মাধ্যমিক গণিত

গণিতে সৃজনশীল চিন্তার বিকাশ: ত্রিকোণমিতি

Developing creative thinking in mathematics: trigonometry

ভারতে বিদ্যালয় ভিত্তিক সহায়তার ভিত্তিতে শিক্ষকের জন্য শিক্ষা

www.TESS-India.edu.in

http://creativecommons.org/licenses/

TESS-ইন্ডিয়া (টিচার এডুকেশন থ্রু স্কুল বেসড সাপোর্ট) এর লক্ষ্য হল শিক্ষার্থী-কেন্দ্রিক, অংশগ্রহণমূলক প্রচেষ্টার উন্নতিতে শিক্ষকদের সহায়তা করতে ওপেন এডুকেশনাল রিসোর্সেস (OERs) এর সম্পদগুলির মাধ্যমে ভারতের প্রাথমিক এবং মাধ্যমিক শিক্ষকদের শ্রেণিকক্ষের পঠনসূচি উন্নত করা। TESS-ইন্ডিয়া OERs শিক্ষকদের বিদ্যালয়ের পাঠ্যবইয়ের সহায়ক বই সরবরাহ করে। এগুলি শিক্ষকদেরকে তাঁদের শিক্ষার্থীদের সঙ্গে শ্রেণিকক্ষে পরখ করে দেখার জন্য অ্যাক্টিভিটি প্রদান করে, আর একই সাথে কিছু কেস স্টাডি প্রদান করে যেগুলি দেখায় যে অন্য শিক্ষকরা কীভাবে বিষয়টি পড়িয়েছেন এবং সম্পদগুলির মধ্যে যোগসূত্র স্থাপন করেছে যাতে শিক্ষকদেরকে তাঁদের পাঠের পরিকল্পনা ও বিষয়জ্ঞানকে উন্নত করতে সাহায্য করা যায়।

ভারতীয় পাঠ্যক্রম এবং প্রসঙ্গগুলির জন্য TESS-ইন্ডিয়া OERs সহযোগীতামূলক ভাবে ভারতীয় এবং আর্ন্তজাতিক লেখকদের দ্বারা লেখা হয়েছে এবং এটি অনলাইনে এবং ছাপার ব্যবহারের জন্য উপলব্ধ আছে (http://www.tess-india.edu.in/) । OERs অনেক সংস্করণে পাওয়া যায়, এগুলি ভারতের প্রত্যেক অংশগ্রহণকারী রাজ্যের জন্য উপযুক্ত এবং স্থানীয় প্রয়োজনীয়তা এবং প্রসঙ্গ পূরণ করতে OERsকে ব্যবহারকারীদের গ্রহণ এবং স্থানীয় ভাষায় অনুবাদ করতে আমন্ত্রণ করা হয়।

TESS-ইন্ডিয়া দি ওপেন ইউনির্ভাসিটি UK দ্বারা পরিচালিত এবং UK সরকার আর্থিক বিনিয়োগ করেছে।

ভিডিও সম্পদসমূহ

এই ইউনিটে কিছু কার্যক্রমের সঙ্গে নিম্নলিখিত আইকনগুলি আছে: । এর অর্থ হল যে নির্দিষ্ট শিক্ষাদান সক্রান্ত থিমের জন্য TESS-ইন্ডিয়া ভিডিও সম্পদসমূহ দেখা আপনার পক্ষে সহায়ক হবে।

TESS-ইন্ডিয়া ভিডিও সম্পদসমূহ ভারতের ক্লাসঘরের বিবিধ প্রকারের পরিপ্রেক্ষিতে মূল শিক্ষাদানসংক্রান্ত কৌশলগুলি চিত্রিত করে। আমরা আশা করি সেগুলি আপনাকে অনুরূপ চর্চা নিয়ে পরীক্ষা করতে সাহায্য করবে। সেগুলির উদ্দেশ্য হল পাঠ্যভিত্তিক ইউনিটের মাধ্যমে আপনার কাজের অভিজ্ঞতা বাড়ানো ও পরিপূর্ণ করা, কিন্তু আপনি যদি সেগুলি পেতে অসমর্থ হন, সেই ক্ষেত্রে এগুলি অপরিহার্য নয়।

TESS-ইন্ডিয়া ভিডিও সম্পদগুলি অনলাইনে দেখা যায় বা TESS-ইন্ডিয়া ওয়েবসাইট, (http://www.tess-india.edu.in/) থেকে ডাউনলোড করা যায়। অন্যথায় আপনি একটি সিডি বা মেমরি কার্ডে ভিডিওগুলি পেতে পারেন।

সংস্করণ 1.0 SM12v1
West Bengal

তৃতীয় ক্ষের উ াদানগুলি বা অন্যর্থায় বর্ণিত না হলে এই সামগ্রীর্ণ একর্ণ ক্রিয়েটিভ কমনস অ্যাট্রিবিউশন-শেয়ারঅ্যালাইক লাইসেন্সের অধীনে উ লব্ধ: http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/

TESS-India is led by The Open University UK and funded by UK aid from the UK government

এই ইউনিটের বিষয়বস্তু

ভারতের জাতীয় পাঠ্যক্রম রূপরেখা (2005) অনুযায়ী গণিতের বিষয়শাখা ত্রিকোণমিতি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে। এটি আকার এবং স্থানের ধারনাকে অনুপাত, অনুমিতি এবং গাণিতিক প্রমাণের মত গণিতের অন্যান্য ধারণার সঙ্গে যুক্ত করে। এটি গণিতের শ্রেণিকক্ষের জগতের সাথে বাস্তব জগতে যা দেখা যায় তার যোগসূত্র স্থাপন করারও সুযোগ করে দেয়।

দুর্ভাগ্যক্রমে, বহু শিক্ষার্থী ত্রিকোণমিতি সমৃদ্ধতা, সংযোগ বা সৃজনশীলতার অভিজ্ঞতা থেকে বঞ্চিত হয়। পরিবর্তে তারা প্রায়শই এটিকে আর একটি মুখস্থের অনুশীলন হিসাবে দেখে যেখানে 'মুখস্থ' করার মাধ্যমে বিধি ও সূত্রগুলি শেখে এবং সেই সঙ্গে সমস্যার সমাধান করতে পারে।

এই ইউনিটটির উদ্দেশ্য হল শিক্ষার্থীদের চিন্তাশক্তি ব্যবহার করে একটি আনন্দদায়ক এবং সৃজনশীল পদ্ধতিতে ত্রিকোণমিতিতে কাজ করার মাধ্যমে এই ধারণাগুলি পরিবর্তন করতে আপনাকে সাহায্য করা। ইউনিটটি দেখায় যে কাজগুলিতে ছোট পরিবর্তন করলে শিক্ষার্থীরা আরও কার্যকর ভাবে শিখতে পারবে। শিক্ষার্থীদের বেশি করে নিজেদের পছন্দ করা এবং সিদ্ধান্ত গ্রহণের সুযোগ দিলে তারা ত্রিকোণমিতি উপভোগ করতে পারে এবং তাদের গাণিতিক শিক্ষা দৃঢ় হয়।

চিন্তার জন্য সাময়িক বিরতি

- আপনার শ্রেণিকক্ষের কথা চিন্তা করুন। আপনার শিক্ষার্থীরা ত্রিকোণমিতি শেখা সম্পর্কে কী ভাবে? তারা এটি কী রকম উপভোগ করে? আপনি এটিকে কেন এমন বলে মনে করেন?
- আপনি যখন স্কুলে ত্রিকোণমিতি শিখছিলেন সে সময়ের কথা চিন্তা করুন। আপনাকে যে ভাবে বিষয়টি পড়ানো হয়েছিল আপনি সেটার কী পরিবর্তন (যদি কিছু করার থাকে) করতে চাইবেন?

এই ইউনিটে আপনি কী শিখতে পারেন

- ত্রিকোণমিতির চর্চাকে সাহায্য করে এমন গাণিতিক পরিভাষা প্রচারে কী ভাবে সহায়তা করবেন।
- ত্রিকোণমিতির ধারণা এবং প্রয়োগগুলি সৃজনশীল এবং খেলাচ্ছলে কী ভাবে শেখাবেন।
- আপনার শিক্ষার্থীদের স্মৃতিনির্ভর নয় এমন সমস্যা সমাধানের পদ্ধতিগুলির বিকাশে সাহায্য করার জন্য কিছু ধারণা।

এই ইউনিটটি সম্পদ 1-এ আলোচিত NCF (2005) এবং NCFTE (2009)-এর শিক্ষাদানের প্রয়োজনীয়তাগুলিতে যোগসূত্র স্থাপন করে।

1 গণিত শিক্ষায় সৃজনশীলতা

সাম্প্রতিক কয়েক বছরে শিক্ষাগ্রহণে সৃজনশীলতা একটি জনপ্রিয় ধারণা হয়ে উঠেছে। সৃজনশীলতা হল আংশিক ভাবে শিক্ষার্থীদের শিক্ষাগ্রহণকে আরও উপভোগ করতে দেওয়া এবং স্বাধীনভাবে চিন্তা করতে দেওয়া। শিক্ষার্থীদের ভবিষ্যতের জীবিকার জন্য প্রস্তুত করাও গুরুত্বপূর্ণ। ভবিষ্যতে কাজগুলি যান্ত্রিক ভাবে করার উপর আগের চেয়ে আরও কম নির্ভরশীল হবে (কারণ এগুলি কম্পিউটার করে দিতে পারে)। সমস্যা সমাধান, গতানুগতিকতার বাইরে গিয়ে চিন্তা করা এবং সৃজনশীল সমাধানের উপর বেশি গুরুত্ব প্রদান করা হবে।

