

Talk for learning: Secondary Maths

English (with Hindi)

Commentary:

In this secondary maths class, a teacher is conducting a problem-solving lesson in which the students are given opportunities to explore their ideas, develop their reasoning and learn from one another through talk.

Student 1: यदि p एक अभाज्य संख्या है, तो $p+1$ एक भाज्य संख्या होगा। तब...

Student 2: भाज्य संख्या होगा... हो भी सकता है? ना भी हो सकता है?

Student 3: कभी-कभी सच हो सकता है...

Student 4: ये कभी-कभी सच भी हो सकता है...

Student 3: या कभी-कभी सच नहीं भी हो सकता है।

Student 4: और कभी-कभी नहीं भी हो सकता हैं।

Student 3: मान लो p की जगह two डालेंगे, तो $p+1$...

Commentary:

The students are discussing in groups whether various mathematical statements are always, sometimes or never true.

Teacher: इन पाँचों topic पर हम लोग चर्चा कर रहे थे। हम लोग इससे, एक और कदम आगे बढ़ते हुए, अपनी अमझ को एक कदम और आगे बढ़ाते हुए, यानि कि एक mathematician कैसे सोचता है, उसकी ओर अग्रसर होते हुए, एक कदम और आगे, हम लोग इन तीन point पर; point number दो, point number तीन और point number चार...

Commentary:

They will have to convince one another of the strength of their arguments. The students are given three minutes of quiet individual thinking time to prepare.

Teacher: हो गया?

जिस topic पर आपने अपनेआपको संतुष्ट किया, उस बात से आप इसको संतुष्ट कराएँगे...

Commentary:

The teacher then asks his students to discuss their arguments in pairs.

Teacher: इस प्रकार से pair हो गया। युगल, जोड़ा में। आप इसको संतुष्ट कराएँगे, ये इसको...

Student 4: सुनो ना, हम बनाएँ हैं, n बराबर three, तो $n+1$, तो...

Student 5: तुम भी तो मेरी तरह बनाई हो...

Student 4: तो four हुआ। ये हमेशा सच हैं। और $n+1$ चार ही क्षेत्रों में बाँट दिया और, क्योंकि अगर हम n की जगह three डालें, तो $3+1$ four हो जायेगा? वो चार भागों में बाँट जाता है। तो हम इसे जितने भागों में बाँट सकते हैं, उतने भागों में वो बाँट जायेगा।

Student 5: जरूरी नहीं कि हम इसको चार ही भागों में बाँटे, जितने भी भाग में बाँट सकते हैं। ठीक हैं?

Student 4: जितने भागों में बाँट सको, उतने भागों में बाँट सकता है।

Student 1: सर्वांगसम होगा कब?

Student 2: जब दोनों का आयतन समान होगा।

Student 1: इसका जब...

Student 2: त्रिज्या।

Student 1: केंद्र से लेकर जो परिधि तक मिलता है, उसको त्रिज्या कहते हैं। जब ये बराबर हो जायेगा, तो इसका जो आयतन होगा, वो दोनों बराबर हो जायेगा।

Student 6: किन्ही दो बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखाखण्ड वृत्त की जीवा कहलाती हैं। जीवा आपस में बराबर कैसे होंगी?

Student 7: हम जानते हैं, कि $n+1$, एक वृत्त की जीवायें हैं।

Student 6: अगर n त्रिभुज के बहार बिंदु स्थित होता है। तो मान लो, ये त्रिभुज हुआ, ठीक? ये बिंदु हुआ। तो बिंदु से ज्यादा डिग्री का ना होता है... पैंतालीस डिग्री, साठ डिग्री। तो यही पैंतालीस डिग्री हुआ। तो zero से इसी का हुआ ना, पैंतालीस डिग्री? तो यही हुआ।

Student 7: कैसे होगा इसके ऊपर? इसको हम...

Student 8: देखो, सर्वांगसम उसे कहते हैं, जो दोनों... जो एक चित्र को पूरी तरह ढँक ले। और जब इसका आयतन और पृष्ठ-क्षेत्रफल दोनों का समान हैं; दोनों का त्रिज्या और व्यास - दोनों समान हैं - तो इससे यह सिद्ध होता है, कि दोनों सर्वांगसम हैं।

Teacher: इस result को आप अपनेआप को...

