

দৃশ্যকল্প বা ভিজ্যুয়ালাইজেশন ব্যবহার
করা: বীজগণিতিক অভেদ (Identity)

Using visualisation: algebraic identities



ভারতে বিদ্যালয় ভিত্তিক
সহায়তার ভিত্তিতে শিক্ষকের
জন্য শিক্ষা

www.TESS-India.edu.in



<http://creativecommons.org/licenses/>




TESS-ইন্ডিয়া (টিচার এডুকেশন অ্যান্ড স্কুল বেসড সাপোর্ট)-এর লক্ষ্য হল শিক্ষার্থী-কেন্দ্রিক, অংশগ্রহণমূলক পদক্ষেপের উন্নতিতে শিক্ষকদের সহায়তা করার জন্য ওপেন এডুকেশনাল রিসোর্সেস (OERs)-এর সম্পদগুলির মাধ্যমে ভারতের প্রাথমিক এবং মাধ্যমিক শিক্ষকদের শ্রেণিকক্ষের রীতিগুলিকে উন্নত করা। TESS-ইন্ডিয়া OERs শিক্ষকদের স্কুলের পাঠ্যবইয়ের সহায়িকা প্রদান করে। এগুলি শিক্ষকদেরকে তাঁদের শিক্ষার্থীদের সঙ্গে শ্রেণিকক্ষে পরখ করে দেখার জন্য অ্যাক্টিভিটি প্রদান করে, আর একই সাথে কিছু কেস স্টাডি প্রদান করে যেগুলি দেখায় যে অন্য শিক্ষকরা কীভাবে বিষয়টি পড়িয়েছেন এবং সম্পদগুলির মধ্যে যোগসূত্র স্থাপন করেছে যাতে শিক্ষকদেরকে তাঁদের পাঠের পরিকল্পনা ও বিষয়জ্ঞানকে উন্নত করতে সাহায্য করা যায়।

ভারতীয় পাঠ্যক্রম এবং প্রসঙ্গগুলির জন্য TESS-ইন্ডিয়া OERs সহযোগীতামূলক ভাবে ভারতীয় এবং আন্তর্জাতিক লেখকদের দ্বারা লেখা হয়েছে এবং এটি অনলাইনে এবং ছাপার ব্যবহারের জন্য উপলব্ধ আছে (<http://www.tess-india.edu.in/>)। OERs অনেক সংস্করণে পাওয়া যায়, এগুলি ভারতের প্রত্যেক অংশগ্রহণকারী রাজ্যের জন্য উপযুক্ত এবং স্থানীয় প্রয়োজনীয়তা এবং প্রসঙ্গ পূরণ করতে OERsকে ব্যবহারকারীদের গ্রহণ এবং স্থানীয় ভাষায় অনুবাদ করতে আমন্ত্রণ করা হয়।

TESS-ইন্ডিয়া দি ওপেন ইউনিভার্সিটি UK দ্বারা পরিচালিত এবং UK সরকার আর্থিক বিনিয়োগ করেছে।

ভিডিও সম্পদসমূহ

এই ইউনিটে কিছু কার্যক্রমের সঙ্গে নিম্নলিখিত আইকনগুলি আছে:  থ হল যে নির্দিষ্ট শিক্ষাদান সংক্রান্ত থিমের জন্য TESS-ইন্ডিয়া ভিডিও সম্পদসমূহ দেখা আপনার পক্ষে সহায়ক হবে।

TESS-ইন্ডিয়া ভিডিও সম্পদসমূহ ভারতের ক্লাসঘরের বিবিধ প্রকারের পরিপ্রেক্ষিতে মূল শিক্ষাদানসংক্রান্ত কৌশলগুলি চিত্রিত করে। আমরা আশা করি সেগুলি আপনাকে অনুরূপ চর্চা নিয়ে পরীক্ষা করতে সাহায্য করবে। সেগুলির উদ্দেশ্য হল পাঠ্যভিত্তিক ইউনিটের মাধ্যমে আপনার কাজের অভিজ্ঞতা বাড়ানো ও পরিপূর্ণ করা, কিন্তু আপনি যদি সেগুলি পেতে অসমর্থ হন, সেই ক্ষেত্রে এগুলি অপরিহার্য নয়।

TESS-ইন্ডিয়া ভিডিও সম্পদগুলি অনলাইনে দেখা যায় বা TESS-ইন্ডিয়া ওয়েবসাইট, (<http://www.tess-india.edu.in/>) থেকে ডাউনলোড করা যায়। অথবা আপনি একর্ন সিডি বা মেমরি কার্ডে ভিডিওগুলি পেতে পারে।

সংস্করণ 1.0 SM01v1

West Bengal

তৃতীয় পর্বের উপাধি স্ক্রিপ্ট বা অথবা বর্ণিত। হলে এই সামগ্রী একর্ন রিয়েন্ড কমন্স অ্যাট্রিবিউশন - শেয়ারঅ্যালাইক লাইসেন্সের অধীনে উপলব্ধ: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>

এই ইউনিটের বিষয়বস্তু

বীজগাণিতিক অভেদগুলি (Identity) গণিতের পাঠ্যক্রম এবং সামগ্রিক ভাবে গণিতে একটি গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে। ভারতের মাধ্যমিক বিদ্যালয়ের পাঠ্যক্রমে নবম শ্রেণিতে সমীকরণ এবং বহুপদ সমাধান করার সময় আট প্রকারের অভেদ (Identity) ব্যবহার করা হয়। এই অভেদগুলি (Identity) জানা এবং শনাক্ত করা শিক্ষার্থীদের গাণিতিক পদ্ধতিগুলি শিখতে সহায়তা করে। এছাড়াও এটি বীজগাণিতিক কৌশলগুলিতে এবং সমস্যা সমাধানে পদ্ধতিগুলি প্রয়োগ করার সময় তাদের সাবলীলতার বিকাশ ঘটাতে সক্ষম করবে। অভেদগুলির (Identity) ক্ষমতা সম্পূর্ণরূপে ব্যবহার করার জন্য বীজগাণিতিক অভেদের (Identity) পরিবর্তনগুলি চিহ্নিত করতে পারা গুরুত্বপূর্ণ। অভেদগুলি (Identity) শেখা এবং প্রয়োগ করার সময় মূল সমস্যাটি হল বেশিরভাগ শিক্ষার্থীদের জন্য এটা শুধুমাত্র মুখস্থ করার বিষয় এবং উগরে দেওয়ার বিষয়।