কী ভাবে স্কুলের গণিত এবং পাঠ্যপুস্তকের অনুশীলনগুলিকে সৃজনশীল শিক্ষাগ্রহণের পদ্ধতিতে পরিণত করা যায় সেটা দেখা সবসময়ে সহজ নয়। এই ইউনিটটির উদ্দেশ্য হল এর জন্য কিছু ধারণা প্রদান করা। এটি ‘কী হত যদি?’ পরিস্থিতিগুলি ব্যবহার করে ‘সম্ভাবনার চিন্তা’ (অ্যারিস্টেডউ, 2011)-এই দৃষ্টিভঙ্গির উপর গঠিত।

শ্রেণিতে সম্ভাবনার চিন্তার সঙ্গে যুক্ত শিক্ষাদান এবং শিক্ষাগ্রহণের বেশ কয়েকটি বৈশিষ্ট্য গবেষণার দ্বারা শনাক্ত হয়েছে (গ্রেইনজার এবং সঙ্গীরা, 2007; ক্রাস্ট এবং সঙ্গীরা, 2012)। যেগুলি হল প্রশ্ন করা, ধারণাগুলি নিয়ে পরীক্ষা নিরীক্ষা, ঝুঁকি নেওয়া, সহযোগিতার সাথে বিভিন্ন কাজ করা।

এই ইউনিটটির কাজগুলি এই বৈশিষ্ট্যগুলির উপর কাজ করে।

চিন্তার জন্য সাময়িক বিরতি

এমন কোনও সময়ের কথা চিন্তা করুন যখন আপনি আপনার চিন্তা ভাবনায় নিজেকে সৃজনশীল অনুভব করেছিলেন। এটিকে শুধুমাত্র অঙ্ক করার সময়েই হতে হবে এমন নয় - উদাহরণস্বরূপ এটা আপনি রান্না করার সময়, কোনও হাতের কাজ করার সময়, বাড়িতে কোনও দুরূহ সমস্যার সমাধান করার সময় বা কোনও কিছু নিয়ে চিন্তা করার সময় হতে পারে। কী ঘটেছিল? সেটার সঙ্গে কোনও প্রশ্ন করা, পরীক্ষা করা, বিকল্প নিয়ে পরীক্ষা, ঝুঁকি গ্রহণ বা সহযোগিতা যুক্ত ছিল কি?

2 পছন্দের ভূমিকা

ক্রীড়াপরায়ণতাকে সৃজনশীলতার বিকাশের জন্য একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয় হিসাবে বিবেচনা করা হয় কারণ খেলার ক্ষেত্রে আপনি স্বতঃস্ফূর্ত ভাবে অনেক সম্ভাব্য সমাধান পরীক্ষা করে দেখেন। এটি বহুমুখী চিন্তা হিসাবে পরিচিত। 'ক্রীড়াপরায়ণতা' শব্দটি প্রায়শই অল্পবয়সী বাচ্চাদের সাথে সম্পর্কিত তবে এটি শুধু তাদের মধ্যেই সীমাবদ্ধ রাখা উচিৎ নয়। খেলা হল অনুসন্ধান বা পরীক্ষা করা যা, যে কোনও বয়সের যে কেউ করতে পারে। কেবলমাত্র শিশুদের খেলতে দেখাও তাদের সৃজনশীলতাকে মনে করিয়ে দিতে পারে।

শিক্ষার্থীরা যখন অনুসন্ধান এবং পরীক্ষা করে তখন তাদের পছন্দ করার সুযোগ থাকা গুরুত্বপূর্ণ। সেগুলির কয়েকটি হল ভিন্ন ভিন্ন উপায়ে একটি সমস্যা সমাধানে অগ্রসর হতে পারা, ভুল করতে পারা অথবা অনুমান করা এবং সেগুলি বৈধ কিনা পরীক্ষা করে দেখা। অ্যাক্টিভিটি 1-এ আপনি শিক্ষার্থীদের কেবলমাত্র 'তুমি এটা কত ভাবে...?' প্রশ্নটি জিজ্ঞাসা করে সেই পছন্দটি দেন।

অ্যাক্টিভিটিটির উদ্দেশ্য হল শিক্ষার্থীদের বহুভুজগুলিকে (polygons) যে সমকোণী ত্রিভুজে (right-angled triangle) বিভাজিত করা যায় সে সম্পর্কে শিক্ষার্থীদের জানানো এবং আত্মবিশ্বাসী করা। ত্রিকোণমিতির সমস্যা সমাধানে সমকোণী ত্রিভুজ খোঁজার সময় এই বোধ কাজে লাগবে। ত্রিকোণমিতির সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা করার জন্য সমকোণী ত্রিভুজ খুজে নেওয়া দরকার। এই জন্য একটি বহুভুজে সমকোণী ত্রিভুজগুলি নিয়ে খেলা, যা পরবর্তীকালে সমস্যা সমাধানে কাজে লাগবে।

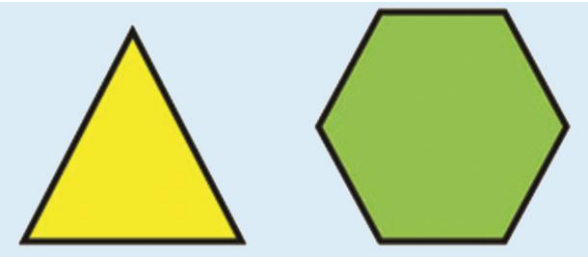
কাজটি ভালো হবে যদি শিক্ষার্থীরা প্রথমে নিজেরাই সম্ভাবনাগুলি অনুসন্ধান করে। তারপরে আরও ধারণা পাওয়ার জন্য এবং চিন্তা-ভাবনাগুলি পরিশীলিত করার জন্য তাদের সহপাঠীদের সঙ্গে আলোচনা করে।

এই ইউনিটে শিক্ষার্থীদের সাথে অ্যাক্টিভিটি শুরু করার আগে নিজেই সমস্ত অ্যাক্টিভিটি (বা কমপক্ষে আংশিক) শেষ করে নেওয়া ভাল। যদি এগুলি কোনও সহকর্মীর সাথে চেষ্টা করে দেখেন তবে তা আরও ভাল হবে, কারণ এটি অভিজ্ঞতার প্রতিফলনের ক্ষেত্রে সহায়ক হবে। অ্যাক্টিভিটিগুলি নিজেই চেষ্টা করার অর্থ হল, আপনি শিক্ষার্থীদের অভিজ্ঞতা সম্বন্ধে অন্তর্দৃষ্টি পাচ্ছেন, যা আপনার অভিজ্ঞতাকে প্রভাবিত করতে পারে। আপনি প্রস্তুতির পর শিক্ষার্থীদের সাথে অ্যাক্টিভিটিগুলি অনুশীলন করে দেখুন। যে অ্যাক্টিভিটিটি করা হল সেটি কোন পদ্ধতিতে করা হয়েছে এবং যা শেখা হল সব শেষে সেটি সম্পর্কে চিন্তা করুন। এটি আপনাকে শিক্ষাদানের পরিবেশকে আরও শিক্ষার্থী কেন্দ্রিক করে তুলতে সহায়তা করবে।

অ্যাক্টিভিটি 1: শিক্ষার্থীরা বহুভুজে ত্রিভুজগুলি পরীক্ষা করে

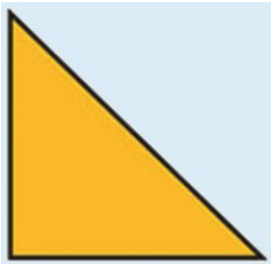
আপনার শিক্ষার্থীদের নিচের প্রশ্নগুলি করুন:

- তুমি চিত্র 1-এ থাকা আকারগুলির প্রতিটিকে কত রকম ভাবে সমকোণী ত্রিভুজে বিভাজিত করতে পারো?



চিত্র 1 একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং একটি ষড়ভুজ

- একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকো (চিত্র 2)। এই ত্রিভুজটিকে গঠনের একক রূপে ব্যবহার করে তুমি কী ধরণের বহুভুজ তৈরি করতে পারো?



চিত্র 2 একটি সমকোণী ত্রিভুজ

চিত্র 3 একটি উদাহরণ প্রদর্শন করে।

চিত্র 3 আটটি সমকোণী ত্রিভুজ নিয়ে গঠিত একটি বর্গক্ষেত্র

- তুমি কি মনে করো যে সমস্ত বহুভুজগুলি সমকোণী ত্রিভুজ দ্বারা গঠন করা যায়? তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।
- কেন তোমাকে সমকোণী ত্রিভুজগুলি ব্যবহার করে কোনও বহুভুজ তৈরি করতে পারা যায় কিনা, পরীক্ষা করতে বলা হলো?

