Secondary Mathematics

মাধ্যমিক গণিত

TESS India

Learning from misconceptions: algebraic expressions

ভুল ধাৰণাৰ পৰা শিকন ঃ বীজগাণিতিক ৰাশি

Teacher Education through School-based Support in India
www.TESS-India.edu.in

অনুবাদ আৰু অভিযোজন ঃ ৰাজ্যিক শিক্ষা গৱেষণা অৰু প্ৰশিক্ষণ পৰিষদ, অসম

CC BY SA
http://creativecommons.org/licenses/

The Open University

UKaid from the British people

TESS.India ৰ লক্ষ্য হৈছে মুক্তমুশিক্ষা সমলৰ যোগেদি ভাৰতৰ প্ৰাথমিক আৰু মাধ্যামিক শিক্ষক সকলৰ শ্ৰেণীকোঠাৰ কাৰ্য উন্নত কৰাৰ লগতে ছাত্ৰ-ছাত্ৰী কেন্দ্ৰীক অংশগ্ৰহণকাৰী প্ৰয়াসৰ বিকাশ কৰা। TESS.India ৰ মুক্তমুশিক্ষা সমল সমূহে শিক্ষকক পাঠ্যপুথিৰ লগতে সহযোগীতা আগবঢ়ায়। শিক্ষক সকলে তেওঁলোকৰ শ্ৰেণীকোঠাত ছাত্ৰ-ছাত্ৰী সকলৰ সৈতে আৰু পৰিস্থিতি অধ্যয়নৰ জৰিয়তে ত্ৰিয়াকলাপ সমুহ ব্যৱহাৰ কৰাৰ লগতে অন্য শিক্ষকে তেওঁলোকৰ পাঠ পৰিকল্পনা আৰু বিষয় জ্ঞানৰ বাবে সংযোগকাৰী সমলসমুহৰ সহায় ল'ব, এই সকলোবোৰে মুক্তমুশিক্ষা সমলৰ দ্বাৰা সম্ভৱ হ'ব।

TESS.India ৰ মুক্তমু শিক্ষা সমল সমূহ ভাৰতীয় পাঠ্যত্ৰম আৰু প্ৰাসংগিকতা সমুহক আগত ৰাখি ভাৰতীয় আৰু আন্তঃৰাষ্ট্ৰীয় লিখকৰ দ্বাৰাই লিখা হৈছে লগতে ছপা মাধ্যম তথা অনলাইনত (http://www.tess-india.edu.in/) সহজ লভ্য কৰা হৈছে। মুক্তমুশিক্ষা সমল সমুহ প্ৰতিখন অংশগ্ৰহণকাৰী ভাৰতীয় ৰাজ্যৰ বাবে বিভিন্ন ভাষাত সহজলভ্য হৈছে আৰু ব্যৱহাৰকাৰী সকলক আমন্ত্ৰন কৰি স্থানীয় প্ৰয়োজনীয়তা আৰু প্ৰাসংগিকতা পূৰাব পৰাকৈ স্থানীয়ভাৱে পৰিবেশৰ অনুকূল (adapt and localise) কৰি যুগুত কৰা হৈছে।

TESS.India মুক্তমুবিশ্ববিদ্যালয়, ইংলেণ্ডৰ দ্বাৰা নেতৃত্ব দিয়া হৈছে আৰু ইংলেণ্ড চৰকাৰৰ দ্বাৰা পুঁজিৰে যোগান ধৰা হৈছে।

দৃশ্য সমল (video resources)

এই গোটটোৰ কিছুমান ত্ৰিয়াকলাপ তলত দিয়া প্ৰতিকৃতি: . ৰ দ্বাৰা সংযোজিত কৰা হৈছে। এইটোৱে ইয়াকে সূচাইছে যে কিছুমান বিশেষ শৈক্ষিক বিষয়বস্তুৰ বাবে আপুনি TESS.India ৰ দৃশ্য সমলৰ সহায় ল'ব পাৰে।

TESS.India দৃশ্য সমলে ভাৰতৰ শ্ৰেণীকোঠাৰ পৰিবেশত মুখ্য শৈক্ষিক কৌশলসমুহ বিস্তৃত ভিত্তিত ব্যাখ্যা কৰে। আমি আশা ৰাখিছো যে এই সমল সমূহে আপোনাক একে ব্যৱহাৰিক অনুশীলন সমুহ কৰিবলৈ অনুপ্ৰাণিত কৰিব। এই পাঠ ভিত্তিক গোটসমুহৰ দ্বাৰাই আপোনাৰ কাম কৰাৰ অভিজ্ঞতা উন্নীত কৰিবলৈ আৰু তাক সন্মান জনাবলৈ বিচৰা হৈছে, কিন্তু যদি গোট সমূহৰ ভিতৰত প্ৰবেশ কৰিবলৈ সমৰ্থ নহয় তেন্তে সেই সমুহ অসম্পূৰ্ণ হৈ ৰ'ব।

TESS.India দৃশ্য সমল সমুহ অনলাইনত চাব পাৰিব নতুবা TESS.India ৱেবচাইটৰ পৰা ডাউনলোড কৰিব পাৰিব (http://www.tess-india.edu.in/) নতুবা আপুনি এই দৃশ্য সমুহ চি.ডি নাইবা মেমৰি কাৰ্ডত উপলব্ধ কৰিব পাৰিব।

Version 2.0 SM11v1
Assam

Except for third party materials and otherwise stated, this content is made available under a Creative Commons Attribution-ShareAlike licence: http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/

TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

এই গোটটোৰ বিষয়ে (What this unit is about)

বীজগাণিতিক ৰাশিবোৰ হৈছে গাণিতিক বাক্য যেনে 3x+4. সেই ৰাশিবোৰত সমান চিন (=) নাথাকে। সেই কাৰণে এই ৰাশিবোৰ সমীকৰণতকৈ বেলেগ। বীজগাণিতিক ৰাশিবোৰে গণিতৰ পাঠ্যত্ৰ্ক্ৰমত আৰু সাধাৰণ গণিতত এটা গুৰুত্বপূৰ্ণ ভূমিকা গ্ৰহণ কৰিছে। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে গণিতত পাৰদৰ্শিতা দেখুৱাবলৈ হ'লে আৰু উন্নতি কৰিবলৈ হ'লে এই ৰাশিবোৰ পঢ়িব লাগিব আৰু লগতে লিখিবও জানিব লাগিব আৰু তাৰোপৰি তেওঁলোক বীজগাণিতিক ৰাশিবোৰৰ গণনা কৰাত আৰু বিভিন্ন ধৰণেৰে ব্যৱহাৰ কৰাত নিপুণ হ'ব লাগিব।

বহুত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বাবে বীজগাণিতিক ৰাশিবোৰ শিকাত সমস্যা এইটোৱে যে তেওঁলোকে ইয়াক সম্পূৰ্ণৰূপে এটা মুখস্থ কৰি শিকি আৰু কিছুমান নিয়ম অনুসৰণ কৰি উত্তৰ উলিয়াব লাগে বুলি ভাবি লয়। চলক আৰু ধ্ৰুৱকৰ মাজত থকা সম্বন্ধ বৰ্ণনা কৰাত আৰু বিভিন্ন সম্ভাৱনীয়তাক অনুসন্ধান কৰাত বীজগণিতৰ যি সৌন্দৰ্য্য সেয়া প্ৰায়েই হেৰাই যায়। বীজগণিত আৰু তাৰ ৰাশিবোৰক গণিতৰ ভাষা হিচাবে বিবেচনা কৰা হয় আৰু এইবোৰক মানুহ, চিন্তা-ভাবনা, বিভিন্ন মৌল বা ৰাশি আৰু বিভিন্ন গঠন শৈলীৰ মাজত থকা সম্বন্ধবোৰ বৰ্ণনা কৰিবৰ বাবে ব্যৱহাৰ কৰা হয়। বিদ্যালয়ত বীজগণিত শিকোতে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে প্ৰায়ে এই ধৰণৰ অভিজ্ঞতাবোৰৰ কথা বুজি নাপায়। গণিতৰ পৰীক্ষাত উত্তীৰ্ণ হোৱাৰ বাহিৰে তেওঁলোকে বীজগাণিতিক ৰাশি শিকাৰ উদ্দেশ্য নো কি আৰু বাস্তৱজীৱনৰ লগত এই ৰাশিবোৰৰ কি সম্বন্ধ তেওঁলোকে বুজি নাপায়।