এই ইউনিটটি দৃশ্যকল্প উপস্থাপনা ব্যবহার করে কয়েকটি পৃথক উপায় নিয়ে আলোচনা করবে, যা আপনি আপনার শিক্ষার্থীদের বীজগাণিতিক অভেদগুলি (Identity) শিখতে সহায়তা করার জন্য ব্যবহার করতে পারেন। এই উপায়গুলি স্মৃতিশক্তির উপর কম আস্থা রাখে এবং পরিবর্তে অভেদগুলির (Identity) ধারণাগুলি বুঝতে পারার উপর ভিত্তি করে গঠিত হয়েছে।

এই ইউনিটে আপনি কী শিখতে পারেন

- কী ভাবে চিত্র ব্যবহার করে আপনি আপনার শিক্ষার্থীদের অভেদগুলি (Identity) কীভাবে গঠিত হয় তা অনুসন্ধান এবং আবিষ্কার করতে সহায়তা করতে পারেন।
- স্মৃতিশক্তির উপর আস্থা না রেখেই কী ভাবে অভেদগুলি (Identity) ব্যবহার ও প্রয়োগ করতে হয় সে সম্পর্কে কয়েকটি ধারণা।
- কীভাবে ইতিমধ্যে থাকা কাজগুলি সামলাবেন যাতে আপনার শিক্ষার্থীরা গণিত অনুশীলনের প্রক্রিয়ায় মনোযোগ দিতে পারে।

এই ইউনিটটি রিসোর্স 1-এ আলোচিত NCF (2005) এবং NCFTE (2009)-এর শিক্ষাদানের প্রয়োজনীয়তাগুলিতে যোগসূত্রগুলি স্থাপন করে।

1 মুখস্থ করার মাধ্যমে শেখা

মুখস্থ করার মাধ্যমে শেখা বা মুখস্থ বিদ্যা হল পুনরাবৃত্তির ভিত্তিতে শেখার কৌশল।

এই শেখার কৌশলটির পক্ষে অনেকগুলি যুক্তি রয়েছে: এর মধ্যে একটি হল অন্যান্য গাণিতিক বিষয়গুলিতে সাবলীল হয়ে ওঠার জন্য গণিতের কয়েকটি বিষয় দ্রুত মনে করতে পারা প্রয়োজন।

অনেক শিক্ষার্থীকে মুখস্থ করার মাধ্যমে তাদের 'নামতাগুলি' শিখতে উৎসাহিত করা হয়। এর কারণ হল যখন তারা সমস্যাগুলির সমাধান করে, বিশেষত যখন তাদের ক্যালকুলেটর ব্যবহার করার সুযোগ থাকে না সেই সময় যাতে তারা 6×7 – এর মতো তুলনামূলকভাবে সহজ গণনা খুব বেশি সময় ও প্রয়াস ব্যবহার না করেই করতে পারে। নামতাগুলি একেবারে মুখস্থ থাকলে তাদের সংখ্যা সম্পর্কে ধারণাও আরও পরিষ্কার হয়; যেমন সংখ্যাগুলির আকার, সংখ্যাগুলি কী ভাবে সম্পর্কযুক্ত অথবা গুণিতক (Multiple) বা ভগ্নাংশের (Fraction) ধারণা। একই ধরনের যুক্তি মুখস্থের মাধ্যমে বীজগাণিতিক অভেদগুলি (Identity) শেখার জন্য ব্যবহার করা যেতে পারে।

তবে শেখার কৌশল হিসাবে মুখস্থ করার বিপরীতেও বহু যুক্তি রয়েছে (ডি মরগ্যান, 1865; মার্টন অ্যান্ড বুথ, 1997)। এর একটি হল ব্যবহারযোগ্যতা; স্কুলে খুব বেশি অনুপস্থিত থাকার কারণে, প্রয়োজনীয় অনুশীলনের জন্য সময় বা সুযোগের স্বল্পতার কারণে বা

কেবলমাত্র তাদের দুর্বল স্মরণশক্তির কারণে মুখস্থ বিদ্যা থেকে সমস্ত ছাত্র উপকার পায় না। বিশেষ শিক্ষাগত চাহিদা, যেমন ডিসলেক্সিয়া আছে এমন শিক্ষার্থীরা খুব বেশি পরিমাণ অসুবিধার সম্মুখীন হয়।

অন্য একটি যুক্তি, মুখস্থ করার মাধ্যমে কী ধরনের শিক্ষা লাভ হয় তার সাথে সম্পর্কিত। মুখস্থ করা বোধশক্তি বা বোঝার উপরে জোর দেয় না; বা এটি ধারণাগুলির অর্থ কী বা গণিতের অন্যান্য ক্ষেত্রগুলির সাথে সেগুলি কী ভাবে সংযুক্ত তা অনুসন্ধান করার সহায়ক নয়। এটি মুখস্থ করা এবং নির্ভুল ভাবে আবার সেটা বর্ণনা করার উপরে জোর দেয়। যেটা অনেকগুলি পদক্ষেপ আছে এমন কোনও বিষয়ের (যেমন সূত্র ও অ্যালগরিদম) আরও জটিল দিকগুলি অধ্যয়ন করার সময় সমস্যা সৃষ্টি করতে পারে। মুখস্থ করলেই অর্থ অনুধাবন করা যায় না, এর অর্থ হল কিছু বিষয় চোখ এড়িয়ে যায়, বিস্তারিত তথ্য গুলিয়ে যায়, মানসিক চাপ বাড়ে এবং পরীক্ষায় ব্যর্থতা দেখা দিতে পারে। স্মৃতিশক্তি ব্যবহার করে শেখার অভিজ্ঞতা বেশিরভাগ ক্ষেত্রেই আকর্ষণীয় হয় না। মুখস্থের পুনরাবৃত্তি প্রকৃতির জন্য বোঝা এবং সংযোগ স্থাপনের সুযোগের অভাবের কারণে এটি একঘেয়ে হিসাবেও বিবেচিত হতে পারে। শিক্ষার্থীরা নিজেদের মস্তিষ্কে যতদূর সম্ভব কম কাজে লাগিয়ে যান্ত্রিক ভাবে অনুশীলনগুলি 'শেষ করে'। এটি খুব ভাল ফলাফল করে এমন শিক্ষার্থী সহ সমস্ত শিক্ষার্থীর পক্ষে সমস্যাজনক হতে পারে। গণিত শেখার সময় একঘেয়ে লাগা, চিন্তাভাবনার স্বপ্ন চাহিদা এবং সংযোগ স্থাপন ও গণিতের অর্থ বোঝার জন্য কাজ করার সুযোগের অভাব শিক্ষার্থীদের জন্য বিষয়টি অনুধাবন এবং উপভোগ করা কঠিন করে তোলে।