ভিডিও: সকলকে অন্তর্ভুক্ত করা

আপনি 'সকলকে অন্তর্ভুক্ত করা' বিষয়ক মূল সম্পদটি একবার দেখতে পারেন।

কেস স্টাডি 1: অ্যাক্টিভিটি 1 এর ব্যবহার সম্বন্ধে শ্রীমতী দত্তর অভিজ্ঞতা –

এটি এমন এক শিক্ষকের অভিজ্ঞতা যিনি অ্যাক্টিভিটি 1 টি মাধ্যমিক স্তরের শিক্ষার্থীদের সাথে করেছিলেন।

এই অ্যাক্টিভিটিটি করার সময় শিক্ষার্থীদের উৎসাহ আমাকে প্রকৃতই নাড়া দিয়েছিল । আমি এটা প্রত্যাশা করিনি। আমরা প্রথম প্রশ্নটি একসাথে পড়েছিলাম এরপর শিক্ষার্থীদের একা একাই কিছুক্ষণ কাজ করতে বলেছিলাম। কারণ আমি চেয়েছিলাম তারা প্রথমে নিজেরা খানিকক্ষণ ভাবার সুযোগ পাক। বলেছিলাম তারা যখন প্রস্তুত বলে মনে করবে তখন তাদের সহপাঠীদের সাথে ধারণাগুলি নিয়ে আলোচনা করতে পারবে।

প্রত্যেকে প্রদত্ত চিত্রটিকে সমকোণী ত্রিভুজে বিভাজিত করতে খুবই ব্যস্ত হয়ে পড়েছিল। কিছু শিক্ষার্থী চিত্রটিকে সমকোণী ত্রিভুজ নয় এমন ত্রিভুজে বিভাজিত করা শুরু করেছিল; আমি সঙ্গে সঙ্গে হস্তক্ষেপ না করার সিদ্ধান্ত নিলাম যেমনটা আমি সাধারণত করি না। শিক্ষার্থীদের ভুলগুলো করতে দিলাম! আমি খেয়াল করেছিলাম যে শিক্ষার্থীদের বেশিরভাগই নিজেরাই ভুল সংশোধন করে নিয়েছিল। তারা অন্যান্যদের কাজ এক পলক দেখেছিল, প্রশ্নটি আবার পড়েছিল এবং তাদের ভুলগুলি সেটা পরিবর্তন করেছিল। তারা উৎসাহ হারায়নি এবং নতুন উদ্যমে কাজ চালিয়ে গিয়েছিল।

ধারণাগুলি আলোচনা শুরু করার সময় আমি সকলকে থামিয়েছিলাম এবং জিজ্ঞাসা করেছিলাম 'সমকোণী ত্রিভুজগুলি নিয়ে কাজ করার ক্ষেত্রে তুমি কোনটি গুরুত্বপূর্ণ বলে মনে কর?' যে শিক্ষার্থীরা 'ভুল' করেছে আমি তাদের বেশ কয়েকজনকে তাদের অভিজ্ঞতা এবং ভাবনা বলতে বলেছিলাম। এই ভাবে শ্রেণির প্রত্যেকে শিখেছিল যে ভুল করা প্রকৃতপক্ষে খুব ভাল করে শেখার সুযোগ করে দিতে পারে।

সমকোণী ত্রিভুজ দিয়ে বদ্ধ বহুভুজ গঠন করা তাদের বেশি আকর্ষণীয় মনে হয়েছিল কারণ এক্ষেত্রে তাদের নিজস্ব আকার গঠনের স্বাধীনতা ছিল। আবারও কিছু শিক্ষার্থী বদ্ধ নয় এমন বহুভুজ গঠন করে ফেলেছিল তবে তারা নিজেরাই ভুলটা শুধরে নিয়েছিল। গৌরব সমকোণী ত্রিভুজগুলির কাগজ কেটে কাট-আউট তৈরি করেছিল এবং সেগুলি ব্যবহার করে নানারকম আকার তৈরি করেছিল। এর মধ্যে পরিচিত জ্যামিতিক আকার ছিল ষড়ভুজ। অন্যান্যগুলি বেশিরভাগ এলোমেলো গঠনের ছিল এবং কয়েকজন সমকোণী ত্রিভুজ ও বহুভুজ নিয়ে নকশাও তৈরি করেছিল। শিক্ষার্থীরা একে অন্যের কাজে আগ্রহী হয়ে উঠেছিল এবং অপরের কাজ দেখে অনুপ্রাণিত হয়ে সেই ধরণের পদ্ধতি ব্যবহার করেছিল। অনেকে আঁকার জন্য স্কেল এবং পেন্সিল ব্যবহার করেছিল।

ভিডিও: নিরীক্ষণ ও মতামত দেওয়া

আরও তথ্যের জন্য সম্পদ 2 নিরীক্ষণ ও মতামত দেওয়া' দেখুন।

আপনার শিক্ষাদানের অনুশীলনের প্রতিফলন

যখন আপনি আপনার শ্রেণির সাথে এ জাতীয় কোনও ক্রিয়াকলাপ করার পর কী ভাল হয়েছিল এবং কী ভাল হয়নি তা নিয়ে পরবর্তীকালে চিন্তা-ভাবনা করুন। সেই প্রশ্নগুলি বিবেচনা করুন যেগুলি শিক্ষার্থীদের আগ্রহী করতে এবং বুঝতে সক্ষম করেছিল। যেগুলি আপনাকে ব্যাখ্যা করতে হয়েছে। এ জাতীয় চিন্তা-ভাবনা সর্বদা একটি কথাচিত্র বা সংলাপ খুঁজতে সহায়তা করে, যা শিক্ষার্থীদের কাছে গণিতকে আকর্ষণীয় এবং উপভোগ্য করে তোলে। যদি তারা বুঝতে না পারে ও কিছু করতে না পারে, তবে তারা অংশগ্রহণে করবে না। প্রত্যেক বার অ্যাক্টিভিটিটি সম্পাদন করার সময় এই চিন্তাভাবনার অনুশীলনটি ব্যবহার করুন, শ্রীমতী দত্তর মত সেই ছোটখাটো জিনিসগুলি নোট করুন যেগুলির প্রভাব খুব বেশি ছিল।

চিন্তার জন্য সাময়িক বিরতি

এ জাতীয় চিন্তা-ভাবনা শুরু করতে ভাল প্রশ্নগুলি হল:

- আপনার শ্রেণির জন্য এটি কেমন ছিল?
- শিক্ষার্থীদের কাছ থেকে কোন্ উত্তরগুলি অপ্রত্যাশিত ছিল? কেন?
- আপনার শিক্ষার্থীরা কতটা বুঝেছে জানার জন্য আপনি কী প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করেছিলেন?
- আপনি কি কখনও হস্তক্ষেপ করার প্রয়োজনীয়তা অনুভব করেছিলেন?

3 ‘কী ঘটবে যদি....?’ এমন প্রশ্ন ব্যবহার করা

অ্যাক্টিভিটি 1 শিক্ষার্থীদের সমকোণী ত্রিভুজগুলি দিয়ে কতগুলি আবদ্ধ বহুভুজ তৈরি করতে পারা যায় সেটা অনুসন্ধান করতে, পরীক্ষা করতে এবং শিক্ষার্থীদের উৎসাহ দিতে “কী হবে যদি’ ...?’ প্রশ্নটি ব্যবহার করা হয়। এটি কী হবে, কী ভাবে করা হবে সেই পরামর্শ চাওয়া এবং ভুল করার স্বাধীনতা থাকায় আপনার শিক্ষার্থীরা কাজটির প্রতি আগ্রহী হওয়ায় উৎসাহ পাবে।

স্বচ্ছন্দ ও সাবলীলতার বৈশিষ্ট্য হল পরিস্থিতির পরিবর্তন সম্বন্ধে চিন্তা করার সাথে অনেক সময় এটিকে ‘কী হবে যদি?’ চিন্তা হিসাবে আখ্যা দেওয়া হয়। এটি গণিতে চলগুলি (variables) নিয়ে কাজ করার সময় খুব ভালভাবে কাজ করে: ‘যখন আমি এই চলটিকে পরিবর্তন করি তখন অন্যান্য চলগুলির ক্ষেত্রে কী ঘটবে?’ সম্ভাবনা সম্বন্ধে চিন্তা করার প্রক্রিয়ায় চল এবং ধ্রুবকগুলির ভূমিকা এবং সংযোগ সূত্রগুলিও আবিষ্কৃত হয়।

অ্যাক্টিভিটি 2 শিক্ষার্থীদের ‘যদি আমি পরিবর্তন করি তবে কী ঘটবে...?’ নিজেদের ভেবে বের করা অনুমানগুলি এবং তাদের নিজস্ব উদাহরণ নিয়ে কাজ করার ফলে তারা স্বকীয়তার অনুভূতি পায়। তাদের চিন্তাশক্তির গুরুত্ব আছে ভেবে তারা নিজেদের মূল্যবান মনে করে। অ্যাক্টিভিটিটির শেষে বিবিধ উদাহরণগুলির ভিত্তিতে সংগৃহীত তথ্য দ্বারা সাধারণীকরণ করা সম্ভব হয়।

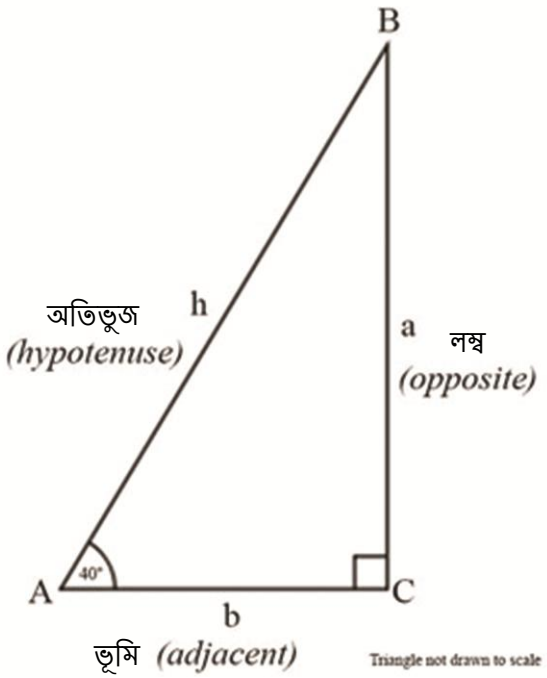
অ্যাক্টিভিটিটি শিক্ষার্থীদের ধারণা পরীক্ষা করার আগে প্রথমে কি ঘটবে সেটাও চিন্তা করতে বলে। এটি তাদের কী চিন্তাভাবনা করা প্রয়োজন (এটিকে ‘মেটা-কগনিশন বলা হয়’) সেটা বিবেচনা করতেও সাহায্য করবে। যখন তাদের ভাবনাচিন্তা সঠিক বলে প্রমাণিত হয় তখন তারা এটা 'সঠিক' ভাবে করতে পেরেছে ভেবে আত্মবিশ্বাস অর্জন করে। যদি তাদের অনুমান ভুল বলে প্রমাণিত হয় তবে সেটাও তাদের অবাক করতে পারে এবং ‘এটার কারণ কি...’ সেই ভাবনাও ভাবতে পারে।