এই গোটটোৱে ছাত্ৰ ছাত্ৰীক বিভিন্ন প্ৰসংগ ব্যৱহাৰ কৰি আৰু লগতে বিকাশ কৰি বিভিন্ন পদ্ধতিৰে বীজগাণিতিক ৰাশিবোৰ শিকাই এই ৰাশিবোৰ শিকাৰ উদ্দেশ্যনো কিতাক দেখুৱাবলৈ অনুসন্ধান কৰিব। এটা বাস্তৱ জীৱনৰ প্ৰসঙ্গত চলক আৰু ধ্ৰুৱকৰ কি ভূমিকা তাক প্ৰথমে এই গোটটোৱে অনুসন্ধান কৰিব; তাৰ পিছত প্ৰতিস্থাপকৰ (substitute)ৰ সহায়ত ছাত্ৰ ছাত্ৰীক কি ভাবে এই সৃজনীশীল চিন্তা আৰু ভুল ধাৰণাৰ পৰা শিকিবলৈ উদ্দীপিত (stimulate) কৰিব পাৰে তাত গুৰুত্ব দিব।

চিন্তন (Pause for thought)

আপোনাৰ নিজৰ শ্ৰেণীকোঠাটোৰ বিষয়ে এবাৰ ভাবকচোন। আপোনাৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে বীজগাণিতিক ৰাশি শিকোতে কি ধৰণৰ সমস্যা পাইছে বুলি আপুনি ভাবে? বীজগাণিতিক ৰাশিবোৰৰ বিষয়ে তেওঁলোকে কি ভাল পাইছে? কি বেয়া পাইছে বুলি আপুনি ভাবে? আপুনি কি বেলেগ কৰিবলৈ ভাল পাব?

তেতিয়াহ'লে, আপুনি বিদ্যালয়ত থাকোতে বীজগাণিতিক ৰাশি শিকাৰ কথা এবাৰ ঘূৰি চাওকচোন-- আপুনি নিজে কেনেকুৱা অনুভৱ কৰিছিল? আপুনি এই ৰাশিবোৰৰ কি ভাল পাইছিল আৰু কি বেয়া পাইছিল? আপুনি বাৰু কি বেলেগ কৰিবলৈ ভাল পালেহেঁতেন ?

এই গোটটোৰ পৰা আপুনি কি শিকিব পাৰিব (What you can learn in this unit)

- চলক আৰু ধ্ৰুৱকৰ মাজত থকা সম্বন্ধ চিনাক্তকৰিবলৈ আপুনি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক কেনেকৈ সহায় কৰিব।
- প্ৰসঙ্গৰ ব্যৱহাৰ আৰু বিকাশ কৰি বীজগাণিতিক ৰাশিবোৰত থকা উদ্দেশ্য বুজি পোৱাত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক সহায় কৰিবলৈ কিছুমান ধাৰণা।
- কিছুমান ভুল ধাৰণাক শিক্ষণ সঁজুলি হিচাবে ব্যৱহাৰ কৰি সেই ভুল ধাৰণাবোৰ আঁতৰাবলৈ কিছুমান ধাৰণা।

এই গোটটোৰ সমল 1 ত দিয়া NCF (2005) আৰু NCFTE (2009) ৰ শিক্ষণৰ প্ৰয়োজনীয়তাখিনিক সংযোগ কৰিছে।

1 বাস্তৱ জীৱনৰ প্ৰসঙ্গত চলক আৰু ধ্ৰুৱক (Variables and constants in a real-life context)

দিল্লীৰ নেহৰু প্লেচ (Nehru Place) ত এচিয়া মহাদেশৰ ভিতৰত আটাইতকৈ ডাঙৰ কম্পিউটাৰ আৰু তাৰ বিভিন্ন অংশ যেনে - মাউচ, মনিটৰ, কি বোৰ্ড আদিৰ বজাৰ আছে। এই ঠাইখিনিত অনবৰতে মানুহৰ হেঁচাঠেলা। ব্যৱসায়ৰ ঠাই হোৱা হেতুকে ইয়াত এটা অতিকৈ

গতিশীল বাতাবৰণ দেখিবলৈ পোৱা যায়। ৰাতিপুৱাৰ পৰা সন্ধিয়ালৈ যি গতিত ইয়াত পৰিবেশ সলনি হয়, সেই পৰিবেশত দৈনিক বাতৰি কাকত বিলোৱা এজন হকাৰৰ পৰা আৰম্ভ কৰি গাড়ী পাৰ্ক কৰালৈকে বা এখন দোকানত প্ৰয়োজন হোৱা বস্তুৰ সংখ্যা সকলোৰে প্ৰভাৱিত হয়। এটা পৰিবেশত হোৱা এই ধৰণৰ পৰিবৰ্ত্তনক গতিশীলতা (dynamies) বুলি কোৱা হয়।

চিত্ৰ 1 বাস্তৱজীৱনত গতিশীলতা ঃ নেহৰু প্লেচ, দিল্লী, যেতিয়া শান্ত থাকে (বাওঁফাল) আৰু যেতিয়া ব্যস্ত থাকে (সোঁফাল)

বৃত্তিধাৰী গণিতজ্ঞ সকলে এই ধৰণৰ গতিশীলতা বৰ্ণনা কৰিবৰ কাৰণে আৰু ভৱিষ্যৎবাণী কৰিবৰ কাৰণে কিছুমান মডেল (বা নমুনা) বিকাশ কৰে। সেই মডেলৰ সহায়ত কৰি তেওঁলোকে নগৰ পৰিকল্পক সকলক (Urban Planners), স্থানীয় নীতি নিৰ্ণায়কসকলক (local policy makers) আৰু আইন প্ৰণেতাসকলক (Law enforcers) বিভিন্ন সময়ত কৰ্মকৰ্তা (labour), সা-সুবিধা (Provisions), গঠনাত্মক সহায় (Support structures) ইত্যাদিত কি ধৰণৰ প্ৰয়োজন হ'ব পাৰে তাক সজাগ কৰি দিয়ে। এই ব্যৱস্থাত চলক কি (বেলেগ বেলেগ হৈ থকা সংখ্যাৰ পৰিমাণ) আৰু ধ্ৰুৱক কি (একে থকা সংখ্যাৰ পৰিমাণ) তাক ঠিক কৰি লোৱাৰ ওপৰতে গাণিতিক মডেলৰ প্ৰস্তুত কৰণ (বা নমুনাকৰণ) নিৰ্ভৰ কৰে। কাৰ্য 1 ৰ সহায়ত আপুনি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক নগৰীয়া জীৱনৰ এটা উদাহৰণ সহায়ত চলক আৰু ধ্ৰুৱক শিকাব পাৰিব। (যদি আপোনাৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকল নেহৰু প্লেচ (Nehru place) বা তেনে ধৰণৰ পৰিবেশত অভ্যস্ত নহয়, তেন্তে আপুনি তেওঁলোকৰ এটা পৰিচিত প্ৰসঙ্গত এই উদাহৰণটোকে তেওঁলোকৰ বাবে সজাই ল'ব পাৰে।) ইয়াৰ পিছৰ স্তৰত কোন কেইটা চলক কি প্ৰকাৰে ইটোৰ লগত সিটো লগলাগি আছে তাক ঠিক কৰিলব লাগিব আৰু আপুনি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ সৈতে ইয়াক কেনেদৰে কৰিব কাৰ্য 2 য়ে আপোনাক এটা ধাৰণা দিব।

কাৰ্য 1 আৰু 2 ত আপুনি আৰু আপোনাৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে এই মডেলটোৰ নিচিনা একে ধৰণৰ আন এটা সহজ মডেল কেনেকৈ প্ৰস্তুত কৰিব সেই বিষয়ে চিন্তা কৰিব পাৰিব। মনত ৰাখিব যে, ইয়াত কেৱল এটাই শুদ্ধ বা ভুল উত্তৰ নাথাকে। এই কাৰ্যবোৰ বিশেষকৈ দুজনীয়া বা সৰু সৰু দলত কৰিলে ভাল হয়, কাৰণ তেতিয়া বহুত ধাৰণা ওলাই আহে আৰু কিবা কাৰণত কোনোবা এজনে নোৱাৰিলে ইজনে সিজনক সহায় কৰিব পাৰে।