চিন্তার জন্য সাময়িক বিরতি

- মুখস্থ করার মাধ্যমে শেখা সম্পর্কে আপনার ভাবনা চিন্তা কী? আপনি কি মনে করেন, যে এটি সবসময় নাকি কখনও কখনও ভালভাবে কাজ করে বা প্রায়শই করে না?
- আপনার স্মৃতিশক্তির মাধ্যমে গণিত শেখার অভিজ্ঞতাটি কেমন ছিল?
- আপনার শিক্ষার্থীদের মধ্যে এমন একজন যে ভাল মুখস্থ করে বলে মনে হয় এবং এমন একজন যার পক্ষে মুখস্থ করা কষ্টসাধ্য বলে মনে হয়, এমন দু' জনের কথা চিন্তা করুন। তারা যে ভাবে শেখে তাদের মধ্যে মিল এবং তফাতটি কোথায়?

2 বীজগাণিতিক অভেদগুলি (Identity) বোঝার জন্য

দৃশ্যকল্প

মুখস্থ শক্তির উপরে কম আস্থা রাখার একটি কার্যকর উপায় হল দৃশ্যকল্প ব্যবহার করার মাধ্যমে শেখা। দৃশ্যকল্পের অর্থ আপনার মনে কোনও জিনিসের চিত্র দেখা। বিভিন্ন ব্যক্তির সবসময় একই ভাবে জিনিসগুলি 'দেখে না' কিন্তু 'ভিজুয়াল চিন্তা' আপনার শিক্ষার্থীদের অনুধাবন গঠনের ক্ষেত্রে অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ (Dörfler, 1991)।

তুলনামূলক সহজ ক্রিয়াকলাপের সাহায্যে দৃশ্যকল্প উপস্থাপনা করতে পারা যায়। উদাহরণস্বরূপ, গুণকে একটি গুণফলের সারণি (product table) হিসাবে উপস্থাপন করা যেতে পারে যেটি ক্ষেত্রফলের সমতুল্য। (গুণকে উপস্থাপন করার অন্যান্য উপায় থাকতে পারে।)

7 × 3 এই গুণফলটিকে সাত বাই তিন বর্গক্ষেত্রের একটি ক্ষেত্র দ্বারা উপস্থাপন করা যেতে পারে (চিত্র 1)। এই চিত্রটি থেকে এটিও পরিষ্কার হয় যে গুণ হল বিনিময় (commutative) – অর্থাৎ 7 × 3 হল সেই একই ক্ষেত্র যা 3 × 7-এর গুণফলের ক্ষেত্র।

7

3						

চিত্র 1 7×3 -এর একটি গুণফলের সারণি (product Table)

তাই 7×3 হল 3×7 এর সমতুল্য বা 21-এর সমতুল্য। এটি এ ভাবে লেখা যেতে পারে:

$$7 \times 3 \sim 3 \times 7 \sim 21$$

গুণের মডেল তৈরি আপনার শিক্ষার্থীদের গুণের অঙ্ক বুঝতে সাহায্য করতে পারে, কারণ একটি বৃহৎ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলকে সহজেই তুলনামূলক ভাবে ছোট আকারের আয়তক্ষেত্রে বিভক্ত করা যেতে পারে। ব্যবহার করা সংখ্যার অনুপাতে ক্ষেত্রের মডেলগুলি না আঁকাই ভাল : এটি আরও বেশি বিমূর্ত উপস্থাপনার উপরে জোর দেয় এবং মানসিক ভাবে ঋণাত্মক (Negative) সংখ্যাগুলির উপস্থাপনায় পৌঁছাতে সহজ করে তোলে। যেহেতু কোনও ঋণাত্মক (Negative) ক্ষেত্র থাকা সম্ভব নয় তাই এ জাতীয় উপস্থাপনা একটি 'গুণফলের সারণি' (product table) হিসাবে উল্লিখিত হয়।

উদাহরণস্বরূপ, 24×13 চিত্র 2-এ গুণফলের সারণি (product table) দ্বারা উপস্থাপনা করতে পারা যেতে পারে। এ কারণে $24 \times 13 \sim (20 + 4) \times (10 + 3) \sim 200 + 40 + 60 + 12 \sim 312$ ।

	20	4
10	200	40
3	60	12

চিত্র 2 24×13 -এর অঙ্কটির জন্য একটি গুণফলের সারণি

অন্য একটি উদাহরণে, 19^2 কে চিত্র 3-এ থাকা গুণের সারণি দ্বারা উপস্থাপন করতে পারা যায়। এ কারণে $19^2 \sim (20 - 1) \times (20 - 1) \sim 400 - 20 - 20 + 1 \sim 361$ ।

	20	-1
20	$20 \times 20 = 400$	$20 \times (-1) = -20$
-1	$20 \times (-1) = -20$	$(-1) \times (-1) = 1$

চিত্র 3 19^2 -এর অঙ্কটির জন্য একটি গুণফলের সারণি

এই পৃথকীকরণ মডেলটি বৃহত্তর সংখ্যাগুলির গুণফল নির্ণয়ের ক্ষেত্রে বা বীজগণিত সংক্রান্ত গুণের ক্ষেত্রে অত্যন্ত সহায়ক। বীজগণিত সংক্রান্ত একটি সহজ উদাহরণ হল $3(a - b)$, যেমনটি চিত্র 4-এ দেখানো হয়েছে। এ কারণে $3(a - b) \sim 3a - 3b$ ।

	a	-b
3	$3 \times a = 3a$	$3 \times (-b) = -3b$

চিত্র 4 $3(a - b)$ -এর জন্য একটি গুণফলের সারণি

আপনি হয়তো লক্ষ্য করেছেন যে, এই উদাহরণগুলিতে মাঝে মাঝে সমতুল্য চিহ্নটি (\sim) সমান চিহ্নের ($=$) পরিবর্তে ব্যবহার করা হয়েছে, এটিও সমান ভাবে বৈধ। সমতুল্য চিহ্নটি গণিতের ক্ষেত্রে কিছু নির্দিষ্ট স্বাধীনতা, স্বতঃস্ফূর্ত হওয়ার সুযোগ দেয়, বিশেষত যেখানে চিহ্নটি ' \sim ' (এর সমতুল্য)-এর পরিবর্তে 'অন্যভাবে বলা যায়' হিসাবে পড়া হয়।