অ্যাক্টিভিটি 2: শিক্ষার্থীরা ‘কী ঘটবে যদি ...?’ জিজ্ঞাসা করা আবিষ্কার করে
এই অ্যাক্টিভিটিটির জন্য কোনও ত্রিভুজের বাহু বা কোণ পরিবর্তন করলে তবে কী ঘটবে তা অনুসন্ধান করতে হবে এবং এই পরিবর্তনটির কারণে অন্যান্য কোণ এবং বাহুগুলিতে কী প্রভাব পড়বে সেটা বিবেচনা করতে হবে।

পর্যায় 1

শিক্ষার্থীদেরকে নিচের বিষয়গুলো বলুন:

- চিত্র 4-এর মতো একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকো ও নামাঙ্কন (Label) করো।



চিত্র 4 একটি সমকোণী ত্রিভুজের উদাহরণ

- সারণি 1-এ প্রতিটি সারি তোমার আঁকা ত্রিভুজের একটি বাহু বা একটি কোণের পরিবর্তন সূচিত করে। তার ফলে ফাঁকা খোপগুলিতে ত্রিভুজের অন্যান্য অংশগুলি বাড়ে বা কমে সেই তথ্য লিখতে হবে।
- সারণির একটি কপি তৈরি করো এবং প্রথমে তুমি যে পরিবর্তনগুলি হবে বলে মনে করো সেটা লেখো। তারপরে পরিবর্তনগুলি এঁকে পরীক্ষা করো। যদি কোনও পরিবর্তন না হয় তবে 'কোনও পরিবর্তন নেই' লেখো।

সারণি 1 *একটি সমকোণী ত্রিভুজে রূপান্তর।*

কোণ A	কোণ B	কোণ C	AB	BC	AC
বৃদ্ধি পায়		স্থির			
হ্রাস পায়		স্থির			
	বৃদ্ধি পায়	স্থির			
	হ্রাস পায়	স্থির			
		স্থির	দ্বিগুণ		
		স্থির		অর্ধেক হয়	

		স্থির			বৃদ্ধি পায়
		স্থির	স্থির		
স্থির		স্থির			

- তুমি কি লক্ষ্য করছো? তুমি এটিকে কেন এমন বলে মনে করো?

পর্যায় 2

- সারণি 2-এর প্রতিটি সারিতে তোমাকে কোণ C-এর আকার , AB বাহু (অতিভুজ (hypotenuse)) এবং AC বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে।
- এই ত্রিভুজগুলি আঁকো এবং অন্যান্য অংশগুলির মান নির্ধারণ করো।
- আবারও সারণির একটি কপি তৈরি করো এবং প্রথমে, ত্রিভুজগুলি এঁকে পরীক্ষা করার আগে, কী ঘটবে বলে মনে হয় সেটা লেখো।

সারণি 2 *একটি সমকোণী ত্রিভুজের কোণগুলি গণনা করা।*

কোণ A	কোণ B	কোণ C	অতিভুজ (hypotenuse) (AB)	a	AC
		90°	2		1
		90°	4		2
		90°	6		3
		90°	8		4

- তুমি কি লক্ষ্য করেছো? তুমি এটিকে কেন এমন বলে মনে করো?

কেস স্টাডি 2: শ্রী সাঁতরা অ্যাক্টিভিটি 2-এর ব্যবহারের অভিজ্ঞতা সম্বন্ধে জানিয়েছেন

আমি অ্যাক্টিভিটির পর্যায় 1 শিক্ষার্থীদের কাছে 'কী ঘটবে যদি ...?' সমস্যা হিসাবে উপস্থাপন করেছি। সমাধানের জন্য তাদের অনুসন্ধিৎসু হওয়া এবং সম্ভাবনাগুলি সম্বন্ধে চিন্তা করার প্রয়োজন। সবার আগে তাদের ইচ্ছামত মাপ নিয়ে একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকতে বলা হয়েছিল। তারপর ব্ল্যাকবোর্ডে সারণি 1-এ যা লিখেছিলাম সেটা তাদের লিখে নিতে বলি।

প্রথমে তারা সারণিটি পূরণ করতে তাদের আঁকা ত্রিভুজটির পরিমাপ ব্যবহার করতে শুরু করেছিল। তখন তাদের মনে করিয়ে দিতে হয়েছিল যে তারা বৃদ্ধি এবং হ্রাস খুঁজছে। । আমি অনেককে চোখ কুঁচকে হাত ঘোরাতে দেখেছিলাম। নীতিনকে জিজ্ঞাসা করেছিলাম যে সে তার হাত ঘুরিয়ে কী করছে, সে উত্তরে বলেছিল, 'আমি কল্পনায় কোণটি বাড়াচ্ছি যাতে অন্য বাহুগুলির ক্ষেত্রে কী ঘটছে সেটা "দেখতে" পাই।' তাকে বলেছিলাম যে ব্যাপারটা চিত্তাকর্ষক এবং চালিয়ে যেতে উৎসাহ দিয়েছিলাম। অন্যান্য কোণগুলির কী হল তা জানতে যখন বাহুগুলি দ্বিগুণ বা অর্ধেক করা হল তখন কিছু শিক্ষার্থীর নিশ্চিত হওয়ার জন্য নতুন ত্রিভুজটির অন্তত পক্ষে একটি খসড়া আঁকার প্রয়োজন হয়েছিল । তাদের খুশি মত 'কল্পনা' করতে, পেনসিল ব্যবহার করতে বা আঁকতে উৎসাহ দিয়েছিলাম যাতে

তারা একটি সমকোণী ত্রিভুজকে এই ভাবে পরিবর্তন করলে কি ঘটে সেটা 'দেখতে' পায়।

যখন সারণিটি পূরণ হয়ে গেলে শিক্ষার্থীরা কী লক্ষ্য করেছে সে সম্পর্কে চিন্তা করেছিল। প্রথমে তাদের নিজেদের সারণি দেখতে এবং 30 সেকেন্ডের জন্য চিন্তা করতে বলেছিলাম। সারণিতে তারা যা দেখতে পেয়েছে বলে মনে করছে সেটা তাদের সঙ্গীকে বলতে বলেছিলাম এবং যা লক্ষ্য করেছে তার যেকোনো একটিতে সহমত হতে বলেছিলাম। তারপরে শিক্ষার্থীদের অন্য একটি জুটিকে তারা কী লক্ষ্য করেছে সেটা বলতে বলেছিলাম। তাদের দলের চারজনকে কোন একটি ধারণা সম্পর্কে সহমত হতে বলেছিলাম। প্রতিটি দল কী লক্ষ্য করেছে সেটা শ্রেণির বাকিদের বলেছিল এবং একটি প্রাণবন্ত আলোচনা শুরু হয়েছিল। আমার মনে হয়েছিল যে এর ফলে কম সময়ের মধ্যে প্রত্যেকের ধারণা নিশ্চিত ভাবে আলোচিত হয়েছিল।

তারপরে আমরা পর্যায় 2-তে চলে গিয়েছিলাম। এই বার আমি তাদের কোনও ছবি না এঁকেই - এমনকি তাদের কল্পনাতেও না এঁকে কী ঘটবে বলে মনে হচ্ছে সেটা দিয়ে সারণিটি পূরণ করতে বলেছিলাম। এটি করতে দুই থেকে তিন মিনিট সময় দেওয়ার পরে আমি তাদের আঁকার জন্য জুটি বেঁধে কাজ করতে বলেছিলাম যাতে তাদের ভাবনা ঠিক না ভুল তা পরীক্ষা করতে পারে। নির্ভুল ভাবে আঁকা সব সময় কঠিন তাই আমি তাদের মনে করিয়ে দিয়েছিলাম যে নিখুঁত আঁকার উপর জোর না দিয়ে বোঝার মত মোটামুটি আঁকতে। যদি তারা কোনও কোণ পরিমাপ করে থাকে ও এটি কয়েক ডিগ্রি বাইরে বেরিয়ে গেছে বলে মনে হয় তাহলে আমি তাদের চিন্তা করতে বলেছিলাম যে তাদের 'তত্ত্ব' অথবা 'অনুশীলন' 'ভুল' হওয়ার সম্ভাবনা আছে। আমার কথাটা তারা দ্রুত বুঝতে পারল এবং তাদের নিজস্ব 'তত্ত্ব'-এর জন্য তারা যুক্তি দিয়েছিল। আমি এটাও শুনেছিলাম যে অনেকে কাজ করার সময় বলছিল 'আমি লক্ষ্য করেছি যে ...' যার ফলে তারা শ্রেণিকক্ষে পরের আলোচনার জন্য প্রস্তুত হতে পেরেছিল।

চিন্তার জন্য সাময়িক বিরতি

এই ইউনিটের অংশ 1 থেকে সম্ভাবনার চিন্তার কয়েকটি বৈশিষ্ট্যের কথা চিন্তা করুন এবং আপনার শিক্ষার্থীরা এগুলি করছে কিনা বিবেচনা করুন:

- নিজেদের এবং একে অন্যকে প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করা
- কল্পনা প্রদর্শন করা এবং 'বাঁধা ধরা ছকের বাইরে' চিন্তা করা
- সমাধান খোঁজার ক্ষেত্রে স্বচ্ছন্দ ও সাবলীল হওয়া
- কিছু ভুল হওয়ার ঝুঁকি নেওয়া
- বন্ধুদের সাথে সহযোগিতামূলক ভাবে কাজ করা।

আপনার শিক্ষার্থীদের মধ্যে কারা বিশেষভাবে এই দক্ষতাগুলি প্রদর্শন করেছে? আপনি কি উদাহরণ দিতে পারবেন?