এই গোটটোত দিয়া কাৰ্যবোৰ আপোনাৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ সৈতে শ্ৰেণীকোঠাত ব্যৱহাৰ কৰাৰ আগেয়ে সকলোবোৰ নহলেও, কেইটামান কাৰ্য যদি আপুনি নিজে এবাৰ চেষ্টা কৰি চায় তেন্তে বৰ ভাল হয়। তাতকৈ যদি এই কাৰ্যবোৰ আপুনি এজন সহকৰ্মীৰ সৈতে কৰে, তেতিয়া আৰু ভাল হয়। কাৰণ কাৰ্যবোৰ কৰি আপোনাৰ কেনে অভিজ্ঞতা হ'ল তাক জানিব পাৰিব। নিজে কাৰ্যবোৰ কৰি চালে শিকাৰুৰ কেনে অভিজ্ঞতা হয়, তাৰ এটা আভাস পাব আৰু আনহাতে এজন শিক্ষক হিচাবে ই আপোনাৰ শিক্ষণ আৰু অভিজ্ঞতাক প্ৰভাৱিত কৰিব। এইদৰে সাজু হৈ আপোনাৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সৈতে এই কাৰ্যবোৰ আকৌ এবাৰ কৰক আৰু কাৰ্যটো কেনে হ'ল আৰু তেওঁলোকে কি শিকিলে সেই বিষয়ে আকৌ এবাৰ বিচাৰ কৰি চাওঁক। ই আপোনাক বেছি পৰিমাণে এটা শিকাৰু কেন্দ্ৰিক শিক্ষণ পৰিবেশ গঢ়ি তোলাত সহায় কৰিব।

1 ঃ কাৰ্য 1ঃ ধ্ৰুৱক আৰু চলক চিনাক্তকৰণ (Activity 1 : Identifying constants and variables)

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক তলৰ কথাখিনি কওঁক ঃ

- তোমালোকে নিজকে একোজন বৃত্তিধাৰী গণিতজ্ঞ (Professional Mathematician) বুলি কল্পনা কৰি লোৱা আৰু দিল্লীৰ নেহৰু পেচ (Nehru place) ত মানুহৰ ব্যস্ততাপূৰ্ণ জীৱনৰ বিষয়ে বৰ্ণনা কৰি এটা মডেল প্ৰস্তুত কৰা। তাৰ কাৰণে প্ৰথমে তোমালোকে সেই ঠাইখিনিত কি কি চলক (যিবোৰ সংখ্যা সলনি হৈ থাকে) আছে আৰু কি কি ধ্ৰুৱক (যিবোৰ সংখ্যা সদায় একে থাকে আছে আৰু কি কি ধ্ৰুৱক (যিবোৰ সংখ্যা সদায় একে থাকে) আছে চিনাক্তুকৰা।
- তাৰ পিছত সেইবিলাকৰ (চলক আৰু ধ্ৰুৱকৰ) এখন তালিকা বনোৱা। উদাহৰণস্বৰূপে গাড়ী পাৰ্ক, হকাৰ বা প্ৰথম মহলাত থকা দোকানৰ সংখ্যা ইত্যাদি।

আপোনাৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে আৰু কিছুমান ধাৰণা ভাবি উলিওৱাৰ পিছত তলৰ তালিকাখন বোৰ্ডত লিখক ।

- সেই ঠাইখিনিৰ সুৰক্ষা দায়িত্বত থকা আৰক্ষী বিভাগত কাম কৰা মহিলা আৰক্ষী আৰু আৰক্ষীৰ সংখ্যা
- গাড়ী পাৰ্কৰ সংখ্যা
- ঠাইখিনিৰ পৰিষ্কাৰ-পৰিচ্ছন্নাৰ দায়িত্বত থকা পৌৰ নিগমে নিয়োগ কৰা মানুহৰ সংখ্যা।
- পাৰ্কিংৰ ঠাই চোৱা চিতা কৰা লোকসকল (Parking lot attendents)
- ওপৰলৈ যোৱা চলন্ত চিৰি (escalators) ৰ সংখ্যা।
- প্ৰথম মহলাত থকা দোকানৰ স্বতাধিকাৰীসকল।
- গ্ৰাউণ্ড ফ্লৰত থকা ৰেষ্টুৰেন্টৰ স্বতাধিকাৰীসকল।
- বিদ্যুৎ যোগান দিয়া কোম্পানীবিলাক।
- লেপটপ কিনিবলৈ বিচৰা ক্ৰেতাসকল।

তাৰ পিছত আপোনাৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক পুনৰ কওঁক ঃ

এই তালিকাখনত সেই ঠাইখিনিৰ যি বিলাক বস্তুৰ এটা মুখ্য 'ভূমিকা' আছে, সেই উদাহৰণবোৰকে দিয়া হৈছে। এতিয়া তোমালোকে লিখা উদাহৰণবোৰ আৰু এই তালিকাখনত দিয়া উদাহৰণবোৰৰ মাজৰ পৰা তোমালোকে কোনবোৰ চলক (যিবোৰ সংখ্যা বা পৰিমাণ সলনি হৈ গৈ থাকে) আৰু কোনবোৰ ধ্ৰুৱক (যিবোৰ সংখ্যা বা পৰিমাণ সদায় একে থাকে) স্থিৰ কৰা। উদাহৰণবোৰৰ ভিতৰত বাৰু চলক আৰু ধ্ৰুৱক দুয়োটাই হ'ব পৰা কিবা উদাহৰণ আছে নেকি? যদিহে আছে, ই কাৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰিব?

কাৰ্য 1 ত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক নেহৰু পেচত (Nehru Place) চলক আৰু ধ্ৰুৱক চিনাক্তুকৰিবলৈ কোৱা হৈছে। গাণিতিক মডেল এটা বিকাশ কৰিবলৈ হ'লে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে এই চলক আৰু ধ্ৰুৱকবোৰ কেনেকৈ ইটোৱে সিটোক প্ৰভাৱিত কৰিছে আৰু ইটোৰ লগত সিটো সংযোগ হৈ আছে- সেই বিষয়ে ভাবিব লাগিব।

এই কাৰ্যটো ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক 'মন মানচিত্ৰ' (Mind map) ৰ সহায়ত কৰিবলৈ কোৱা হৈছে। মন মানচিত্ৰ হৈছে বিভিন্ন ধাৰণা বা তথ্যবোৰ সংযোগ কৰি দৃশ্যমান কৰি তুলিব পৰা এটা লেখ চিত্ৰৰ কৌশল (graphical technique)। চিত্ৰটো সকলো সময়তে এজোপা গছৰ আকৃতিৰ নিচিনা মাজৰ মাত্ৰ এটা বিন্দুৰ পৰা আৰম্ভ হৈছে আৰু তাৰ পৰা বিভিন্ন শাখা প্ৰশাখাবোৰ ওলাইছে। গছজোপা কিছুমান শব্দ বা চুটি চুটি বাক্যৰে গঠিত হৈছে আৰু এডাল ৰেখাৰ দ্বাৰা সংযোগ হৈ আছে। যি ডাল ৰেখাৰ দ্বাৰা শব্দ বা শব্দৰ সমষ্টি সংযোগ হৈ আছে, সেই ৰেখাডালো অৰ্থটোৰ এটা ভাগ হয়। ধাৰণা মানচিত্ৰ (Concept Map) মন মানচিত্ৰ (Mind Map) ৰ লগত একেই। কিন্তু মানচিত্ৰৰ এটা কেন্দ্ৰ থাকে আৰু ধাৰণা মানচিত্ৰ সৰলৰৈখিক হ'ব পাৰে। মন মানচিত্ৰ (Mind Map) এটা ভাল আহিলা বা সঁজুলি আৰু ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক নতুন নতুন কথাবোৰ অনুসন্ধান কৰাত আৰু তেওঁলোকে কিমান বুজি পাইছে তাক পুনৰীক্ষণ (review) কৰাত সহায় কৰিবলৈ ই এটা ফলপ্ৰসু কৌশল। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে কি শিকিছে আৰু তেওঁলোকৰ কি কি ভুল ধাৰণা আছে সেই বিলাক বিচাৰি উলিয়াবলৈ ইয়াক মূল্যায়ণৰ এটা আহিলা হিচাবেও ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি। কাৰ্য 2 ত কোনো ধৰণৰ শুদ্ধ বা ভুল উত্তৰ নাই।

.