অ্যাক্টিভিটি 1 গুণকে একটি গুণফলের সারণি হিসাবে দেখার মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের দৃশ্যকল্প নিয়ে কাজ করতে সাহায্য করবে। এই ইউনিটে আপনার শিক্ষার্থীদের সাথে অ্যাক্টিভিটিগুলি ব্যবহার করার আগে নিজেই সমস্ত (বা কমপক্ষে আংশিক) চর্চা সম্পূর্ণ করে নেওয়া ভাল। আপনি যদি এগুলি কোনও সহকর্মীর সঙ্গে চেষ্টা করে দেখেন তবে আরও ভাল হয় কারণ, এটি আপনাকে আপনার অভিজ্ঞতাটি ভেবে দেখতে সাহায্য করবে।

অ্যাক্টিভিটিগুলি নিজে চেষ্টা করে দেখার অর্থ হল আপনি শিক্ষার্থীদের অভিজ্ঞতাগুলি উপলব্ধি করতে পারবেন যা আপনার শিক্ষাদানকে এবং শিক্ষক হিসাবে আপনার অভিজ্ঞতাকে প্রভাবিত করতে পারে। আপনি প্রস্তুত থাকলে কেস স্টাডি 1 পড়ুন এবং আপনার শিক্ষার্থীদের সাথে অ্যাক্টিভিটিগুলির অনুশীলন করুন। পাঠ্যক্রমটির শেষে যে অ্যাক্টিভিটিটি করা হল সেটি কেমন হয়েছে এবং যা শেখা হল সেটি সম্পর্কে চিন্তা করুন। এটি আপনাকে শিক্ষাদানের পরিবেশকে আরও শিক্ষার্থী কেন্দ্রিক করে তুলতে সহায়তা করবে।

অ্যাক্টিভিটি 1: গুণফলের সারণি (product table) তৈরি করা

কয়েকটি উদাহরণের মডেল তৈরি করে কীভাবে গুণফলের সারণিগুলি তৈরি করতে হয় তা আপনার শিক্ষার্থীদের বলুন। আপনার সুবিধার জন্য আপনি কেস স্টাডি 1 (নীচে) থেকে ধারণাগুলি ব্যবহার করতে পারেন।

তারপরে বোর্ডে এই সমস্যাগুলি লিখুন:

- $(105)^2$
- $(14.3)^2$
- $4(99)$
- 98^2
- $7(t + r)$
- $(r + q)(s - r)$

এই সমস্যাগুলির প্রতিটির জন্য আপনার শিক্ষার্থীদের জোট বেঁধে কাজ করতে বলুন:

- a. একটি গুণের সারণি হিসাবে অঙ্কটি মডেল করুন
- b. যদি উপযুক্ত হয় তাহলে ক্ষেত্রটিকে আরও ছোট ক্ষেত্রে বিভক্ত করুন
- c. এই গণনাগুলির গুণফলগুলি আপনার (a) এবং (b)-এর উত্তরগুলি ব্যবহার করে হিসাব করুন।

পাঠটি শেষ হলে এই পাঠটিতে আপনি কেমন শিখিয়েছেন সেটা মূল্যায়ন করার ক্ষেত্রে সাহায্যের জন্য নীচের 'চিন্তাভাবনা করার জন্য বিরতি' বাক্সটির প্রস্পটগুলি ব্যবহার করুন।

কেস স্টাডি 1: শ্রীমতী অপরাজিতা অ্যাক্টিভিটি 1 ব্যবহার করার ব্যাপারে ভাবনাচিন্তা করছেন

এই বিবরণটি এমন একজন শিক্ষক দিয়েছেন যিনি তার মাধ্যমিক শিক্ষার্থীদের সাথে অ্যাক্টিভিটি 1 চেষ্টা করে দেখেছেন।

এই অ্যাক্টিভিটিটি শুরু করার আগে আমরা কীভাবে একটি সংখ্যা যেটিকে বর্গ বা গুণ করা হয়েছে সেটিকে একটি ক্ষেত্র মডেলের সাহায্যে উপস্থাপন করা যায় সেটা নিয়ে আলোচনা করেছিলাম। ঠিক যেভাবে আমি এই ইউনিটটি পড়ে শিখেছিলাম। আমি 5×6 -এর মতো ছোট সংখ্যা দিয়ে শুরু করেছিলাম এবং তারপরে 56×64 ও 65×115 -এর মতো বড় সংখ্যায় পৌঁছেছিলাম। অনুপ $65 \times 115 = 65(100 + 10 + 5)$ প্রস্পটের জন্য বন্টন ধর্ম (distributive property) ব্যবহার করার কথা ভেবেছিলাম। তাই সে এটিকে এক-বাই-দুই সারণি ব্যবহার করে উপস্থাপন করেছিল [চিত্র 5]।

	100	10	5
65	$65 \times 100 = 6,500$	$65 \times 10 = 650$	$65 \times 5 = 325$

চিত্র 5 65×115 অঙ্কটির জন্য একটি গুণফলের সারণি

তারপরে আমরা অন্যান্য গুণের অঙ্কগুলি করার চেষ্টা করি। তারা মূলত নিজেরা একাই কাজ করেছে। যদিও মাঝে মাঝে আমি দেখেছিলাম যে, শিক্ষার্থীরা তাদের পাশের জনের খাতা দেখছিল। তারা সেগুলির বেশিরভাগই ভাল ভাবে করতে পারছিল। দশমিকের প্রশ্নে তাদের বেশিরভাগই এটিকে $14 + 0.3$ হিসাবে বন্টন করেছিল। আমি তাদের কাছে জানতে চেয়েছিলাম যে, এটি এখন আরও বেশি সহজ লাগছে কিনা? উত্তরে তাদের মধ্যে কিছু শিক্ষার্থী জানালো যে, সহজ লাগছে না। তাই আমি তাদের আরও বিশ্লেষণ করে তিন বাই তিন সারণি তৈরি করার কথা ভাবতে বললাম।