4 কাজ করার বাইরে চিন্তা করা

চিত্র 5 দিল্লীর লাল কেল্লা

বিদ্যালয়ে গণিত শেখার ফলে শিক্ষার্থীরা কোনও পদ্ধতিশৃঙ্খল (algorithm) বা পদ্ধতিক্রম কেন অনুসরণ করা হচ্ছে, কেন সেটা কাজ করে বা সেটা থেকে কেন প্রশ্নের উত্তর পাওয়া যায়, তা চিন্তা না করে শুধুমাত্র পদ্ধতিগুলি অনুসরণ করে যেতে পারে।

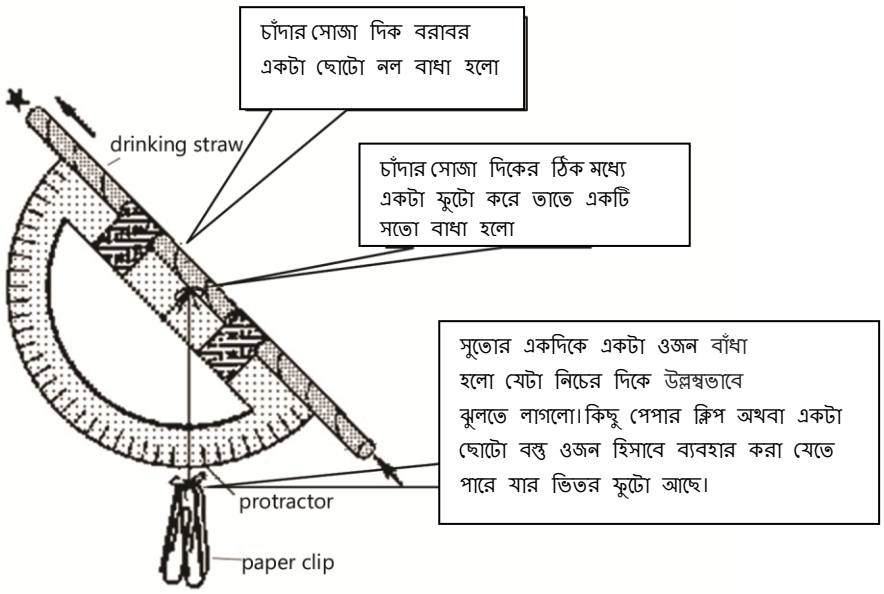
পরের অ্যাক্টিভিটিটিতে একটি গাছের, কোনও উঁচু জিনিসের বা স্থানীয় কোনও সৌধের উচ্চতা মাপা হয় যা দড়ি, রুলার বা অনুরূপ কিছু ব্যবহার করে পরিমাপ করা সম্ভব নয়। আপনি শিক্ষার্থীদের নীতি (অনিতি) পরিমাপ করার যন্ত্র বা ক্লিনোমিটার (clinometer) তৈরি করতে বলুন যা জমি জরিপকারীরা উন্নতি কোণ মাপার জন্য ব্যবহৃত হয়। এটি কী ভাবে ব্যবহার করতে হয় তা দেখানোর জন্য নির্দেশিকা দেওয়ার পরিবর্তে শিক্ষার্থীদের প্রথমে ক্লিনোমিটার কী ভাবে কাজ করে ও কেন এটি একটি উপযুক্ত উপকরণ তা বলা ভাল। এর ফলে ক্লিনোমিটারের ব্যবহারের জন্য গণিতটি কী সেটা নিজেরাই ভেবে বের করতে পারবে। এটি নিয়ে কী ভাবে কাজ করতে হবে, নির্দেশিকায় কী লিখতে হবে ও কী ভাবে সেটার গাণিতিক ব্যাখ্যা প্রদান করতে হবে সে বিষয়ে তাদের সিদ্ধান্ত নিতে হবে।

অ্যাক্টিভিটি 3: শিক্ষার্থীরা একটি ক্লিনোমিটার তৈরি করে

আপনার শিক্ষার্থীদেরকে নিচের বিষয়গুলো বলুন:

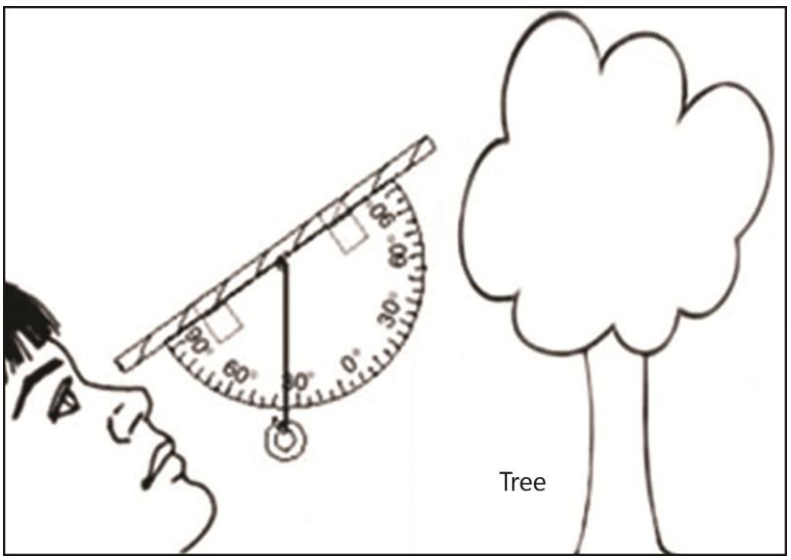
এই অ্যাক্টিভিটিটিতে তোমাকে একটি ক্লিনোমিটার তৈরি করতে বলা হল। এই সরঞ্জাম জরিপকারীদের গাছ, সৌধ বা বাড়ির মতো উঁচু কাঠামোগুলির উচ্চতা পরিমাপ করতে সাহায্য করবে। তোমাকে কল্পনা করতে বলা হল যে তোমাকে কোন সংস্থার জন্য এই ধরণের ক্লিনোমিটার তৈরি করতে হবে এবং এটি কী ভাবে ব্যবহার করতে হয় তার একটি নির্দেশিকা লিখতে হবে। মনে রাখবে যে তোমার গ্রাহকেরা হলেন জরিপকারী যাদের গণিত এবং ত্রিকোণমিতি সম্পর্কে পর্যাপ্ত জ্ঞান রয়েছে, তাই কী ভাবে এবং কেন উচ্চতা মাপার জন্য ক্লিনোমিটার ব্যবহার করা যায় তার গাণিতিক ব্যাখ্যা দিতে পারবে।

একটি ক্লিনোমিটার তৈরি করতে তোমাকে প্রথমে চাঁদাটির সামান্য পরিবর্তন করতে হবে এবং এটি চিত্র 6 এবং 7-এ যেমনটি দেখানো আছে তেমন ভাবে করবে।



চিত্র 6 একটি ক্লিনোমিটার তৈরি করা

ক্লিনোমিটারটি 'উন্নতি কোণ' (angle of elevation) পরিমাপ করে এবং আপনি এটি চিত্র 7-এ যেমনটি দেখানো আছে তেমন ভাবে ব্যবহার করেন।



চিত্র 7 ক্লিনোমিটারে উন্নতি কোণ প্রদর্শন

তোমার নির্দেশিকাটি তৈরি করতে সাহায্যের জন্য এই প্রশ্নগুলির উত্তর দাও:

- এই যন্ত্রটির উপাদানগুলি কী এবং এটি কী ভাবে কাজ করে? সম্পর্কিত গণিতটি কি? যা ঘটে বলে তুমি মনে করো তার একটি চিত্র অঙ্কন করা সহায়ক হবে।
- কী ভাবে ক্লিনোমিটারটি কোনও উঁচু বস্তুর উচ্চতা নির্ণয় করার জন্য ব্যবহার করতে পারো সেটা নির্ধারণ করো। সম্পর্কিত গণিতটি কি? তুমি যা ঘটে বলে মনে করো সেটা আঁকবে যা তোমাকে সাহায্য করতে পারে।
- যদি তুমি কোনও পাহাড়ের উপরে দাঁড়িয়ে থাকো এবং যে জিনিসটি পরিমাপ করেছো তা পাহাড়ের শীর্ষে থাকে তবে কী ঘটবে? তোমার কী পৃথক কোনও পদ্ধতির প্রয়োজন হবে?

- কী ভাবে ক্লিনোমিটার কাজ করে এবং কী ভাবে এটিকে ব্যবহার করতে হয় তা ক্লিনোমিটার ব্যবহারকারীদের বোঝানোর জন্য নিজের নির্দেশিকাটি লেখো। মনে রাখবে যে চিত্রটি আরও স্পষ্ট ধারণা দিতে পারে।

কেস স্টাডি 3: শ্রীমতী ব্যানার্জী অ্যাক্টিভিটি 3 ব্যবহারের অভিজ্ঞতা সম্বন্ধে জানিয়েছেন

শুরুতে এই কাজটি ব্যবহার করা সম্পর্কে আমার দ্বিধা ছিল। সাধারণত কাজগুলি ছোট ছোট অ্যাক্টিভিটিটি বা অনুশীলনীতে ভাগ করা হয়, শিক্ষার্থীদের ধাপে ধাপে কী করতে হবে তার নির্দেশ দেওয়া হয়। এই কাজটি আপাতদৃষ্টিতে অত্যন্ত কাঠামোহীন মনে হচ্ছিল!