Commentary:

The teacher asks students to raise their hands if they were satisfied with one another's arguments.

Teacher: अभी तक इस lesson में हम लोगों ने यही किया। सबसे ज्यादा कौन सा group संतुष्ट

हुआ? और कौन सा topic पर संतुष्ट हुआ?

हाथ उठाइए, चलिए! चलो।

Student 8: यदि दो गोलकों का आयतन एक समान होगा, तो वो सर्वांगसम होगा। ये topic पर हम...

Teacher: अच्छा, यानि कि यदि दो गोलकों का आयतन एक समान हो, तो वो सर्वांगसम क्यों होता है?

Student 8: Yes, sir.

Commentary:

In the final part of the lesson, the teacher wants his students to imagine they are arguing with a famous Indian mathematician, Ramanujan. They therefore need to try even harder to make their arguments convincing.

Teacher: आप दोनों ने खूब चर्चा किया?

Student 8: Yes, sir.

Teacher: आपको अब रामानुजन को...

Commentary:

The teacher invites a pair to present their exchange

Student 8: Yes.

Teacher: आपका जो साथी है, वो रामानुजन है। रामानुजन कहने का मतलब ये है, कि वो एक बहुत बड़ा गणितज्ञ है। और उसकी thinking बहुत बड़ा ऊपर है। अब आपको उसको संतुष्ट करना है।

Student 8: पहले हम दो गोला... सर्वांगसम हम उसे कहेंगे कि जो अपनेआप को पूरा-पूरा ढँक ले? और जिससे इसका दोनों का आयतन बराबर हो जाये? अगर हम त्रिज्या को तीन मानते हैं, दोनों की त्रिज्या को। अगर हम दोनों की त्रिज्या का - इसका formula, गोले का आयतन का होता है - $\frac{4}{3}\pi r^3$. अगर हम उस पर त्रिज्या रखकर बनाएँगे तो हमें दोनों का answer $36\pi\text{cm}^3$ आता है। इससे यह होता है, कि दोनों का आयतन समान है, तो वो सर्वांगसम होगा।

Student 7: फिर इसका पृष्ठफल आप निकालें तो कैसे निकालें?

Student 8: देखिये, अब ये भी, अगर हम तीन सेंटीमीटर रखकर, अगर हम इसका त्रिज्या निकालेंगे तो इसका फार्मूला हो जायेगा $4\pi r^2$. अगर $4\pi r^2$ रखकर बनाएँगे, तो मेरा आ जायेगा $36\pi\text{cm}^2$. दोनों का इतना ही आता है, इससे भी हमें पता चल जाता है, कि सर्वांगसम है।

Teacher: चलिए, बहुत अच्छे!

और कोई group? और कोई pair? जो खुद को राजी किया?

Commentary:

The teacher praises the students and invites further feedback.

Teacher: और अब रामानुजन को भी राज़ी कर देंगे? चलिए...

Student 4: 'वृत्त की n जीवार्यें, वृत्त को $n+1$ के अनिश्चित क्षेत्रों में बाँटतीं हैं।'

तो अगर n की जगह पर हम तीन रखते...

Teacher: ये पहले बताएँ - कि क्या होगा ये? हमेशा सच होगा? या कभी-कभी सच? या कभी सच नहीं?

Student 4: ये हमेशा सच होगा, क्योंकि अगर हम n की जगह पर अगर three लाते हैं, तो $3+1=4$ आता है, तो हम उसे चार भागों में बाँट सकते हैं।

Student 9: ये three तू बोली न? $3+1$, तो ये three कैसे हुआ? फिर one कैसे हुआ? ये बता हमको?

Student 4: जैसे कि हम... वृत्त बनाये न? और वृत्त में... जैसे कि, अगर हम तीन रेखा खींचें हैं ना? One, two, three, four - चार भागों में बाँट गया? तो n की जगह पर अगर हम three डालते हैं, तो $3+1=4$ आ गया न? वो चार भागों में बाँट जायेगा...

Commentary:

Problem solving and persuasion motivated and engaged the students in this lesson. Think of two topics in the curriculum which could prompt similar debate.