যখন তারা 98^2 তে পৌঁছল, তখন যারা $90 + 8$ করবে ঠিক করল তাদের কোনও সমস্যা হল না। কিন্তু তাদের একজন এটিকে $100 - 2$ হিসাবে উপস্থাপন করবে ঠিক করল, তাই সে কী ভাবে একটি ক্ষেত্র ঋণাত্মক হতে পারে তা জানতে চেয়েছিল। যার ফলে গণিতে উপস্থাপনা এবং মডেল করা সম্পর্কে এবং বিবিধ লেবেল তৈরি করা কেন সাহায্য করতে পারে সে বিষয়ে স্বতঃস্ফূর্ত আলোচনা শুরু হয়। আলোচনা শুরু হয় গুণফলের সারণি এবং একটি ক্ষেত্রের উপস্থাপনার মধ্যে পার্থক্য এবং সাদৃশ্য নিয়ে। আমরা কল্পনা করেছি যে গুণের সারণি ও ক্ষেত্রের উপস্থাপনা ধনাত্মক সংখ্যাগুলি ব্যবহার করার সময় একই হবে তবে ক্ষেত্র মডেলে ঋণাত্মক সংখ্যা নিয়ে আপনার সমস্যা হবে, কারণ, ঋণাত্মক ক্ষেত্রের আসলে কোন অস্তিত্ব নেই। তবে আমরা জানি যে, গুণফল ঋণাত্মক হতে পারে তাই এ কারণে আমরা এটিকে গুণফলের সারণি বলবো।

আমি $100 - 2$ উপস্থাপনাটির গভীরতায় যাই নি তবে এটি এই ইউনিটের পরের অংশের আলোচনার দিকে সুন্দর ভাবে এগিয়ে নিয়ে গিয়েছিল: একটি গুণফলের সারণিতে ঋণাত্মক সংখ্যাগুলি নিয়ে কী ভাবে কাজ করা যায়।



চিন্তার জন্য সাময়িক বিরতি

পাঠটির শেষে চিন্তা করার জন্য কিছু ভাল প্রশ্ন হল:

- আপনার শ্রেণির জন্য এটি কেমন ছিল?
- শিক্ষার্থীদের কাছ থেকে কোন উত্তরগুলি অপ্রত্যাশিত ছিল? কেন?
- আপনার শিক্ষার্থীরা কতটা বুঝে জানার জন্য আপনি কী প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করেছিলেন?
- আপনার কি কখনও মনে হয়েছিল আপনার হস্তক্ষেপ করা প্রয়োজন?
- কোন বিষয়গুলি আপনাকে আরও জোর দিয়ে শেখাতে হবে বলে মনে হয়েছিল?
- আপনি কি কাজটির কোন রকম পরিবর্তন করেছিলেন? যদি তাই হয় তবে সেটার জন্য আপনার যুক্তি কী ছিল?

3 বীজগাণিতিক অভেদগুলিকে (identity) বিশেষ প্রকার গুণ হিসাবে দেখা

শিক্ষার্থীরা প্রায়শই বীজগাণিতিক অভেদগুলিকে কোনও যাদু বা পরম সত্য বলে মনে করে। তারা খুব কম ক্ষেত্রেই এই অভেদগুলি কোথা থেকে এসেছে বা এগুলো যে বিশেষ প্রকারের গুণ সেই সম্পর্কে ধারণা পোষণ করে।

শিক্ষার্থীদের মধ্যে অভেদগুলি মুখস্থ করার প্রবণতা দেখা যাওয়ার কারণগুলির একটি হল যে, তারা অভেদ দ্বারা বর্ণিত সম্পর্কটির কোন প্রকার অর্থ খুঁজে পেতে ব্যর্থ হয়। আপনি হয়তো লক্ষ্য করেছেন যে, যখন শিক্ষার্থীরা অভেদগুলি মনে করে তখন তারা কিছু সাধারণ ভুল করে থাকে যেমন:

$$(x - y)^2 = x^2 - y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 + 2xy - y^2$$

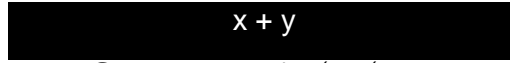
যদিও দুটি বিবৃতি সঠিক কিনা তা পরীক্ষা করা খুবই সহজ (শুধুমাত্র যা করতে হবে সেটা হল চলরাশির কয়েকটি মানের জন্য সেগুলি যাচাই করা)। শিক্ষার্থীরা তবু এই ভুলগুলি করতে থাকে। কখনও কখনও শিক্ষার্থীরা জানে না যে, তারা তাদের বিবৃতিগুলি কীভাবে যাচাই করবে। আরেকটি এবং অত্যন্ত গুরুতর কারণ হল যে, তারা এই বিবৃতিগুলির বাস্তব (বা জ্যামিতিক) অর্থ কখনো বুঝতে পারেনি।

আপনি আপনার শিক্ষার্থীদের এই অভেদগুলি বুঝতে সাহায্য করার জন্য আগের বিভাগে আপনি যে দৃশ্যকল্প কৌশলের সঙ্গে পরিচয় করিয়েছিলেন সেটি ব্যবহার করতে পারেন। অ্যাক্টিভিটি 2 আপনাকে এমন একটি পদ্ধতি প্রদান করে যার সাহায্যে আপনার শিক্ষার্থীরা বিভিন্ন অভেদগুলির অর্থ নিজেরাই আবিষ্কার করতে পারে তার জন্য সাহায্য করতে পারেন। এই কাজটি বীজগাণিতিক অভেদগুলির ধরণগুলি খোঁজা, দেখা এবং সাধারণ সিদ্ধান্ত গঠনের উপরে আলোকপাত করে। শিক্ষার্থীরা শিখন সঙ্গীর সাথে কাজ করে, কারণ ধারণাটি সম্বন্ধে আলোচনা করা তাদের আরও ভালোভাবে বুঝতে সাহায্য করে।

এই অ্যাক্টিভিটিটি শুরু করার আগে আপনার শিক্ষার্থীরা সঠিক ভাবে $x + y$ এবং $x - y$ -এর দৈর্ঘ্য বর্ণনা করতে পারে কিনা সেটা পরীক্ষা করে নেওয়া ভাল। প্রথমটি ধারণা করা তুলনামূলক ভাবে সহজ এবং পরেরটির জন্য একটু বেশি পরিশ্রমের প্রয়োজন হতে পারে।

‘ $x + y$ ’ এর দৈর্ঘ্য বর্ণনা করা

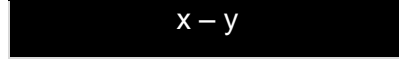
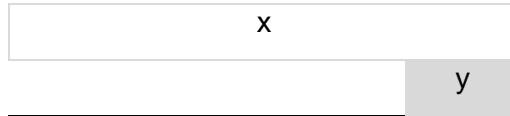
যদি সাদা অংশটি x হয় এবং ধূসর অংশটি y হয় তবে কালো অংশটি হল $x + y$ । এটিকে ‘সাদা অংশটির দৈর্ঘ্য (x দ্বারা উপস্থাপিত), ধূসর অংশের (y দ্বারা উপস্থাপিত) দৈর্ঘ্যের সাথে যোগ করা কালো অংশটির সমান ($x + y$ দ্বারা উপস্থাপিত)’ হিসাবেও (চিত্র 6 দেখুন) বর্ণনা করা যেতে পারে।