আমি শিক্ষার্থীদের আমার সেই উদ্বেগের কথা জানিয়েছিলাম, যে এই কাজটি শ্রেণিতে আমরা সাধারণত যে সমস্যাগুলি সমাধান করি তার তুলনায় কাঠামোহীন। আমার মনে হয়েছিল যে তাদের হয়তো আরও বেশি নির্দেশ এবং আরও ধাপের প্রয়োজন হবে। তারা সম্ভবত সমস্যাটি একটি চ্যালেঞ্জ হিসাবে নিয়েছিল, কিন্তু তারা কাজটি উৎসাহ এবং দৃঢ় সঙ্কল্পের সাথে শুরু করেছিল। তারা জুটি বেঁধে ও তিনজনের দলে কাজ করেছিল। নিজেদের ধারণাগুলি, উদ্ভূত সমস্যা ও পর্যবেক্ষণগুলি নিয়ে আলোচনা করেছিল। যার মাধ্যমে শিক্ষার্থীরা এই কম কাঠামো যুক্ত কাজটা ঠিকঠাক করতে পারছে সেটা সম্বন্ধে আশ্বস্ত থাকার জন্য প্রায় প্রতি 10-15 মিনিট অন্তর একটি সংক্ষিপ্ত মতামত বিনিময়ের ব্যবস্থা রেখেছিলাম।

প্রথমে ব্ল্যাকবোর্ডের শীর্ষ, আলো এবং শ্রেণিকক্ষের উচ্চতা সম্বন্ধে চিন্তা ভাবনা করার জন্য কাজটা শ্রেণিকক্ষেই করছিলাম। শিক্ষার্থীরা যখন ক্লিনোমিটার কীভাবে কাজ করে তার তত্ত্ব তৈরি করে ফেলেছিল তখন আমরা দড়ি আর মাপার ফিতে নিয়ে বাইরে গেছিলাম। তারা স্কুলের উচ্চতা, কয়েকটি গাছের উচ্চতা এবং দোতলার একটি জানালার দূরত্ব মাপার চেষ্টা করেছিল। দলগুলি যে গণনা করেছিল সেগুলির মধ্যে তুলনা করে শিক্ষার্থীরা তাদের পদ্ধতিগুলি, তাদের গণনার নির্ভুলতা এবং তাদের পরিমাপের যথার্থতা নিয়ে আবার চিন্তাভাবনা করেছিল। শিক্ষার্থীরা সত্যিই তাদের নির্দেশিকা তৈরি করার কাজটা উপভোগ করেছিল। ও এটি সম্পূর্ণ করার জন্য স্বেচ্ছায় বাড়িতে নিয়ে যেতে চেয়েছিল।

এই কাজটি সমস্যাকে ধাপে ধাপে ভেঙ্গে নির্দেশ দেওয়া সম্বন্ধেও আমাকে ভাবিয়েছিল। আমার এখন মনে হয় যে আমি ধাপে ধাপে কাজ করানোর মাধ্যমে হয়তো শিক্ষার্থীদের শেখা বা চিন্তা করায় কোনও সুবিধা বা সহায়তা হয়নি: এটি কী করতে হবে এবং কী ভাবে ভাবতে হবে সেটা বলে দেয়। তাই সেখানে সৃজনশীলতার জন্য সামান্য সম্ভাবনা থাকে। আমি নিশ্চিত নই যে আমি এই ধাপে ধাপে করার কাজগুলিকে আরও কাঠামো বিহীন কাজে পরিণত করতে পারব। তবে আমি সম্ভবত কয়েকটি ধাপ অপসারণ করব।, কোনও প্রদত্ত সারণি সরানো ইত্যাদির মাধ্যমে এটার সূচনা করতে পারি যাতে শিক্ষার্থীরা সেটা নিজেদেরই ভেবে বের করতে পারে।

চিন্তার জন্য সাময়িক বিরতি

আপনার শ্রেণির জন্য এটি কেমন ছিল? আপনার শিক্ষার্থীরা কতটা বুঝেছে জানার জন্য আপনি কী প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করেছিলেন? আপনি কি কখনও হস্তক্ষেপ করার প্রয়োজনীয়তা অনুভব করেছিলেন? কোন বিষয়গুলি আপনাকে আরও জোর দিয়ে শেখাতে হবে বলে মনে হয়েছিল? শ্রীমতী ব্যানার্জীর মত আপনিও কাজটি কোনও ভাবে পরিবর্তন করেছিলেন? যদি তাই হয় তবে সেটার জন্য আপনার যুক্তি কী ছিল?

5 সারসংক্ষেপ

এই ইউনিটটি ত্রিকোণমিতির সাথে সম্পর্কিত কয়েকটি ধারণা নিয়ে আলোচনা করে। এটির মূল আলোচ্য বিষয় হল সৃজনশীলতা এবং শিক্ষার্থীদের 'কী ঘটবে যদি ...?' চিন্তা করতে দেওয়া বা চিন্তায় আগ্রহী করা। সম্ভাব্যতার চিন্তা শিক্ষার্থীদের সৃজনশীল হতে, জিনিসগুলি চেষ্টা করে দেখতে এবং নিজেদের সিদ্ধান্ত নিতে শেখায়, ফলে তারা নিজেদের ভুল জানতে পারে।

শিক্ষকেরা কখনও কখনও চিন্তা করেন যে শিক্ষার্থীদের ভুল করতে বাধা দেওয়াই হল তাদের দায়িত্ব। এই ইউনিটটি প্রদর্শন করে যে শিক্ষকের কাজ হল শিক্ষার্থীদের ভুল করতে দেওয়া এবং সেটি থেকে তাদের শিখতে দেওয়া। শিক্ষার্থীদের 'ধারণাগুলি নিয়ে চিন্তাভাবনা করো এই কথার অর্থ হল সৃজনশীল ভাবে করা, অনেকগুলি ধারণা চেষ্টা করে দেখে বলে তারা শেষ পর্যন্ত কী শিখেছে এবং বুঝেছে সেটা প্রকৃতপক্ষে জানতে পারে।

আপনার শিক্ষার্থীদের সৃজনশীল এবং স্বচ্ছন্দ ও সাবলীল হতে বললে এবং সম্ভাবনাগুলি বিচার করতে দিলে সেটা সেই সব ক্ষেত্রেও তাদের তুলনামূলক ভাল ফল করতে সাহায্য করে এটা ঘটে যখন কোনও অপরিচিত প্রসঙ্গে তাদের কিছু জিজ্ঞাসা করা হয়। এই ঘটনা প্রায়শই পরীক্ষার ক্ষেত্রে ঘটে। তারা জানে যে, সে সমস্যাটা কঠিন মনে হচ্ছে সেটা তারা সমাধান করতে পারবে যদি তারা কোনও ধারণা নিয়ে চিন্তা ভাবনা করে ও চেষ্টা করে দেখে - ঠিক যেমনটি তারা আগে করেছে।

চিন্তার জন্য সাময়িক বিরতি

এই ইউনিটে ব্যবহার করা হয়েছে এমন তিনটি ধারণা চিহ্নিত করুন, যেগুলো আপনি অন্যান্য বিষয় শিক্ষাদানের সময় ব্যবহার করতে পারবেন। আপনাকে শীঘ্রই পড়াতে হবে এমন দুটি বিষয়ের একটি নোট নিন, যেখানে সেই ধারণাগুলি কিছু ছোটখাটো জিনিসপত্রসহ ব্যবহার করতে পারা যায়।

সম্পদসমূহ

সম্পদ 1: NCF/NCFTE শিক্ষাদানের আবশ্যকতাগুলি

এই ইউনিটটির শিক্ষাদান নীচে বর্ণিত NCF (2005) ও NCFTE (2009) শিক্ষাদানের প্রয়োজনীয়তাগুলির সাথে লিঙ্ক স্থাপন করে:

- শিক্ষার্থীদের তাদের জ্ঞান গঠনের ক্ষমতাকে উৎসাহ দিতে; শিক্ষাগ্রহণটি মুখস্থর পদ্ধতিগুলি থেকে সরে আসে তা নিশ্চিত করতে তাদের নিজস্ব শিক্ষণে সক্রিয় সহযোগী হিসাবে দেখুন শুধুমাত্র জ্ঞানের প্রাপক হিসাবে নয়।
- শিক্ষাগ্রহণকে ব্যক্তিগত অভিজ্ঞতার অর্থ অনুসন্ধান হিসাবে এবং জ্ঞান আহরণকে প্রতিফলনমূলক শিক্ষাগ্রহণের অবিরাম চলমান প্রক্রিয়া হিসাবে দেখুন।
- শিক্ষার্থীদের গণিতকে ভয় পাওয়ার পরিবর্তে তাদের এটি শিখতে সাহায্য করুন।
- বিদ্যালয়ের জ্ঞানকে জনগোষ্ঠীর জ্ঞান এবং বিদ্যালয়ের বাইরের জীবনের সাথে সংযুক্ত করুন।

সম্পদ 2: নিরীক্ষণ করা ও মতামত দেওয়া

শিক্ষার্থীদের কর্মসম্পাদন ক্ষমতা উন্নত করার মধ্যে অন্তর্ভুক্ত রয়েছে প্রতিনিয়ত তাদের নিরীক্ষণ ও সাড়া দেওয়া, যাতে তারা জানতে পারে যে তাদের কাছে কি আশা করা হচ্ছে এবং কাজ সম্পূর্ণ হওয়ার পর যাতে তারা শিক্ষকের বাহবা বা মতামত পায়। আপনার গঠনমূলক মতামতের মাধ্যমে তারা তাদের কর্মসম্পাদন ক্ষমতা উন্নত করতে পারে।

নিরীক্ষণ

কার্যকরী শিক্ষকগণ বেশিরভাগ সময় তাঁদের শিক্ষার্থীদের নিরীক্ষণ করেন। বেশিরভাগ শিক্ষক সাধারণত, তাঁদের শিক্ষার্থীরা শ্রেণিতে কী করে তা শুনে ও পর্যবেক্ষণ করে তাদের কাজ নিরীক্ষণ করেন। শিক্ষার্থীদের অগ্রগতি নিরীক্ষণ করা গুরুত্বপূর্ণ কারণ এটা নিম্নলিখিত বিষয়গুলোতে তাদের সাহায্য করে:

- উচ্চতর গ্রেড অর্জন করতে
- তাদের কর্মসম্পাদন ক্ষমতা সম্পর্কে আরও সচেতন হতে এবং তাদের শেখার ক্ষেত্রে আরও দায়িত্বশীল হতে
- তাদের শেখার উন্নতি ঘটাতে
    - রাজ্য ও স্থানীয় স্তরে পারদর্শিতার অভিক্ষাগুলোতে কৃতিত্বের পূর্বাভাস করতে।