কাৰ্য 2 ঃ বীজগাণিতিক ৰাশিৰ বিকাশ (Developing algebraic expressions)

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ লগতে আপুনিও আকৌ এবাৰ নিজকে এজন বৃত্তিধাৰী গণিতজ্ঞ (Professional mathematician) হিচাবে কল্পনা কৰক আৰু দিল্লীৰ নেহৰু পেচৰ গতিবিধিৰ কথা বৰ্ণনা কৰিবলৈ এটা গাণিতিক মডেল বনাওঁক। আপুনি ইতিমধ্যে নেহৰু পেচৰ পৰা

চলক (যিবোৰ সাংখ্যিক পৰিমাণ সলনি হৈ থাকে) আৰু ধ্ৰুৱক (যিবোৰ সাংখ্যিক পৰিমাণ কেতিয়াও সলনি নহয়) বোৰ চিনাক্তকৰিছে।

পিছৰ স্তৰত চলকবোৰ ইটোৱে সিটোৰ লগত আৰু ধ্ৰুৱকৰ লগত কেনেদৰে সংযোগ হৈ আছে, আপুনি চিনাক্ত কৰিব লাগিব। সকলোবোৰ ভালকৈ কৰিবলৈ, হ'লে প্ৰতিটো দলৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে কোন চাৰিটা চলকৰ ওপৰত তেওঁলোকে কাম কৰিব সেই বিষয়ে আগতে ঠিক কৰি লোৱা উচিত। আপুনি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক তলৰ কথাখিনি কওক ---

- এই চলকবোৰৰ এটা মন মানচিত্ৰ (mind map) প্ৰস্তুত কৰা আৰু সেইবিলাকৰ মাজত কি সম্পৰ্ক থাকিব পাৰে তোমালোকে ভাবি সেই ধাৰণাবিলাক সংযোগ কৰি লাইনত বা ৰেখাত লিখা। এই সম্পৰ্কত ধ্ৰুৱকৰ কিবা ভূমিকা আছে বুলি যদি তোমালোকে ভাবা, তেন্তে মন মানচিত্ৰত সেই ধ্ৰুৱকবোৰো লিখা। মনত ৰাখিবা, ইয়াত কোনোধৰণৰ ভুল বা শুদ্ধ উত্তৰ নাথাকে। উদাহৰণস্বৰূপে, এটা নিৰ্দিষ্ট সময়ত কিমান সংখ্যক মানুহ বা ত্ৰেহুা দোকানলৈ আহে, বা দোকানৰ সংখ্যা বা গাড়ীৰ সংখ্যাৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰি আৰক্ষী অফিচাৰৰ সংখ্যা সলনি হ'ব পাৰে বুলি তোমালোকে ভাবিব পাৰা।
- এতিয়া তোমালোকৰ দলবোৰে ওপৰত লিখা সম্পৰ্কবোৰত কোনবোৰ পৰিমাণক বা সংখ্যাসূচক (Quantifieres) ব্যৱহাৰ কৰিবা ঠিক কৰি লোৱা। এইবোৰ এটা গাণিতিক ৰাশিৰ দৰে লিখা। উদাহৰণস্বৰূপে, তোমালোকে ক'ব পাৰা যে প্ৰত্যেক দহখন দোকানৰ বাবে 100 জন ত্ৰেহুা (Visitors) বা 50 খন গাড়ীৰ (car) বাবে তোমালোকৰ এজন আৰক্ষী অফিচাৰৰ প্ৰয়োজন হয়। এনে ক্ষেত্ৰত আৰক্ষী অফিচাৰৰ সংখ্যাৰ এটা মডেল (বা নমুনা) তোমালোকে এনেদৰে লিখিব পাৰা- $S/_{10}+V/_{100}+C/_{50}$ মনত ৰাখিবা, ইয়াত কোনো ধৰণৰ শুদ্ধ বা ভুল উত্তৰ নাথাকে।

ছাত্ৰ-ছাত্ৰী সকলে এনেধৰণৰ গাণিতিক ৰাশি লিখি উলিওৱাৰ পিছত সেইবোৰৰ গাণিতিক মডেল কেনে ধৰণৰ হ'ব সেই বিষয়ে ভাবিব দিয়ক। তেওঁলোকক তলত দিয়াবোৰ কৰিবলৈ কওঁক--

- প্ৰতিটো চলকৰ বাবে মানৰ পৰিসৰ (range of values) কি হ'ব আগতীয়াকৈ ক'বলৈ দিয়ক। যিবোৰ ক্ষেত্ৰত তেওঁলোকে পৰিসৰ (range) টো আগতীয়াকৈ ক'বলৈ টান পাইছে, তাৰ কাৰণসমূহ চিনাক্তকৰিবলৈ দিয়ক। উদাহৰণস্বৰূপে চলন্ত চিৰি (escalotors) ৰ সংখ্যা এটাতকৈ কম হ'ব নোৱাৰে, কাৰণ এটা চলন্ত চিৰি আধা থাকিব নোৱাৰে। আনহাতে, অসীম সংখ্যক চলন্ত চিৰি থকাটোও সম্ভৱ নহয়, কাৰণ তাৰ বাবে বহুত ঠাইৰ দৰকাৰ হ'ব। সেয়ে, চলন্ত চিৰি (escalators) ৰ সংখ্যা কিমান বেছি হ'ব পাৰে তাক সঠিককৈ কোৱাটো টান; কাৰণ ই কেইবাটাও কাৰকৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে।
- কোনবোৰ চলক সহজে নিয়ন্ত্ৰণ কৰিব পাৰি বুলি তোমালোকে ভাবা? এটা চলক নিয়ন্ত্ৰণ কৰাৰ অৰ্থ এয়ে যে -হয় তাৰ পৰিসৰ (range) সীমাবদ্ধ কৰিব পাৰি নহ'লে পৰিস্থিতিটোত খুব বেছি প্ৰভাৱিত নকৰাকৈ তাৰ মান স্থিৰ (fixed) কৰি ৰাখিব পাৰি।
- কাৰ্যটোৰ শেষত গোটেই শ্ৰেণীটোক আলোচনা কৰিবলৈ দিয়ক -- বাস্তৱত মডেল প্ৰস্তুত কৰণ (modelling) ত ব্যৱহাৰ কৰা পৰিমাণক বা সংখ্যা সূচকবোৰ (Quantifiers) তথ্যৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰিব। যদি তোমালোকে এই পৰিমাণক বা সংখ্যাসুচকবোৰ সংগঠিত কৰি সজাব (organise) লাগিলহেঁতেন, তেন্তে তথ্যবোৰ কেনেদৰে সংগ্ৰহ কৰিলাহেঁতেন?

বিষয় অধ্যয়ন 1ঃ কাৰ্য 1 ব্যৱহাৰ কৰি শ্ৰীমতী বিপাশা দেৱীয়ে কি শিকালে তাৰ প্ৰতিফলন (Mrs Bipasha Devi reflects on using Activities 1)

এইটো এগৰাকী শিক্ষকে তেওঁৰ মাধ্যমিক পৰ্যায়ৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সৈতে কাৰ্য 1 আৰু 2 কৰি পোৱা এটা অভিজ্ঞতাৰ বৰ্ণনা।

মই এই কাৰ্যকেইটা মোৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ সৈতে কৰিবলৈ বিচাৰিছিলো কাৰণ এই কাৰ্য কেইটা বাস্তৱজীৱনত গণিত দেখা পোৱা আৰু গণিত চিনি পোৱাৰ এটা ভাল উদাহৰণ আছিল বুলি মই ভাবিছিলো। প্ৰথমে গোটেই শ্ৰেণীটোৰ বাবে কেইটামান উদাহৰণ লৈ তাৰ পৰা চলক আৰু ধ্ৰুৱকবোৰ বাচি উলিয়াবলৈ দিলো। ইতিমধ্যে হৈ যোৱা আলোচনাৰ পৰা তেওঁলোক সজাগ হৈছিল যে চলক আৰু ধ্ৰুৱক বাচি উলিওৱা সিমান সহজ নহয়। উদাহৰণস্বৰূপে, গাড়ীপাৰ্কৰ সংখ্যাক ধ্ৰুৱক হিচাবে বিবেচনা কৰিব পাৰি; কিন্তু যদি এই পৰিস্থিতিটো বহুত দূৰলৈ চোৱা হয়- যেনে 2 বছৰ; তেতিয়া ই এটা চলকো হ'ব পাৰে। কাৰণ তত্ব (Theory) মতে যদি ঠাই আৰু টকা থাকে, তেন্তে সময়ত গাড়ীপাৰ্কৰ সংখ্যা বঢ়াব পাৰি।

তেওঁলোকে দুজনীয়া দলত বহি এনে ধৰণৰ আৰু উদাহৰণ আছে নেকি বিচাৰিছিল আৰু এটা উদাহৰণ কিয় আৰু কেতিয়া ধ্ৰুৱক বা চলক হ'ব পাৰে তাৰ কাৰণ সমূহৰ বিষয়ে চিন্তা কৰিছিল। তেওঁলোকে দিয়া উদাহৰণবোৰ আৰু সেই বিলাকৰ শ্ৰেণী বিভাজন ব্লেকবোৰ্ডত লিখি ৰখা হৈছিল। এই চলক আৰু ধ্ৰুৱকবোৰৰ মাজত কি সম্পৰ্ক আছে; সিহঁত কেনেকৈ ইটোৰ লগত সিটো লগ-লাগি আছে আৰু এইবোৰক কেনেকৈ গাণিতিক ৰাশি হিচাবে লিখিব পাৰি আৰু সেইবোৰৰ সহগ (Co-efficient) কি হ'ব সেই বিষয়ে তেওঁলোকে কাৰ্য 2 ত চিন্তা কৰিছিল। এগৰাকী ছাত্ৰীয়ে কৈছিল যে তেওঁ সমানুপাত এটা চিহ্নিত কৰোতে কেতিয়াও সহগৰ কথা শুনা নাছিল আৰু ৰাশিবোৰ শিকোতে এই নিয়ম (rule) বোৰ কিয় ব্যৱহাৰ হয় সেই বিষয়ে তেওঁ বুজি পালে।