চিত্র 6 $x + y$ -এর দৈর্ঘ্য বর্ণনা করা

‘ $x - y$ ’ এর দৈর্ঘ্য বর্ণনা করা

যদি সাদা অংশটি x হয় এবং ধূসর অংশটি y হয় তবে কালো অংশটি হল $x - y$ । এটি ‘সাদা অংশটির দৈর্ঘ্য (x দ্বারা উপস্থাপিত) থেকে ধূসর অংশের (y দ্বারা উপস্থাপিত) দৈর্ঘ্য বাদ দিয়ে যে কালো অংশটি অবশিষ্ট থাকে ($x - y$ উপস্থাপনা)’ (চিত্র 7 দেখুন) সেটির দ্বারাও বর্ণনা করা যেতে পারে।



চিত্র 7 $x - y$ -এর দৈর্ঘ্য বর্ণনা করা

অ্যাক্টিভিটি 2: বিশেষ ধরনের বীজগাণিতিক গুণ হিসাবে বীজগাণিতিক অভেদগুলি

আপনার শিক্ষার্থীদের নিম্নলিখিতটি বলুন:

- তোমার পাশের সহপাঠীর কাছে নিম্নলিখিত গাণিতিক রাশিগুলি গুণফলের সারণি হিসাবে বর্ণনা কর (এঁকে বা অঙ্ক কষে নয়)। এটি দেখতে কেমন হবে?
 - $(x + y)^2$
 - $(x + a)(x + b)$
 - $(x - y)^2$
 - $(x - y)(x + y)$
- এবার পর্যায় 1-এ আপনি যেভাবে বর্ণনা করেছেন সেইভাবে প্রতিটি রাশিকে গুণফলের সারণি হিসাবে আঁক।
- তুমি পর্যায় 2-এ যে ক্ষেত্রগুলি এঁকেছেন সেগুলিকে অন্য ভাবে উপস্থাপনা করার জন্য গাণিতিক রাশি লেখার চেষ্টা কর।
- নিম্নলিখিত চারটি রাশির প্রতিটির জন্য পর্যায় 1, 2 ও 3-এ তোমার উত্তরগুলি পর্যবেক্ষণ এবং তুলনা কর:
 - পর্যায় 3-এ রাশি (a), (b), (c) ও (d)-এর জন্য তুমি কতগুলি পদ পাও?
 - এই পদগুলি কী ভাবে গঠিত হয়?
 - এই রাশিগুলির মধ্যে কি মিল আছে? কি পার্থক্য আছে? তুমি যদি পদগুলির সংশ্লিষ্ট ক্ষেত্রের বাহুগুলি রঙ কর তবে তা সাহায্য করতে পারে।
 - অন্য শ্রেণির অন্য শিক্ষার্থীরা যাতে এটি এই ভাবে পড়তে পারে সেই উদ্দেশ্যে বীজগাণিতিক অভেদগুলি নিয়ে কাজ করার একটি নিয়ম বা পদ্ধতি বর্ণনা করো।

কেস স্টাডি 2: শ্রীমতী রিম্পা অ্যাক্টিভিটি 2-এর ব্যবহার সম্পর্কে চিন্তা ভাবনা করেছেন

আমার মনে হয়েছিল যে, এমন কিছু শিক্ষার্থী থাকতে পারে যাদের জন্য সংখ্যা থেকে বীজগণিতে যাওয়া বিভ্রান্তিকর মনে হতে পারে। তাই আমার প্রথম প্রশ্ন $(x + y)^2$ পুরো শ্রেণির অ্যাক্টিভিটি হিসাবে সম্পূর্ণ করেছিলাম। এই কারণে এবং যেহেতু শিক্ষার্থীরা ইতিমধ্যেই অ্যাক্টিভিটি 1-এ গুণফলের সারণিগুলি তৈরি করেছিল তাই শিক্ষার্থীরা অতি সহজেই পর্যায় 1 ও 2 করতে পেরেছিল।

পর্যায় 3টি সমতুল্যতার তাৎপর্য সম্পর্কে আলোচনার সূত্রপাত করে। সংগৃহীত পদগুলি সহ একটি রাশি এমন একটি রাশির সমতুল্য হতে পারে যেখানে পদগুলি এখনও সংগ্রহ করা হয়নি - কিছুটা এলোমেলো লাগে। আমি তাদের জিজ্ঞাসা করেছিলাম যে, তারা এটি আরও অগোছালো করার জন্য কিছু উপায় ভেবে বের করতে পারে কিনা? তাদের কাছে দুর্দান্ত কয়েকটি ধারণা ছিল। আমরা সবাই এটা নিয়ে হেসেছিলাম, যেটা সত্যি ভালো লেগেছিল, বিশেষত যে শিক্ষার্থীরা সাধারণত অত্যন্ত চুপচাপ থাকে এবং হয়ত যাদের গণিত সম্পর্কে কিছুটা উদ্বেগ ছিল তারাও হেসে ফেলেছিল এবং তাদের আরও স্বচ্ছন্দ দেখাচ্ছিল।

পর্যায় 4-এর শেষ অংশটি কঠিন প্রমাণিত হয়েছিল। এটির বর্ণনা করা জটিল ছিল না, কিন্তু সেটা সংক্ষেপে করা জটিল ছিল। আমরা শেষ পর্যন্ত যে বিবরণগুলি পেয়েছিলাম সেগুলি নিখুঁত ছিল না তবে শিক্ষার্থীরা এবং আমি সেগুলি সম্পর্কে সন্তুষ্ট ছিলাম। আমরা সবাই বুঝতে পেরেছিলাম যে, সেটা উন্নত করার জন্য আমাদের শুধুমাত্র নিজস্ব বিবরণ এবং পদ্ধতিগুলি লেখার ক্ষেত্রে আরও অনুশীলনের প্রয়োজন ছিল।

আমরা প্রশ্নটিকে আরও প্রসারিত করার জন্য $(a + b + c)^2$ অন্তর্ভুক্ত করলাম এবং তারপরে পদগুলির জন্য বিভিন্ন চিহ্ন নির্দিষ্ট করার চেষ্টা করলাম। তারা সহজেই সমাধান করতে পারছিল।