এটা শিক্ষক হিসাবে আপনাকে আরও যে বিষয়গুলোতে সাহায্য করবে সেগুলো হলো:

- কখন একটি প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করা হবে অথবা সংকেত প্রদান করতে হবে
- কখন প্রশংসা করতে হবে
- চ্যালেঞ্জ করা যাবে কিনা
- কেমন করে বিভিন্ন দলের শিক্ষার্থীদের একটি কাজের মধ্যে অন্তর্ভুক্ত করতে হবে
- ভুলগুলি সম্পর্কে কি করা হবে।

শিক্ষার্থীদের অগ্রগতির ওপর স্পষ্ট ও দ্রুত মতামত দেওয়া হলে তারা সব থেকে বেশি উন্নতি করে। নিরীক্ষণ কাজে লাগালে আপনাকে নিয়মিত মতামত দিতে, আপনার শিক্ষার্থীরা কেমন করছে এবং তাদের শেখাকে এগিয়ে নিয়ে যেতে তাদের আর কী কী করা উচিৎ তা তাদের জানাতে সক্ষম করবে।

আপনি যে চ্যালেঞ্জগুলোর সম্মুখীন হবেন তার একটা হল শেখার ক্ষেত্রে তাদের নিজস্ব লক্ষ্য নির্ধারণ করতে শিক্ষার্থীদের সাহায্য করা, যা আত্ম-নিরীক্ষণ নামেও পরিচিত। শিক্ষার্থী, বিশেষভাবে যারা সমস্যার সম্মুখীন থাকে, তারা নিজ শিখন বিষয়ে দায়িত্বশীল হতে অভ্যস্ত থাকে না। কিন্তু আপনি যেকোনো শিক্ষার্থীকে একটা প্রকল্পের জন্য নিজস্ব লক্ষ্য বা উদ্দেশ্য নির্ধারণ করতে, তাদের কাজের পরিকল্পনা করতে ও সময়সীমা ঠিক করতে, এবং তাদের অগ্রগতির আত্ম-নিরীক্ষণ করতে সাহায্য করতে পারেন। এই প্রক্রিয়ার অনুশীলন এবং আত্ম-নিরীক্ষণের দক্ষতা অর্জন তাদের বিদ্যালয়ে এমনকি সারা জীবন ধরে তাদের লাভ দেবে।

শিক্ষার্থীদের কথা শোনা ও তাদেরকে পর্যবেক্ষণ করা

বেশিরভাগ সময় শিক্ষার্থীদের কথা শোনা ও তাদেরকে পর্যবেক্ষণ করা শিক্ষকদের দ্বারা স্বাভাবিকভাবে হয়ে থাকে; এটা একটা সরল নিরীক্ষণ উপকরণ। উদাহরণস্বরূপ, আপনি:

- আপনার শিক্ষার্থীদের উচ্চস্বরে পড়তে শুনতে পারেন
- জুটিতে বা গ্রুপের কাজে আলোচনাগুলো শুনতে পারেন
- শিক্ষার্থীদের বাইরে বা শ্রেণিকক্ষে সম্পদ ব্যবহার পর্যবেক্ষণ করতে পারেন
- তাদের কাজ করার সময় গ্রুপগুলোর দৈহিক ভাষা পর্যবেক্ষণ করতে পারেন।

নিশ্চিত করুন যে আপনার সংগৃহীত পর্যবেক্ষণগুলো শিক্ষার্থীদের শেখা বা অগ্রগতির প্রকৃত প্রমাণ। একমাত্র যা আপনি দেখতে, শুনতে, যাচাই করতে বা গণনা করতে পারেন সেটা নথিবদ্ধ করুন।

শিক্ষার্থীরা কাজ করার সময়, সংক্ষিপ্ত পর্যবেক্ষণমূলক নোট নেওয়ার জন্য শ্রেণিকক্ষের মধ্যে ঘুরুন। কোন শিক্ষার্থীদের আরও বেশি সাহায্য প্রয়োজন তা রেকর্ড করতে এবং কোনও সম্ভাব্য ভুল বোঝাবুঝি নোট করতে আপনি একটা শ্রেণি তালিকা ব্যবহার করতে পারেন। সমগ্র শ্রেণিকে মতামত দিতে অথবা গ্রুপ বা ব্যক্তিদের প্ররোচিত করতে বা উৎসাহ দিতে আপনি এই পর্যবেক্ষণ ও নোটগুলো ব্যবহার করতে পারেন।

মতামত দান

মতামত হল এমন তথ্য যা কথিত লক্ষ্য অথবা আশা করা ফলাফলের পরিপ্রেক্ষিতে শিক্ষার্থী কেমন সম্পাদন করছে সে সম্পর্কে আপনি তাদের দেন। কার্যকরী মতামত শিক্ষার্থীকে প্রদান করে:

- যা ঘটেছে সে সম্পর্কে তথ্য
- কাজ বা দায়িত্ব কতটা ভালভাবে সম্পাদিত হয়েছে তার একটা মূল্যায়ন
- তাদের কর্মসম্পাদন ক্ষমতা কীভাবে উন্নত করা যায় তার নির্দেশিকা।

আপনি যখন প্রতিটি শিক্ষার্থীকে মতামত দেন, তখন তা অবশ্যই তাদেরকে নিচের বিষয়বস্তুগুলো জানতে সাহায্য করে।

- তারা প্রকৃতপক্ষে কী করতে পারে
- তারা এখনও কী করতে পারে না
- তাদের কাজ অন্যদের কাজের তুলনায় কেমন
- তারা কীভাবে উন্নতি করতে পারে।

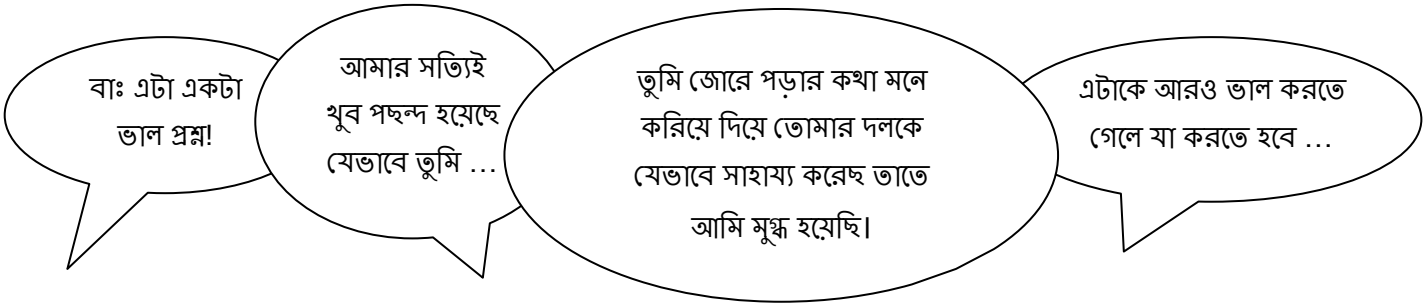
স্মরণে রাখা গুরুত্বপূর্ণ যে কার্যকরী মতামত শিক্ষার্থীদের সাহায্য করে। আপনার মতামত অস্পষ্ট বা অন্যায্য বলে শিক্ষার্থীর শেখা বাধাপ্রাপ্ত হোক তা আপনি চান না। কার্যকরী মতামত হল:

- গৃহীত কাজের উপর এবং শিক্ষার্থীর প্রয়োজনীয় শেখাকে **লক্ষ্য রেখে করা হয়**
- **স্পষ্ট ও সঠিক**, শিক্ষার্থীদের শেখার কোনটা ভাল আর কোথায় উন্নতি করা দরকার তা তাদের বলা
- **কার্যে পরিণত করতে সক্ষম**, শিক্ষার্থীকে এমন কিছু করতে বলা যেটা তারা করতে পারে
- উপযুক্ত ভাষায় প্রদত্ত যা শিক্ষার্থীরা বুঝতে পারে
- উপযুক্ত সময়ে প্রদত্ত – এটা বেশি তাড়াতাড়ি দেওয়া হলে, শিক্ষার্থী ভাববে 'আমি তো সেটাই করতে যাচ্ছিলাম!'; বেশি দেরি হলে, শিক্ষার্থীর দৃষ্টি অন্যদিকে নিবদ্ধ হতে পারে এবং তাদের যা বলা হবে, তারা ফিরে গিয়ে সেটা করতে চাইবে না।

মতামত মুখেই বলা হোক বা শিক্ষার্থীর খাতায় লেখা থাক, নিম্নলিখিত নির্দেশিকা অনুসরণ করলে এটা আরও কার্যকরী হবে।