এই কাৰ্যটোৰ কোনো ধৰণৰ শুদ্ধ বা ভুল উত্তৰ নথকাৰ বাবে প্ৰথমতে তেওঁলোকে অলপ অস্বস্তিত পৰিছিল। যিয়েই নহওঁক, একে ধৰণৰ চলক আৰু ধ্ৰুৱকৰ পৰা গঠন কৰা সম্ভাব্য ৰাশিবোৰৰ বিষয়ে সকলোৰে লগত আলোচনা কৰাৰ পিছত, সেইবোৰৰ কিয় ভুল বা শুদ্ধ উত্তৰ নাথাকে, তেওঁলোকে বুজি পালে আৰু তাৰ পিছৰে পৰা তেওঁলোকৰ উত্তৰবোৰ আৰু বেছি পৰিমাণে সৃজনীশীল (creative) হ'বলৈ ধৰিলে

যিহেতু মই সচাঁকৈয়ে এই কাৰ্য কেইটা কৰিবলৈ বিচাৰিছিলো যাতে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে বাস্তৱজীৱনত গণিত কি চাব পাৰে আৰু চিনি পাব পাৰে, সেয়ে গৃহকাৰ্যৰ বাবেও মই তেওঁলোকক সেই ৰাতি তেওঁলোকে মুখামুখি হোৱা বিভিন্ন পৰিস্থিতিৰ লগত খাপ খোৱাকৈ এনে ধৰণৰ কাৰ্য কৰিবলৈ দিছিলো। উদাহৰণস্বৰূপে বাচষ্টপেজত বৈ থাকোতে, পৰিয়ালৰ লোকসকলৰ সৈতে ৰাতি ভাত-খাই থাকোতে বা গৃহকাৰ্য কৰি থাকোতে পোৱা চলক আৰু ধ্ৰুৱকবোৰ বাচি উলিয়াই সেইবোৰ কেনেকৈ 'সম্পৰ্ক' হৈ আছে তাক কৰিবলৈ দিছিলো।

আপোনাৰ শিক্ষণ অভ্যসনৰ প্ৰতিফলন (Reflecting on your teaching practice)

যেতিয়া আপুনি আপোনাৰ শ্ৰেণীত এনেধৰণৰ উদাহৰণবোৰ কৰায় পিছত কি ভাল হ'ল আৰু কি অলপ বেয়া হ'ল তাক আকৌ এবাৰ ভাবি চাব। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে যিবোৰ প্ৰশ্ন কৰি ভাল পায় আৰু যিবোৰ প্ৰশ্নই তেওঁলোকক আগবাঢ়ি যোৱাত সহায় কৰে আৰু য'ত আপোনাৰ ব্যাখ্যাৰ প্ৰয়োজন হয়, আপুনি কেৱল তেনে ধৰণৰ প্ৰশ্নহে বিবেচনা কৰিব। এনে ধৰণৰ প্ৰতিফলিত কাৰ্যই আপোনাক সদায় এনে কিছুমান 'প্ৰশ্ন' বিচাৰি উলিওৱাত সহায় কৰিব, যিবোৰ সমাধা কৰি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে আমোদ পায় আৰু উপভোগ কৰে আৰু নিজকে ব্যস্ত ৰাখিব পাৰে। যদি তেওঁলোকে বুজি নাপায় আৰু একো কৰিব নোৱাৰে তেওঁ তেওঁলোকে সেইবোৰৰ সমাধানত নিজকে জড়িত কৰিবলৈও ভাল নাপায়। যেনেকৈ শ্ৰমতী বিপাশা দেৱীয়ে কিছুমান একেবাৰে সৰু যেন লগা কাম কৰি এটা ডাঙৰ ফল পালে, ঠিক তেনেকৈ আপুনিও যেতিয়াই এই কাৰ্যবোৰ কৰায়, সকলো সময়তে এনে ধৰণৰ প্ৰতিফলিত অনুশীলনী ব্যৱহাৰ কৰিব।

চিন্তন (Pause for thought)

প্ৰতিফলনৰ কাৰণে কিছুমান ভাল প্ৰশ্ন হৈছেঃ

- আপোনাৰ শ্ৰেণীটোৰে এই কাৰ্যটো কৰি কেনে পালে? সকলোবোৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে ইয়াত অংশ গ্ৰহণ কৰিছিল নে?
- আপুনি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ পৰা কি ধৰণৰ উত্তৰ আশা কৰা নাছিল আৰু কিয় নাছিল?
- আপোনাৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে বুজি পাইছেনে নাই তাক জানিবলৈ আপুনি কি প্ৰশ্ন ব্যৱহাৰ কৰিছিল?
- কোনোবা ক্ষেত্ৰত আপোনাৰ সহায়ৰ প্ৰয়োজন হৈছিল বুলি আপুনি অনুভৱ কৰিছিল নেকি?
- কোনবোৰ ক্ষেত্ৰত আপোনাৰ দৃঢ়ীকৰণৰ প্ৰয়োজন আছিল বুলি অনুভৱ কৰিছিল?
- আপুনি কিবা প্ৰকাৰে কাৰ্যটোৰ সংশোধন কৰিছিল নেকি? যদি কৰিছিল তাৰ কাৰণ কি আছিল?

2 সম্ভাৱনাৰ বিষয়ে ভাবিবলৈ প্ৰতিষ্ঠাপন (বা প্ৰতিকল্পনা)ৰ সহায় লওঁক (Using substitution to think about possibilities)

প্ৰতিষ্ঠাপন এটা শক্তিশালী আৰু এটা অতি প্ৰয়োজনীয় চিন্তা আহিলা। বাস্তৱজীৱনত ইয়াক সঘনাই ব্যৱহাৰ কৰা হয়। উদাহৰণস্বৰূপে, যোৱাকালি খোৱা আহাৰতকৈ আজিৰ আহাৰ অলপ বেলেগ কৰি খাবলৈ কি ধৰণৰ শাক-পাচলি আৰু মছলা ব্যৱহাৰ কৰিব লাগিব; আজি কিহৰে অহা-যোৱা কৰিব (আপুনি খোজকাঢ়ি যাবনে বা বাচেৰে যাবনে ৰিক্সাৰে যাব ?) বা আজি কি শাৰী পিন্ধিব ইত্যাদি। প্ৰতিষ্ঠাপনত সীমাবদ্ধতাৰ বিষয়ে বিবেচনা কৰাৰ উপৰিও সম্ভবনীয়তা আৰু বিকল্পতাৰ কথাও জড়িত হৈ থাকে। উদাহৰণস্বৰূপে, যদি আপোনাৰ লক্ষ্য পোছাক পৰিবৰ্তন কৰাৰ হয়, তেতিয়া এটা কেলকুলেটৰৰ সলনি এখন ৰেচমৰ শাৰী প্ৰতিষ্ঠাপন কৰাটো খুব এটা বৈধ (Valid) নহ'ব, কিন্তু যেতিয়া আপুনি আপোনাৰ টকা ক'ত খৰচ কৰাৰ কথা বিবেচনা কৰিব- তেতিয়া ই বৈধ হ'ব পাৰে। যি প্ৰতিস্থাপনে এইভাৱে বিবিধতা (Variation) ৰ কাৰণে অনুমতি দিয়ে। সি জীৱনৰ মছলা।

গণিতত প্ৰতিষ্ঠাপনৰ চিন্তা-প্ৰক্ৰিয়া বাস্তৱ জীৱনৰ দৰে একে। একে সময়তে ই সীমাবদ্ধতা (limitation) আৰু প্ৰতিবন্ধতা (restriction) ৰ প্ৰতি সজাগ হোৱাৰ লগতে ইয়াত উদাহৰণ, বিকল্প আৰু সম্ভাৱনাৰ বিবেচনাও জড়িত হৈ থাকে।

চিন্তন (Pause for thought)

- কি প্ৰকাৰে গাণিতিক প্ৰতিষ্ঠাপন বাস্তৱজীৱনৰ প্ৰতিষ্ঠানতকৈ বেলেগ বা একে বুলি আপুনি ভাবে?
- শ্ৰেণীত প্ৰতিষ্ঠাপনৰ ওপৰত কাম কৰি আপুনি কিয় সময় পাৰ কৰে?

