিলো যে ইয়াক অধিক উন্নত কৰিবলৈ আমাক সাধাৰণভাৱে অধিক বৰ্ণনা আৰু পদ্ধতি লিখন অভ্যাস কৰিব লাগিব। আমি প্ৰ. $a^2+b^2+c^2$ অন্তৰ্ভুক্ত হোৱা হিচাপত প্ৰসাৰিত কৰিছিলো আৰু পদসমূহৰ বিভিন্ন চিনযুক্তি কৰি চেষ্টা কৰিছিলো। তেওঁলোকে সহজেই সমাধান বাহিৰ কৰিছিল।

আমি $(a+b)^2$ আৰু $(a-b)^2$ ৰ কাৰণে দুটা ভাগত $(a+b)^2 = (a+b)(a^2+2ab+b^2)$ কৰাৰ কথা ভাবিছিলো আৰু তাৰ পাছ 2×3 পূৰণফল তালিকাত প্ৰকাশ কৰাৰ কথা ভাবিছিলো।

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে এনেধৰণে কৰাত যথেষ্ট আনন্দিত ও আত্মবিদ্যুতী অনুভৱ কৰিছিল। এজন ছাত্ৰই কৈছিল যে তেওঁ ইমান মুন্ত অনুভৱ কৰিছে যে তেওঁৰ যদি স্মৰণশক্তি অসাৰ্থক হয় তেন্তে বীজগণিতীয় অভেদাবলী কৰি উলিয়াৰ পাৰিব।



চিন্তন (Pause for thought)

পাঠৰ অন্তত সুধিবলগীয়া ভাল প্ৰসমূহ হ'ল—

- আপোনাৰ শ্ৰেণীৰ সৈতে পাঠদান কেনেদৰে পাৰ হ'ল?
- সকলোৰে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে অংশগ্ৰহণ কৰিছিল নে? অথবা আপুনি এনে ছাত্ৰ-ছাতী লক্ষ্য কৰিছিল নেকি যি কামতিত জড়িত নাছিল? পৰৱৰ্তী পাঠত আপুনি তেওঁলোকক কিদৰে জড়িত কৰিব?
- ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ কোনোৰ উভৰ অনাকাঙ্খিত? কিয়?
- ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বোধন জুখিবৰ বাবে আপুনি কেনে প্ৰ. ব্যৱহাৰ কৰিছিল?
- আপুনি কাৰ্যটি কোনোধৰণে সলনি কৰিছিল নেকি? যদি কৰিছিল তেনে কৰাৰ কাৰণ কি?

৪ টা অভ্যাসের চানেকি আৰু বীজগণিতীয় অভেদের সৱলীকৰণ (4 Spotting patterns and adjusting algebraic identities)

ত্রি যাকলাপ2-ৰ আপুনি আপোনাৰ ছাত্র-ছাত্রীৰ সৈতে পূৰণ আৰু বীজগণিতীয় অভেদেৰ প্রতিবিন্দু বিকাশৰ ওপৰত কাম কৰিছিল। আপোনাৰ ছাত্র-ছাত্রীসকলে এতিয়া পূৰণৰ ফল আৰু বীজগণিতীয় অভেদেৰ বাবে সূত্ৰ আৰু পদ্ধতি মুখস্থ কৰাৰ পৰিবৰ্তে পদ্ধতিসমূহ জানিব পাৰিব।

গণিতত বীজগণিতীয় বৃজাৰ শক্তি মাথো পূৰণফল কৰি উলিওৱাই নহয় কিন্তু (সম্ভৱ বিষেষ ভাৱে) যেতিয়া ইহাঁত সহজভাৱে বুজিব পৰা আকাৰত নাথাকে তেতিয়াও চিনান্ত কৰণ কৰিব পৰা হয়। ৰাশি সমূহৰ স্পষ্টীকৰণ কৰিবলৈ সমৰ্থ হ'বলৈ সিহাঁত বীজগণিতীয় অভেদেৰ ভিন্নতা লিখি উলিওৱাটো এক শক্তিশালী কৌশল হ'ব পাৰে।