প্রশংসা এবং ইতিবাচক ভাষা ব্যবহার

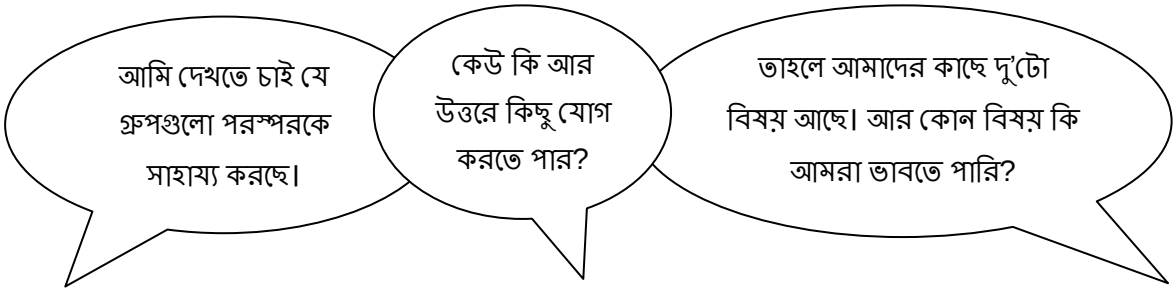
আমাদের যখন প্রশংসা করা হয় ও উৎসাহ দেওয়া হয়, তা সাধারণত আমাদের যখন সমালোচনা করা হয় বা সংশোধন করা হয় তার থেকে অনেক বেশি ভাল লাগে। উৎসাহ দান ও ইতিবাচক ভাষা পুরো শ্রেণি এবং সব বয়সের ব্যক্তিদের জন্য প্রেরণাদায়ক। মনে রাখবেন যে প্রশংসা যেন অবশ্যই নির্দিষ্ট এবং যে কাজ করা হয়েছে তার ওপর হয়, শিক্ষার্থীদের নিজেদের সম্পর্কে নয়, তা না হলে এটা শিক্ষার্থীদের অগ্রগতিতে সাহায্য করবে না। 'শাবাশ' বলাটা নির্দিষ্ট নয়, তাই নিচের মত বলা ভাল:



সংশোধনের পাশাপাশি সংকেতের ব্যবহার

আপনার শিক্ষার্থীদের সঙ্গে আপনার সংলাপ তাদের শেখায় সাহায্য করে। আপনি যদি তাদের বলেন কোনো উত্তর ভুল এবং সেখানেই কথা শেষ করে দেন, তাহলে তাদের ভাবতে দেওয়ার এবং নিজেদের চেষ্টা করতে দেওয়ার সুযোগ হারান। আপনি যদি শিক্ষার্থীদের কোন ইঙ্গিত দেন অথবা তাদের আরও কোন প্রশ্ন করেন, তবে আপনি তাদের আরও গভীরভাবে ভাবতে সাহায্য করেন এবং উত্তর খোঁজার এবং নিজেদের শেখার দায়িত্ব নিতে তাদের উৎসাহ দেন। উদাহরণস্বরূপ, এই ধরনের কথা বলে আপনি আরও ভাল উত্তর দিতে বা একটা সমস্যা ভিন্ন দৃষ্টিকোণ থেকে দেখতে উৎসাহ দিতে পারেন:

অন্যান্য শিক্ষার্থীদেরকে পরস্পরকে সাহায্য করতে উৎসাহ দেওয়া যথাযথ হতে পারে। এরকম মন্তব্য সহ আপনি আপনার প্রশ্নগুলো শ্রেণির বাকিদের সামনে রেখে এটা করতে পারেন যেমন:



বানান বা সংখ্যার অনুশীলনের মত কাজগুলোর ক্ষেত্রে 'হ্যাঁ' বা 'না' দিয়ে শিক্ষার্থীদের সংশোধন করা যথাযথ হতে পারে, কিন্তু এখানেও আপনি শিক্ষার্থীদের উত্তরের মধ্যে উদ্ভূত প্যাটার্ন দেখতে উৎসাহিত করতে পারেন, একই রকম উত্তরগুলোর মধ্যে সংযোগ করে দেখাতে পারেন অথবা নির্দিষ্ট কোন উত্তর ভুল কেন সে সম্পর্কে আলোচনা শুরু করতে পারেন।

স্ব-সংশোধন এবং সমকক্ষের সংশোধন কার্যকরী এবং জুটিতে কাজ করার সময় শিক্ষার্থীদের নিজস্ব ও পরস্পরের কাজ পরীক্ষা করতে বলে আপনি এতে উৎসাহিত করতে পারেন। যাতে খুব বেশি বিভ্রান্তিকর তথ্য না আসে তাই একবারে একটা দিক সংশোধন করার ওপর দৃষ্টি নিবদ্ধ করা সবথেকে ভাল।

অতিরিক্ত সম্পদসমূহ

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics
- Class X maths study material: http://www.zietmysore.org/stud_mats/X/maths.pdf
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: https://www.ncetm.org.uk/
- National STEM Centre: http://www.nationalstemcentre.org.uk/
- OpenLearn: http://www.open.edu/openlearn/

- BBC Bitesize: http://www.bbc.co.uk/bitesize/
- Khan Academy' s math section: https://www.khanacademy.org/math
- NRICH: http://nrich.maths.org/frontpage
- Mathcelebration: http://www.mathcelebration.com/সমস্যা সমাধানের কৌশল-এর সম্পদের পৃষ্ঠা: http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php
- প্রযুক্তি: http://www.teach-nology.com/worksheets/math/
- গণিত হল মজা: http://www.mathsisfun.com/
- ন্যাশনাল কাউন্সিল অফ এডুকেশনাল রিসার্চ অ্যান্ড ট্রেনিংস টেক্সটবুকস ফর টিচিং ম্যাথামেটিক্স অ্যান্ড ফর টিচার ট্রেনিং অফ ম্যাথামেটিক্স: http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm
- LMT-01 *গণিত শেখা*, ব্লক 1 ('শেখার পদ্ধতি সমূহ') ব্লক 2 ('শ্রেণিকক্ষে শেখায় উৎসাহ প্রদান'), ব্লক 6 ('গাণিতিক ভাবে চিন্তা'): http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html
- *লার্নিং কার্ভ* অ্যান্ড *অ্যাট রাইট অ্যাঙ্গেলস*, গণিত এবং এর শিক্ষণ সম্পর্কিত সাময়িক পত্রিকা: http://azimpremjifoundation.org/Foundation_Publications
- সেন্ট্রাল বোর্ড অফ সেকেন্ডারি এডুকেশনের বইগুলি এবং সহায়ক উপাদান (এছাড়াও *ফর্ম্যাটিভ মূল্যায়নের জন্য শিক্ষার্থীদের ম্যানুয়াল অন্তর্ভুক্ত - গণিত (নবম শ্রেণি)*) – 'CBSE publications' নির্বাচন করুন তারপরে 'Books and support material': http://cbse.nic.in/welcome.htm নির্বাচন করুন
- Textbook of class X by West Bengal Board of Secondary Education

তথ্যসূত্র/গ্রন্থতালিকা

Aristeidou, V. (2011) 'Exploring the characteristics of students' possibility thinking and teacher pedagogy in the drama game method in Cypriot primary education', paper presented at ICSEI 2011 conference. Available from: http://www.icsei.net/icsei2011/Full%20Papers/0174.pdf (accessed 16 July 2014).

Craft, A., Cremin, T, Burnard, P., Dragovic, T. and Chappell, K. (2012) 'Possibility thinking: culminative studies of an evidence-based concept driving creativity?' *Education 3-13: International Journal of Primary, Elementary and Early Years Education*, vol. 40, pp. 1–19.

Freudenthal, H. (1991) *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Dordrecht: Kluwer.

Grainger, T., Craft, A. and Burnard, P. (2007) 'Examining possibility thinking in action in early years settings', paper presented at Imaginative Education Research Symposium, 12–15 July 2006, Vancouver, Canada.

Herbert, A. (2010) *The Pedagogy of Creativity*. Abingdon: Routledge.

National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*. New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education (NCFTE)*. New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2012a) *Mathematics Textbook for Class IX*. New Delhi: NCERT.

National Council of Educational Research and Training (2012b) *Mathematics Textbook for Class X*. New Delhi: NCERT.

Polya, G. (1957) *How to Solve It*. New York, NY: Anchor.

Polya, G. (1962) *Mathematical Discovery: On Understanding, Learning and Teaching Problem Solving*, combined edn. New York, NY: Wiley.

Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

কৃতজ্ঞতাস্বীকার

তৃতীয় পক্ষের উপাদানগুলি ব্যতীত এবং অন্যথায় নীচে বর্ণিত না থাকলে এই সামগ্রীটি একটি ক্রিয়েটিভ কমনস অ্যাট্রিবিউশন শেয়ারঅ্যালাইক লাইসেন্সের অধীনে পাওয়া যায় (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/)। নীচে স্বীকৃত উপাদানটি মালিকানাধীন এবং এই প্রকল্পের লাইসেন্সের অধীনে ব্যবহার করা হয় এবং ক্রিয়েটিভ কমনস লাইসেন্সের বিষয়বস্তু নয়। এর অর্থ এই উপাদানটি কেবল মাত্র TESS-ইন্ডিয়া প্রকল্পে অ্যাডাপ্ট না করেই ব্যবহার করতে পারা যায়, কোনও পরবর্তী OER সংস্করণগুলিতে পারা যায় না। এর মধ্যে TESS-ইন্ডিয়া, OU এবং UKAID লোগোগুলির ব্যবহার অন্তর্ভুক্ত।

এই ইউনিটে উপাদানটি পুনরুৎপাদনে অনুমোদন প্রাদনের জন্য নিম্নলিখিত উৎসগুলির প্রতি কৃতজ্ঞতা স্বীকার করা হয়:

চিত্র 5: দিল্লীর লাল কেল্লার ফটো, সৌজন্যে ক্লেয়ার লি। [Figure 5: photo of the Red Fort or Lal Qil'ah in Delhi courtesy of Clare Lee.]

কপিরাইট স্বত্বাধিকারীদের সাথে যোগাযোগ করার উদ্দেশ্যে সর্বতভাবে প্রচেষ্টা করা হয়েছে। যদি কোনোটি অনিচ্ছাকৃতভাবে নজর এড়িয়ে গিয়ে থাকে, তাহলে প্রকাশকরা প্রথম সুযোগেই সানন্দে প্রয়োজনীয় বন্দোবস্ত করবেন।

ভিডিও (ভিডিও স্টিল সহ): ভারত ব্যাপী শিক্ষকদের শিক্ষাদানকারী, প্রধান শিক্ষক, শিক্ষক ও ছাত্রছাত্রীদের ধন্যবাদ জানানো হচ্ছে, যারা প্রস্তুতির সময়ে ওপেন ইউনিভার্সিটির সঙ্গে কাজ করেছিলেন।