প্ৰতিষ্ঠাপনৰ ওপৰত কাম কৰি শিকনৰ সুযোগ Learning opportunities when working on substitution)

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে গণিত অধ্যয়ন কৰোতে প্ৰতিষ্ঠাপনৰ কৌশলসমূহ শিকিবলগীয়া হয়। কিতাপত দিয়া অনুশীলনীবোৰ আৰু সমস্যাবোৰ সমাধান কৰোতে আৰু পৰীক্ষাত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে এই দক্ষতা প্ৰদৰ্শন কৰিব লগা হয়।
ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক প্ৰতিষ্ঠাপন পদ্ধতিৰে সমস্যাবোৰ সমাধান কৰিব দি তেওঁলোকৰ গণিত শিকনৰ কিছুমান আন সুযোগ প্ৰদান কৰিব পাৰি। সেইবোৰ সম্ভবতঃ সিমান স্পষ্ট নহলেও সমানে গুৰুত্বপূৰ্ণ আৰু মূল্যবান। তাৰে কিছুমান পিছলৈ অনুসন্ধান কৰিবলৈ থোৱা হৈছে। সেইবোৰ হ'ল -

- এটা গল্পৰ মাধ্যমেৰে যেনেকৈ এটা বীজগণিতক ৰাশিক অৰ্থ পূৰ্ণ কৰি তুলিব পাৰি, ঠিক তেনেকৈ প্ৰতিষ্ঠাপনক আহিলা হিচাবে লৈ এটা গাণিতিক ৰাশিক জীৱন্ত কৰি তুলিব পাৰি। ইয়াৰ এটা উদাহৰণ হৈছে-কাৰ্য 3 ।
- এটা বিশেষ সংখ্যাত্মক উদাহৰণ সাধাৰণীকৰণ কৰিবলৈ প্ৰতিষ্ঠাপনক এটা আহিলা হিচাবে কেনেকৈ ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি। ইয়াৰ এটা উদাহৰণ হৈছে কাৰ্য 4 দিয়া হৈছে।

- গাণিতিক সম্বন্ধ, ধৰ্ম আৰু সীমাৰ বিষয়ে অনুসন্ধান কৰিবলৈ প্ৰতিষ্ঠাপনক কেনেকৈ ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি। কাৰ্য 4 ত ইয়াৰ কিছুমান উদাহৰণ দিয়া হৈছে।

কল্পনা বিকাশ কৰিবলৈ প্ৰতিষ্ঠাপন ব্যৱহাৰ কৰক (Using substitution to develop imagination)

বীজগণিত আৰু ইয়াৰ ৰাশিবিলাকে সম্বন্ধ বৰ্ণনা কৰাৰ বাবে সেই বিলাকক প্ৰায়ে গাণিতিক ভাষা হিচাবে বিবেচনা কৰা হয়। পাঠ্য পুথিৰ বীজগাণিতিক ৰাশিবোৰ পৃষ্ঠাৰ পিছত পৃষ্ঠা অনুশীলন কৰাৰ পিছতো ইয়াক বাকপটু (eloquent) ভাষা হিচাবে চিনি নোপোৱাৰ কাৰণে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক মাফ (forgive) কৰি দিব পাৰি।

পিছৰ কাৰ্যটোৰে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক বীজগাণিতিক ৰাশিবোৰ পঢ়িবৰ কাৰণে কিছুমান খেলাধুলাৰ সৈতে পৰিচয় কৰাই দিছে আৰু এই ৰাশিবোৰ কি অৰ্থ সূচাব পাৰে আৰু কি পৰিস্থিতিত ই মডেল হয় সেই বিষয়ে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক নিজৰ নিজৰ কাহিনী সাজি বৰ্ণনা কৰিবলৈ কৈছে। অৰ্থাৎ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক এটা ব্যাখ্যা বা কাহিনীৰে চিহ্নবা প্ৰতীকবোৰক প্ৰতিষ্ঠাপন কৰি প্ৰতীক গণিত (Symbolised mathematics) ক অৰ্থপূৰ্ণ কৰি তুলিবলৈ কোৱা হৈছে।

- ধৰা হ'ল (x) সংখ্যক মানুহ সমানভাৱে (n) সংখ্যক বাচত উঠি ফুৰিবলৈ গ'ল। তাৰে কিছুমান মানুহ দেৰিকৈ অহাৰ বাবে প্ৰতিখন বাচে 3 জনকৈ মানুহক আকৌ উঠাবলগীয়া হ'ল। মানুহৰ দলটোক $x/_n$+3n ৰাশিৰে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।
- 1.3 (2100m) ৰাশিটো, 1.3 [3 (700) m] ৰাশিটোৰ পৰা আহিছে আৰু ই উদয়পুৰত নমা প্ৰায় 700 অন্তৰীক্ষ aliensৰ হ'ব পাৰে। এইবাৰ সিহঁত ভাৰতলৈ প্ৰথমবাৰ আহিছিল। সিহঁতে মানুহবিলাকক প্ৰতি কাপত 1 টকাকৈ চাহ বুলি কোৱা এবিধ পানীয় খাই থকা দেখিলে। সিহঁতেও খাই চালে আৰু ইমান ভাল পালে যে সিহঁতৰ প্ৰত্যেকে 3 কাপকৈ চাহ খালে। সিহঁতে চাহৰ গুণাগুণ (quality) দেখি আৰু যি সেৱা পাইছিল, তাৰ কাৰণে ইমান সুখী হৈছিল যে সিহঁতে চাহখোৱাৰ বাবদ টকা দিওঁতে 30% শতাংশ টিপ (Tip) দিলে।

কাৰ্য 3 ঃ ইয়াৰ অৰ্থ কি হ'ব পাৰে (What could it mean?)

আপোনাৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক তলৰ কথাখিনি কওঁক -
তলত দিয়া উদাহৰণবোৰ পাঠ্যপুথিৰ পৰা লোৱা হৈছে -

- 30u + 44v
- 3x +1
- 3√4
- $\frac{18(3x+1)}{6}$
- $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$

প্ৰতিটো ৰাশিৰ বাবে তোমালোকে কল্পনা কৰি এটা কাহিনী সাজা। কি পৰিস্থিতিত ৰাশিটো এটা মডেল হ'ব পাৰে? ইয়াৰ বাহিৰেও ই আৰু কি হ'ব পাৰে?

ভিডিঅ’ ঃ গল্প কোৱা, গান গোৱা, অভিনয় কৰা আৰু নাটক কৰা।

আপুনি ইচ্ছা কৰিলে ‘গল্প কোৱা, গান গোৱা, অভিনয় কৰা আৰু নাটক কৰা’ শীৰ্ষক মূল সমলটো এবাৰ চাব পাৰে।

বিষয় অধ্যয়ন 2 ঃ কাৰ্য 3 ব্যৱহাৰ কৰি শ্ৰীমতী ভানু কোঁৱৰে কি শিকালে তাৰ প্ৰতিফলন (Mrs Bhanu Konwar reflects on using Activity 3)

এটা ৰাশিত খাপখোৱাকৈ এটা বাস্তৱিক কাহিনীৰ বিষয়ে ভবাটো মোৰ নিজৰ কাৰণে ইমান সহজ নাছিল। কিন্তু বাচত উঠি ফুৰিবলৈ যোৱা মানুহৰ আৰু বহিঃ বিশ্বৰ প্ৰাণী বিলাকে কেইবাকাপ চাহ খোৱাৰ কাহিনী বিলাকে মোক সচাঁকৈয়ে বৰ সহায় কৰিলে আৰু মই মুক্তমনেৰে আৰু সৃজনীশীল হৈ আন কিছুমান উদাহৰণৰ বিষয়ে ভাবিবলৈ বাধ্য হ’লো। যিহেতু এই কামবোৰ কৰি মোৰ ভালেই লাগিছিল আৰু সেয়ে মই মোৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ সৈতে একে পদ্ধতিৰে আগবাঢ়ি যাবলৈ মনস্থ কৰিলো। সেই কাৰণে মই বাচত উঠা আৰু বহিঃ বিশ্বৰ প্ৰাণী ৰ কাহিনীৰ ৰাশি বিলাক ব্লেকবোৰ্ডত লিখি কাৰ্যটো আৰম্ভ কৰিলো। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক তেওঁলোকৰ নিজা নিজা কাহিনী ভাবিবলৈ অলপ সময় (খুব বেছিও নহয়) দিলো। আৰু তাৰ পিছত আমি সেইবোৰ শ্ৰেণীৰ সকলোৰে লগত আলোচনা কৰিলো।