ত্রি যাকলাপ3-য়ে ইয়াৰ ওপৰত দৃষ্টি নিবন্ধ কৰিছে : ই ছাত্র-ছাত্রীসকল সত্ৰি যভাৱে পেটাৰ্ণ (আৰ্হি) চিনান্ত কৰণ আৰু অভেদেত ইয়াৰ প্ৰয়োগ।

কাৰ্য 3: অভ্যাসের চানেকি (Spotting patterns)

আপোনাৰ ছাত্র-ছাত্রীসকলক তলৰ গণনাসমূহ বীজগণিতীয় অভেদেৰ উদাহৰণ হয় নে নহয় সিদ্ধান্ত ল'বলৈ কওক। তেওঁলোকে তেওঁলোকৰ পাঠ্যপুথিত বিচাৰি পাৰ পাৰে।

- $5.6^2 - 0.3^2 = 31.27$
- $(x - 3)(x + 5) = x^2 + 2x - 15$
- $118 \times 123 = 14\,514$
- $25/4x^2 - y^2/9 = (5/2x + y/3)(5/2x - y/3)$

বিষয় অধ্যয়ন 3 : কাৰ্য 3 ব্যৱহাৰ কৰি শ্ৰীমতী অঞ্জু বৰাৰ পৰিতিফলন (Case

Stuydy 3: Anju Bora reflects on using Activity 3)

মই ছাত্র-ছাত্রীসকলক বীজগণিতীয় কাৰ্যালী মনত পেলাবৰ বাবে চাই ল'বলৈ কৈছিলো। তাৰ পিছত ছাত্র-ছাত্রীসকলে আনন্দৰে প্ৰ. আৰু অভেদসমূহ বিজাবলৈ আৰস্ত কৰিছিল। প্ৰথমটোৰ বাবে তেওঁলোকে শুন্দভাৱে অভেদ চিনান্ত কৰিছিল কিন্তু সুমন আৰু আন কেইজন মানে এনেদৰে লিখিছিল $5.6^2 - 0.3^2 = (5.6^2 - 0.3^2) (5.6^2 + 0.3^2)$ । মই ভাবিছিলো তাইৰ ভুল আন ছাত্র-ছাত্রীৰ সৈতে বিতৰণ কৰা ভাল হ'ব যাতে তেওঁলোকে তাইৰ ভুলৰ পৰা শিকিব পাৰে। ৰবিয়ে ততালিকে কৈছিল সোপক্ষ কেনেকৈ এনে হ'ব আমি একেৰাশি পাইছো আৰু পূৰণ কৰিছো? সুমনে ততালিকে তাই কি কৰিছে গম পালে আৰু সোপক্ষৰ সূচকসমূহ মচি শুন্দ উন্নৰ পালে।

২য়টো সহজেই কৰা হ'ল। কিন্তু তৃতীয়টোত কোনোৱে $100+18$ আৰু কোনোৱে $100+23$ হিচাপে বিতৰণ কৰিলৈ। এই ক্ষেত্ৰত এইটো সহজতম হয় নে নহয় নে ইয়াকে অধিক সহজ কৰাৰ অইন পদ্ধতি আছে নেকি এই বিষয়ত আলোচনা হৈছিল।

শেষৰটোত কেইজন মান ছাত্র-ছাত্রীয়ে $(5/4x-y/9) (5/4+y/9)$ হিচাপে লিখিব খুজিছিল। এই ধাৰণাত কোনটো শুন্দ কোনটো অশুন্দ এই বিষয়ত যথেষ্ট আলোচনা হৈছিল। তেতিয়া মই তেওঁলোকক পাঠ্যপুথি উলিয়াই ল'বলৈ কলো অনুশীলন কৰিবলৈ নহয় কিন্তু তেওঁলোকে ব্যৱহাৰ কৰিবলগীয়া অভেদ চিনান্ত কৰিব পাৰে নেকি চাবলৈ।