আমরা $(a + b)^3$ বা $(a - b)^3$ করারও সিদ্ধান্ত নিলাম, আমরা এটি দুটি অংশে করতে পারি $(a + b)(a + b)^2 = (a + b)(a^2 + 2ab + b^2)$, এবং তারপরে এটিকে একটি গুণফলের সারণিতে রাখতে পারি।

শিক্ষার্থীরা এ ভাবে কাজ করতে সত্যিই আনন্দিত এবং আত্মবিশ্বাসী অনুভব করেছিল। একজন শিক্ষার্থী বলল যে, সে এখন অত্যন্ত আশ্বস্ত বোধ করছে কারণ সে যদি এখন ভুলেও যায় তাহলেও বীজগাণিতিক অভেদগুলি বার করার একটি উপায় সে ভেবে দেখতে পারে।



চিন্তার জন্য সাময়িক বিরতি

পাঠটির শেষে চিন্তা করার জন্য কিছু ভাল প্রশ্ন হল:

- আপনার শ্রেণির জন্য এটি কেমন ছিল?
- সমস্ত শিক্ষার্থী কি অংশ নিয়েছিল? নাকি আপনি এমন শিক্ষার্থী দেখতে পেয়েছিলেন যে কাজটি করছিল না? আপনি কী ভাবে তাকে পরের পাঠটিতে অংশগ্রহণ করাবেন?
- শিক্ষার্থীদের কাছ থেকে কোন উত্তরগুলি অপ্রত্যাশিত ছিল? কেন?
- আপনার শিক্ষার্থীরা কতটা বুঝে জানার জন্য আপনি কী প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করেছিলেন?
- আপনি কি কাজটির কোন রকম পরিবর্তন করেছিলেন? যদি তাই হয় তবে সেটার জন্য আপনার যুক্তি কী ছিল?

4 ধরণগুলি চিহ্নিত করা এবং বীজগাণিতিক অভেদগুলির সমন্বয় সাধন করা

অ্যাক্টিভিটি 2-এ আপনি শিক্ষার্থীদের সাথে গুণ এবং বীজগাণিতিক অভেদগুলির একটি চিত্র তৈরি করার উপর কাজ করেছেন। আপনার শিক্ষার্থীরা এখন গুণের এবং বীজগাণিতিক অভেদগুলির গুণফল বের করার জন্য সূত্র ও অ্যালগরিদম মুখস্থ করা ছাড়া অন্যান্য উপায়গুলি সম্পর্কে জানে।

গণিতে বীজগাণিতিক অভেদগুলি বুঝতে পারা কেবলমাত্র তাদের গুণফল বের করতেই সক্ষম করে না। উপরন্তু যখন এগুলি কোনও সহজে চেনার মতো আকারে থাকে না তখনও সেগুলিকে চিহ্নিত করতে সক্ষম করে। আরেকটি অত্যন্ত কার্যকর দক্ষতা হল রাশিগুলিতে ‘সামান্য অদলবদল করা’ যাতে সেগুলি বীজগাণিতিক অভেদগুলির একটি ভিন্ন রূপ হিসাবে লিখতে পারা যায়।

অ্যাক্টিভিটি 3 এটির উপরে আলোকপাত করে। এটির জন্য শিক্ষার্থীদের বীজগাণিতিক অভেদগুলির প্রসঙ্গে ধরণগুলি চিহ্নিত করা এবং রাশিগুলি নিয়ে নিপুণ ভাবে কাজ করার জন্য সক্রিয় ভাবে পদ্ধতির বিকাশ করা প্রয়োজন।

অ্যাক্টিভিটি 3: ধরণগুলি চিহ্নিত করা

এটি বীজগাণিতিক অভেদগুলির প্রসঙ্গে ধরণগুলি চিহ্নিত করা এবং গাণিতিক রাশিগুলি নিপুণ ভাবে ব্যবহার করা সম্পর্কে একটি অ্যাক্টিভিটি।

আপনার শিক্ষার্থীদের নীচের গণনাগুলির প্রতিটি ‘বীজগাণিতিক অভেদ’ এর- উদাহরণ কিনা স্থির করতে বলুন। এগুলি তারা পাঠ্যপুস্তকে খুঁজে পাবে:

- $5.6^2 - 0.3^2 = 31.27$
- $(x - 3)(x + 5) = x^2 + 2x - 15$
- $118 \times 123 = 14\ 514$
- $25/4x^2 - y^2/9 = (5/2x + y/3)(5/2x - y/3)$

কেস স্টাডি 3: শ্রীমতী ভারতী অ্যাক্টিভিটি 3-এর ব্যবহার সম্পর্কে চিন্তা ভাবনা করছেন

আমি শিক্ষার্থীদের বীজগাণিতিক অ্যাক্টিভিটিগুলি দেখতে বলি। বীজগণিতের অভেদগুলো যাতে তাদের মনে পড়ে। তারপরে শিক্ষার্থীরা আনন্দ সহকারে অভেদগুলির সঙ্গে প্রদত্ত প্রশ্নগুলি তুলনা করা শুরু করে। প্রথমটির জন্য তারা সঠিক অভেদটি চিহ্নিত করেছিল তবে সুমন এবং অন্য কয়েকজন এটিকে $5.6^2 - 0.3^2 = (5.6^2 - 0.3^2)(5.6^2 + 0.3^2)$ লিখেছিল। আমি ভেবেছিলাম তার ভুলটা অন্যান্য শিক্ষার্থীদের সাথে ভাগ করে নেওয়া ভাল হবে যাতে তারা সকলে সেই ভুল থেকে শিখতে পারে। তাই আমি তাকে স্ল্যাকবোর্ডে এসে এটি লিখতে বলেছিলাম। তখনি রবি জিজ্ঞাসা করল ‘এটা কীভাবে হতে পারে যে ডান দিকে বা রাইট-হ্যান্ড সাইড [RHS]-এ একই সংখ্যামালা আছে, কিন্তু এরপর এটাকে অন্য একটি রাশি দিয়ে গুণ করা হয়েছে?’ সুমন তৎক্ষণাৎ দেখতে পেল সে কী করেছে এবং RHS-এ থাকা সূচক সংখ্যাগুলি মুছে সঠিক উত্তরটি রেখে দিল।

দ্বিতীয়টি সহজেই করা গিয়েছিল তবে তৃতীয়টির ক্ষেত্রে কেউ এটিকে $100 + 18$ ও $100 + 23$ হিসাবে বন্টন করেছিল। এর ফলে এটি যথেষ্ট সরল ছিল কিনা বা এটিকে আরও সরল করার অন্য কোনও উপায় ছিল কিনা সে আলোচনা শুরু হল। আমার ভাল