তাৰ পিছত মই কাৰ্য 3 ৰ ৰাশিসমূহ ব্লেকবোৰ্ডত লিখিলো। 3x+1 ৰাশিটোৰ বাবে ৰমেন নামৰ ছাত্ৰ জনে তৎক্ষণাৎ এটা কাহিনী সাজিলে-- যদি পানী আৰু চাহপাতৰ বাবে x টকা আৰু কিবা এটাৰ কাৰণে যদি এটা নিৰ্দিষ্ট খৰচ 1 টকা হয়, তেন্তে তিনি কাপ চাহ বনাওঁতে কিমান খৰচ পৰিব? এই কাহিনীটো শুনি কিছুমান ছাত্ৰ-ছাত্ৰী সন্মত হৈছিল আৰু কিছুমান সন্মত হোৱা নাছিল; কিন্তু তাকে লৈ এটা আমোদজনক আলোচনা চলিল। বাস্তৱত এটা সম্পূৰ্ণৰূপে শুদ্ধ উত্তৰ পোৱাতকৈ এটা ত্ৰুটিপূৰ্ণ (বা অপূৰ্ণ) উদাহৰণৰ সৈতে কাম কৰি আলোচনাৰ পৰিবেশ সৃষ্টি কৰিব পৰাটোহে অধিক ফলপ্ৰসূ বা প্ৰভাৱী বুলি মোৰ অনুভৱ হৈছিল।

চিন্তন (Pause for thought)

- আপোনাৰ ছাত্ৰ ছাত্ৰীয়ে বুজি পাইছেনে নাই তাক জানিবলৈ আপুনি কি ধৰণৰ প্ৰশ্ন ব্যৱহাৰ কৰিছিল?
- শ্ৰীমতী ভানু কোঁৱৰে কৰাৰ দৰে আপুনিও কাৰ্যটোৰ কিবা সংশোধন কৰিছিল নেকি? যদি কৰিছিল তাৰ কি কাৰণ আছিল?

3 ভুল ধাৰণা বিচাৰিবলৈ সাধাৰণীকৰণ ব্যৱহাৰ কৰক (Using generalisation to find misconceptions)

যেতিয়া আপুনি 2 (3 - 8) ৰ নিচিনা ৰাশিবোৰ দেখা পায়, আপুনি তৎক্ষণাৎ ধৰিব পাৰে যে ৰাশিটোক (2X3)-(2X8) ৰ নিচিনাকৈ পুনৰ লিখিব পাৰি। কাৰণ এইটো এটা বিতৰণ বিধিৰ উদাহৰণ, য’ত a(b-c)=axb-axc

এনে ধৰণৰ সাজোন (Pattern) দেখিলে, গণিতত সাধাৰণীকৰণ কৰিবলৈ সহায় হয়, কাৰণ সমস্যাবোৰ সমাধান কৰাত ই সহজ কৰি তোলে। ঋণাত্মক দিশ এইটোৰে যে কিবা চানেকি বা সাজোন (Pattern) দেখিলে আপুনি ভাবিব পাৰে যে ইয়াক সাধাৰণীকৰণ কৰিব পাৰি, কিন্তু আচলতে তেতিয়া এই সাজোনবোৰ (Pattern) কিছুমান এটা বিশেষ ক্ষেত্ৰ (Special case) হে হয় আৰু কিছুমান পৰিস্থিতিতহে ই মাত্ৰ সত্য হয়। পিছৰ কাৰ্যটোৰে সংখ্যাত্মক ৰাশিৰ (numerical expression) পৰা সাধাৰণীকৰণ কৰা বীজগণিত (generalised algebra) লিখাৰ কিছুমান উদাহৰণ দিছে।

কাৰ্য4 সাধৰণ আকাৰৰ সৈতে বিশিষ্ট প্ৰতিস্থাপন (Substituting the specific with the generalised form)

আপোনাৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীত তলত দিয়াবোৰ কওঁক -

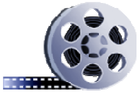
- তলত কিছুমান ৰাশি আৰু সমীকৰণ দিয়া আছে। সেইবোৰ সাধাৰণ আকাৰত লিখা পাটীগণিতৰ উদাহৰণ আৰু বীজগাণিতিক ৰাশি আৰু সমীকৰণবোৰহে এই সাধাৰণ আকাৰ ল'ব পাৰে। ইয়াৰে কিছুমান সমীকৰণ, ৰাশি নহয়।

-আপুনি এই পাৰ্থক্যটো জানে বুলি নিশ্চিত হৈ লওঁক।

1. $2\,(3 - 8)$
2. $12 + (13 + 81) = (12 + 13) + 81$
3. $2 + 2 = 2 \times 2$
4. $1/(\frac{1}{4}) = 4$
5. $(-7) = 7$
6. $42 + 0 = 42$
7. $23 \times 1 = 23$
8. 120 ৰ 5 শতাংশ
9. $(12 + 51)/(12 \times 51)$
10. $2 + 3 = 3 + 2$
11. $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6}$

- ওপৰত দিয়াবোৰৰ সাধাৰণ বীজগাণিতিক ৰাশি বা সমীকৰণ লিখা। কিছুমান প্ৰশ্নৰ এটাতকৈ বেছি সমাধান আছে। অনুসন্ধান কৰি চোৱা।
- এইবোৰ সদায় সত্য হ'বনে? যি কোনো সংখ্যাৰ বাবে সিহঁত বৈধ হ'ব বুলি তোমালোকে ক'ব পাৰানে?

ভিডিঅ' ঃ পৰ্যবেক্ষণ আৰু প্ৰতিপুষ্টি প্ৰদান।



আপুনি ইচ্ছা কৰিলে 'পৰ্যবেক্ষণ আৰু প্ৰতিপুষ্টি প্ৰদান" শীৰ্ষক মূল্য সমলটো এবাৰ চাব পাৰে।

বিষয় অধ্যয়ন 3 ঃ কাৰ্য 4 ব্যৱহাৰ কৰি শ্ৰীমতী অনামিকা দেৱীয়ে কি শিকালে তাৰ প্ৰতিফলন (3: Mrs Anamika Devi reflects on using Activity 4)

প্ৰথম ৰাশি 2(3-8)টো বিয়োগৰ বিতৰণ বিধি বুলি মোহন নামৰ ছাত্ৰ জনে দেখিয়েই গম পালে। তেওঁৰ মতে এই বিধিটো সংখ্যাৰ যি কোনো মানৰ বাবে প্ৰযোজ্য। সি এই বিধিটোৰ সাধাৰণ আকাৰ- $a\,(b-c)\; a \times b - a \times c$ বুলি ক'লে।

$2+2=2\times2$ উদাহৰণটোৰে এটা আমোদজনক আলোচনাৰ মাজলৈ লৈ গ'ল। যেতিয়া ৰীমা নামৰ ছাত্ৰী জনীয়ে $2+2=2\times2=2^2$ বুলি লিখিলে, তেতিয়া সূচক আৰু ঘাতকৰ বিষয়ে থকা বহুতো ভুল ধাৰণা সমুখলৈ আহিল। 6 নং আৰু 7 নং প্ৰশ্ন দুটাৰ পৰা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে অভেদ (identities) ৰ বিষয়ে জানিলে আৰু তেওঁলোকৰ কিছুমানে গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়্লাকেইটাত অভেদবোৰ যে একে নাথাকে তাক জানি আচৰিত হৈছিল। তেওঁলোকে পাটী গণিতৰ উদাহৰণবোৰ কৰোতে সঁচাকৈয়ে সেইবোৰ জানিছিল কিন্তু যেতিয়া এটা সাধাৰণ আকাৰত ব্যৱহাৰ কৰিলে, তেতিয়া বোধ হয় পাহৰি যোৱা যেন লাগিল।

যদিও এই কাৰ্যটো চেষ্টা কৰি মই সুখী হৈছিলো, তথাপি এই কাৰ্যটোৱে মোক ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ ভুল ধাৰণাবোৰৰ বিষয়ে ইমানবোৰ যে অন্তদৃষ্টি প্ৰদান কৰিব মই আশাই কৰা নাছিলো। এই কাৰ্যটোৱে এইবোৰ কিয় হ'বলৈ দিলে মই এতিয়াও ভাবি আছো। এইটো আলোচনা আছিল নে বা 'সাধাৰণ' উদাহৰণ আছিল? পাঠ্যপুথিৰ অনুশীলনীবোৰ কৰাৰ পিছতো ভুল ধাৰণাবোৰ ইমান বেছিকৈ কিয় হ'বলৈ ধৰিছে? মই মোৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক শ্ৰেণীত কেনেকৈ মূল্যায়ন কৰিম তাৰ উপায় সমূহৰ বিষয়ে ভাবি আছিলো। মই এটা কথা মনত ৰাখিবই লাগিব যে যিবোৰ কাৰ্যই ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক তেওঁলোকে জনা কথাবোৰ ব্যতিক্ৰমী (unusual) কিন্তু অপ্ৰয়োজনীয় ভাবে কঠিন নোহোৱা এটা প্ৰসঙ্গত প্ৰয়োগ কৰিবলৈ সুবিধা দিয়ে, তেতিয়া তেওঁলোকে কি স্পষ্টকৈ জানে, তাক মূল্যায়ন কৰাত সহজ হয়।