ভিডিওঁ: উন্নয়ন আৰু কৃতিত্ব নিৰ্ধাৰণ।



আপুনি সমলমূল উন্নয়ন আৰু কৃতিত্ব নিৰ্ধাৰণ চাবলৈ বিচাৰিব পা



চিন্তন (Pause for thought)

পাঠৰ অস্তত ভাৰিব পৰা ভাল লগা প্ৰ. সমুহ হ'লঃ

- ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ কোনৰোৱ উত্তৰ অনাকাৎখিত ? কিয় ?
- ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বোধন জুখিবলৈ আপুনি কেনে প্ৰ. ব্যৱহাৰ কৰিছিল ?
- কাষটি কোনো ক্ষেত্ৰত সাল-সলনি কৰিছিল নেকি ? যদি কৰিছিল তেনে কৰাৰ কাৰণ কি ?

5 সাৰাংশ (Summary)

জটিল ৰাশিৰ কাৰ্য্য কৰণৰ সুবিধাৰ বাবে এই গোটটিত দৃশ্য প্ৰস্থাপনৰ ব্যৱহাৰৰ ওপৰত জোৰ দিয়া হৈছে। এবাৰ আপোৰনাৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে ক্ষেত্ৰফল গণন্য আৰু বন্ধনী প্ৰসাৰণৰ মাজত সম্পর্ক আয়ত্ত কৰাৰ পিছত, তেওঁলোকে ততালিকে মুখস্ত কৰাৰ সলনি অভেদারলী কৰি উলিওৱা পদ্ধতি আয়ত্ত কৰিব। এনে ধাৰণাই ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক তেওঁলোকে কি কৰিছে তাৰ অৰ্থ বুজে আৰু সেয়ে তেওঁলোকে ধাৰণাসমূহ নিজৰ বুলি অনুভৱ কৰে।

ই তাৰোপৰি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক ধাৰণাৰ সৈতে ওমলিবলৈ শিকায়। সুবিধা পৰা হয়, “যদি মই এনেদৰে কৰাৰ পৰিৱৰ্তে এনেদৰেক কৰো কি হ'ব ? অথব্য অধিক খেলি মেলি কৰো কি হ'ব ? ইয়াৰ ফলত মুখস্ত কৰাৰ কিছু উদ্বেগ উপশম ঘটে আৰু ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে শিকাটো সহজে মনত ৰাখে। ই অতিশয় প্ৰয়োজনীয় কাৰণ তেতিয়া ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে মুখস্তকৰি ৰখা অভেদারলী গণিতীয় সমস্যা সমূহত সাৱলীলভাৱে প্ৰয়োগ কৰি সমাধা কৰিব পাৰে। কিন্তু প্ৰায়ে তেওঁলোকে ইমান মুখস্ত সম্পর্কে উদ্বিগ্ন হৈ থাকে ৰাবে তেওঁলোকৰ সাৱলীলতাৰ বিকাশ নঘটে।



চিন্তন (Pause for thought)

এই গোটটোত শিকা তিনিটা পদ্ধতি বা কৌশল আৰু অধিক অৱেষণ কৰিব খোজা দুটা ধাৰণা চিনাত্ব কৰক যাতে আপুনি শ্ৰেণী কোঠাত ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰে।

সমল (Resources)

সমল 1 NCF/NCFTE শিক্ষণ আৱশ্যকতা (Resource 1: NCF/NCFTE teaching requirements)

এই গোটটোৱ শিকনে NCF (2005) আৰু NCFTE (2009) ৰ শিক্ষণ আৱশ্যকতাৰ লগত তলত দিয়া ধৰণে সমন্ব স্থাপন কৰিছে।

- ছাত্ৰ-ছাত্ৰী সকলক তেওঁলোকে নিজে শিকাৰ কাৰণে সহতি য় অংশীদাৰ হিচাবে গণ্য কৰিব - কেৱল জ্ঞান আহৰণকাৰী হিচাবে নহয়।
- কাৰীকুলাম পাঠ্যসূচী আৰু পাঠ্যপুথিত যেনে আছে তেনেকৈ কোনো প্ৰ. নকৰাকৈ প্ৰহণ কৰাৰ সলনি সমালোচনা কৰা দৃষ্টিবে চালি-জাৰি চাৰ লাগে।
- ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে গণিতত কথা পাতিব পৰা হ'ব লাগে। তেওঁলোকৰ মাজত আলোচনা কৰি একেলগো কাম কৰিব পৰা বিষয় হিচাবে গণিতক ল'বলৈ দিব লাগে।

- সমন্বয়োৰ জানিবলৈ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক বিমুক্তি ধাৰণা ব্যৱহাৰ কৰা, গঠনবোৰ অধ্যয়ন কৰা, সমস্যাবোৰ কাৰণ নিৰ্ণয় কৰা, উত্তি বোৰৰ ভুলশুন্দি বিচাৰ কৰিবলৈ দিয়া।

Additional resources

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: <http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics>
- Class X maths study material: http://www.zietmysore.org/stud_mats/X/math.pdf
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: <https://www.ncetm.org.uk/>
- National STEM Centre: <http://www.nationalstemcentre.org.uk/>
- OpenLearn: <http://www.open.edu/openlearn/>
- BBC Bitesize: <http://www.bbc.co.uk/bitesize/>
- Khan Academy's math section: <https://www.khanacademy.org/math>
- NRICH: <http://nrich.maths.org/frontpage>
- Mathcelebration: <http://www.mathcelebration.com/>
- Art of Problem Solving's resources page: <http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php>
- Teachnology: <http://www.teach-nology.com/worksheets/math/>
- Maths is Fun: <http://www.mathsisfun.com/>
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: <http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm>
- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 3 ('Numbers (II)'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html>
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html>
- *Learning Curve and At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremjifoundation.org/Foundation_Publications
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including the *Teachers Manual for Formative Assessment – Mathematics (Class IX)*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': <http://cbse.nic.in/welcome.htm>

References/bibliography

- De Morgan, A. (1865) 'A speech of Professor De Morgan, President, at the first meeting of the London Mathematical Society', *Proceedings of the London Mathematical Society*, Vol. 1 (1866), pp. 1–9.
- Dörfler, W. (1991) 'Meaning: image schemata and protocols – plenary lecture', in Furinghetti, F. (ed.) *Proceedings of PME XV*, Vol. I, pp. 95–126.
- Marton, F. and Booth, S. (1997) *Learning and Awareness*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework(NCF)*. New Delhi: NCERT.
- National Council of Educational Research and Training (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education (NCFTE)*. New Delhi: NCERT.
- National Council of Educational Research and Training (2012a) *Mathematics Textbook for Class IX*. New Delhi: NCERT.
- National Council of Educational Research and Training (2012b) *Mathematics Textbook for Class X*. New Delhi: NCERT.

Skemp, R. (1976) 'Relational understanding and instrumental understanding', *Mathematics Teaching*, vol. 77, pp. 20–26.

Van Hiele, P. (1986) *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Orlando, FL: Academic Press.

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

Acknowledgements

This content is made available under a Creative Commons Attribution-ShareAlike licence (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>), unless identified otherwise. The licence excludes the use of the TESS-India, OU and UKAID logos, which may only be used unadapted within the TESS-India project.

Every effort has been made to contact copyright owners. If any have been inadvertently overlooked the publishers will be pleased to make the necessary arrangements at the first opportunity.

Video (including video stills): thanks are extended to the teacher educators, headteachers, teachers and students across India who worked with The Open University in the productions.