চিন্তন (Pause for thought)

- ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ পৰা কি ধৰণৰ উত্তৰ আশা কৰা নাছিল আৰু কিয় নাছিল?
- আপোনাৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে বুজি পাইছেনে নাই তাক জানিবলৈ আপুনি কি ধৰণৰ প্ৰশ্ন ব্যৱহাৰ কৰিছিল?
- শ্ৰীমতী অনামিকা দেৱীয়ে শ্ৰেণীত কৰাৰ দৰে এই কাৰ্যটোৱে ভুল ধাৰণা নিৰ্গত হ'বলৈ অনুমতি দিয়াৰ কাৰণ আপুনি কি বুলি ভাবে?

4 সাৰাংশ (Summary)

এই গোটটোত বীজগাণিতিক ৰাশিবোৰ কেনেকৈ লিখিব আৰু সেই ৰাশিবোৰৰ সৈতে কেনেকৈ কাম কৰিব, সেই বিষয়ে আপোনাক ভাবিবলৈ কৈছে। ইয়াত দিয়া কাৰ্যবোৰে আমাক যিবোৰ ধাৰণাৰ সৈতে পৰিচয় কৰাই দিছে সেইবোৰক বাস্তৱ পৃথিৱীৰ জটিল পৰিস্থিতি কিছুমানৰ মডেল প্ৰস্তুত কৰাত প্ৰচুৰ পৰিমাণে ব্যৱহাৰ কৰা হৈছে আৰু সিদ্ধান্ত ল'বলৈ অনুমতি প্ৰদান কৰিছে। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক নিজে নিজে তেওঁলোকে বাচি লোৱা পৰিস্থিতি এটা বৰ্ণনা কৰি বা সাজি তাক গাণিতিক ৰাশিত প্ৰকাশ কৰিবলৈ কৈ এই ৰাশিবোৰৰ আমনিলগা অনুশীলনৰ পৰা তেওঁলোকক আঁতৰাই নিয়াত সহায় কৰিছে আৰু একে সময়তে এইবোৰ কিমান গুৰুত্বপূৰ্ণ তাক জনাত সহায় কৰিছে। ৰাশি সমূহৰ গাণিতিক ভাষা ব্যৱহাৰ কৰি ইজনে সিজনৰ লগতে কিছুমান ধাৰণাৰ মত বিনিময় কৰাটো খুবেই সহজ, কিন্তু আমাৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে সেইবোৰ কেতিয়াবাহে কৰে।

শেষৰ কাৰ্যটোত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক বীজগাণিতিক ৰাশিবোৰৰ বিষয়ে থকা ধাৰণাবিলাক লাহে লাহে হাতত সময়লৈ আলোচনা কৰিবলৈ কৈছে যাতে ভুল ধাৰণাবোৰ ওলাই আহে আৰু সেইবোৰ কেনেদৰে আঁতৰাব লাগে বুজি পায়। লক্ষ্য হৈছে- সাধাৰণীকৰণত অৰ্থাৎ, ৰাশিত সমতুল্যতা যে সদায়ে সত্য এই বিষয়ে নিশ্চিত হ'ব লাগে আৰু ই তেওঁলোকক বীজগণিতত আন আন ধাৰণা সমূহৰ সৈতে স্বাভাৱিকতে সংযোগ কৰাত সহায় কৰে।

চিন্তন (Pause for thought)

এই গোটটোত আপুনি ব্যৱহাৰ কৰা তিনিটা ধাৰণা বাচি উলিওৱাক যাতে আন পাঠ শিকাওঁতে আপোনাক সহায় কৰিব পাৰে।
এই ধাৰণাকেইটাৰ সামান্য সাল-সলনি কৰি অতি সোনকালে আপুনি শিকাবলগীয়া দুটা পাঠত ব্যৱহাৰ কৰিব পৰাকৈ এটা টোকা প্ৰস্তুত কৰক।

সমলসমূহ

সমল 1 NCF/NCFTE শিশক্ষণ আৱশ্য কতা

এই গোটটোৰ শিকনে NCF (2005) আৰু NCFTE (2009) ৰ শিক্ষন আৱশ্যকতাৰ লগত তলত দিয়া ধৰণে সমন্ধ স্থাপন কৰিছে।

- ছাত্ৰ-ছাত্ৰী সকলক তেওঁলোকে নিজে শিকাৰ কাৰণে সত্ৰীয় অংশীদাৰ হিচাবে গন্য কৰিব কেৱল জ্ঞান আহৰণকাৰী হিচাবে নহয়।
- প্ৰতিফলক শিক্ষনৰ ত্ৰহ্ম বিৱৰ্তত পদ্ধতি হিচাবে ব্যক্তিহ্লাত - অভিজ্ঞতা আৰু জ্ঞান আহৰণৰ অৰ্থ বিচৰা হিচাবে শিকনক নিৰীক্ষণ কৰক।
- গণিতক ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে কথা পাতিৰ পৰা, তেওঁলোকৰ মাজত আলোচনা কৰা একেলগে কাম কৰিব পৰা বিষয় হিচাবে ল'বলৈ দিব লাগে।
- স্কুলৰ জ্ঞানৰ সৈতে সামাজিক জ্ঞান আৰু স্কুলৰ বাহিৰৰ জীৱনৰ সৈতে সংযোগ স্থাপন কৰক।

Additional resources

- A newly developed maths portal by the Karnataka government:http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics
- Class X maths study material: http://www.zietmysore.org/stud_mats/X/maths.pdf
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: https://www.ncetm.org.uk/
- National STEM Centre: http://www.nationalstemcentre.org.uk/
- OpenLearn: http://www.open.edu/openlearn/
- BBC Bitesize: http://www.bbc.co.uk/bitesize/
- Khan Academy's math section: https://www.khanacademy.org/math
- NRICH: http://nrich.maths.org/frontpage
- Mathcelebration: http://www.mathcelebration.com/
- Art of Problem Solving's resources page: http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php
- Teachnology: http://www.teach-nology.com/worksheets/math/
- Maths is Fun: http://www.mathsisfun.com/
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm
- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 3 ('Numbers (II)'): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremjifoundation.org/Foundation_Publications
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including the *Teachers Manual for Formative Assessment – Mathematics (Class IX)*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': http://cbse.nic.in/welcome.htm

References/bibliography

Bell, A. (1986) 'Diagnostic teaching: 2 – Developing conflict-discussion lessons', *Mathematics Teaching*, vol. 116, pp.26–9.

Bell, A. (1987) 'Diagnostic teaching: 3 – Provoking discussion', *Mathematics Teaching*, vol. 118, pp. 21–3.

Skemp, R. (1976) 'Relational understanding and instrumental understanding', *Mathematics Teaching*, vol. 77, pp. 20–26.

Egan, K. (1986) *Teaching as Story Telling: An Alternative Approach to Teaching and Curriculum in the Elementary School*. Chicago, IL: University of Chicago Press.

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*. New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education (NCFTE)*. New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2012a) *Mathematics Textbook for Class IX*. New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2012b) *Mathematics Textbook for Class X*. New Delhi: NCERT.

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

Acknowledgements

Except for third party materials and otherwise stated below, this content is made available under a Creative Commons Attribution-ShareAlike licence (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/). The material acknowledged below is Proprietary and used under licence for this project, and not subject to the Creative Commons Licence. This means that this material may only be used unadapted within the TESS-India project and not in any subsequent OER versions. This includes the use of the TESS-India, OU and UKAID logos.

Grateful acknowledgement is made to the following sources for permission to reproduce the material in this unit:

Figure 1: left, image from http://officespaceinjasola.blogspot.co.uk/2011/02/; right, image from http://prayfordelhi.blogspot.co.uk/

Every effort has been made to contact copyright owners. If any have been inadvertently overlooked the publishers will be pleased to make the necessary arrangements at the first opportunity.

Video (including video stills): thanks are extended to the teacher educators, headteachers, teachers and students across India who worked with The Open University in the productions.