লেগেছিল যে শিক্ষার্থীরা প্রকৃতপক্ষে একটি উত্তর জানার বিভিন্ন উপায়গুলি নিয়ে চিন্তা করছিল।

শিক্ষার্থীদের কয়েকজন শেষটি $(5/4x - y/9)(5/4x + y/9)$ হিসাবে লিখতে চেয়েছিল। এই পরামর্শটির ক্ষেত্রে কোনটি ঠিক এবং কোনটি ভুল সে সম্পর্কে অনেক আলোচনা হয়েছিল। তারপরে আমি তাদের পাঠ্যপুস্তক বের করতে বললাম ‘অনুশীলন করার’ জন্য নয়, তাদের যে অভেদগুলি ব্যবহার করতে হবে সেগুলি তারা সহজেই শনাক্ত করতে পারে কিনা সেটা দেখার জন্য।



ভিডিও: প্রগতি এবং কর্মসম্পাদন মূল্যায়ন করা

আপনি ‘প্রগতি এবং কর্মসম্পাদন মূল্যায়ন করা’ র মূল সম্পদটিও দেখতে চাইতে পারেন।



চিন্তার জন্য সাময়িক বিরতি

পাঠটির শেষে চিন্তা করার জন্য কিছু ভাল প্রশ্ন হল:

- শিক্ষার্থীদের কাছ থেকে কোন উত্তরগুলি অপ্রত্যাশিত ছিল? কেন?
- আপনার শিক্ষার্থীরা কতটা বুঝেছে মূল্যায়ন করার জন্য আপনি কী প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করেছিলেন?
- আপনি কি কাজটির কোন রকম পরিবর্তন করেছিলেন? যদি তাই হয় তবে সেটার জন্য আপনার যুক্তি কী ছিল?

5 সারসংক্ষেপ

এই ইউনিটটিতে জটিল রাশিগুলি নিয়ে কাজ করা সুবিধাজনক করে তোলার জন্য দৃশ্যকল্পের ব্যবহার সম্পর্কে আলোচনা করা হয়েছে। একবার আপনার শিক্ষার্থীরা ক্ষেত্রফল গণনা এবং বন্ধনীগুলি প্রসারণের মধ্যে সংযোগ স্থাপনের ধারণা বুঝতে পারলে, তারা সঙ্গে সঙ্গে তাদের স্মৃতিশক্তির উপর আস্থা রাখার পরিবর্তে অভেদগুলি বের করার একটি পদ্ধতি পেয়ে যায়। এই ধারণাগুলি শিক্ষার্থীদের তারা যা করছে তাকে অর্থপূর্ণ করে এবং তাই তারা ধারণাগুলি নিজেদের বলে মনে করতে পারে।

এটি শিক্ষার্থীদের তাদের ধারণাগুলি নিয়ে খেলা করারও পরামর্শ দেয়। তারা প্রশ্ন করে যে, ‘এ ভাবে করার পরিবর্তে যদি আমি এটি ওভাবে করতাম বা কম অগোছালোর বদলে বেশি অগোছালো করতাম তবে কী হত?’ এটি কষ্টকর মুখস্থ করার উদ্বিগ্ন খানিকটা লাঘব করতে পারে এবং শিক্ষার্থীরা আরও সহজে যেটা শিখেছে সেটা মনে রাখতে পারে। এটি গুরুত্বপূর্ণ, কারণ শিক্ষার্থীরা স্মৃতিশক্তি ব্যবহার করে অভেদগুলি বলতে পারলে, তারা আরও সাবলীল ভাবে গাণিতিক সমস্যাগুলির সমাধান করতে পারে। তবে বেশিরভাগ ক্ষেত্রে তারা মুখস্থ করা সম্পর্কে এত উদ্বিগ্ন থাকে যে তারা সাবলীলতার বিকাশ ঘটাতে পারে না।



চিন্তার জন্য সাময়িক বিরতি

এই ইউনিটে আপনার ব্যবহার করা এমন তিনটি ধারণা চিহ্নিত করুন যা অন্যান্য বিষয় শিক্ষাদানের সময় ব্যবহার করা যায়। এমন দুটি বিষয় নোট করুন যা আপনাকে শীঘ্রই শেখাতে হবে যেখানে এই দুটি ধারণা সামান্য পরিবর্তন করে ব্যবহার করা যেতে পারে।

সম্পদসমূহ

সম্পদ 1: NCF/NCFTE শিক্ষাদানের আবশ্যিকতাগুলি

এই ইউনিটটি NCF (2005) এবং NCFTE (2009)র নিম্নলিখিত শিক্ষাদানের আবশ্যিকতাগুলির সাথে যোগসূত্র স্থাপন করে এবং এই আবশ্যিকতাগুলি পূরণ করতে আপনাকে সহায়তা করে:

- শিক্ষার্থীদের গণিতকে সূত্র এবং যান্ত্রিক পদ্ধতিগুলির চেয়ে বেশি কিছু হিসাবে দেখতে দিন।
- শিক্ষার্থীদের কেবলমাত্র জ্ঞান গ্রহণকারীর পরিবর্তে সক্রিয় অংশগ্রহণকারী হিসাবে দেখুন; তাদের জ্ঞান গঠন করার ক্ষমতাকে উৎসাহদান করুন; মুখস্থের পদ্ধতিগুলি থেকে শেখাকে সরিয়ে নিয়ে যান।
- পাঠ্যসূচী, পাঠ্যক্রম এবং পাঠ্যপুস্তককে 'প্রদত্ত' ধরে নিয়ে কোনও প্রশ্ন না করে গ্রহণ করার পরিবর্তে সেগুলিতে অংশগ্রহণ করুন এবং সেগুলি বিশ্লেষণাত্মক দৃষ্টিভঙ্গির সঙ্গে পরীক্ষা করুন।
- শিক্ষার্থীদের সম্পর্কগুলির ধারণা পেতে, কাঠামোগুলি দেখতে, সমস্যাগুলির যুক্তি নির্ধারণ করতে, বিবৃতির সত্য বা মিথ্যা সম্পর্কে যুক্তি প্রদান করার জন্য তাদের বিমূর্ততা ব্যবহার করতে দিন।

অতিরিক্ত সম্পদসমূহ

- A newly developed maths portal by the Karnataka government: <http://karnatakaeducation.org.in/KOER/en/index.php/Portal:Mathematics>
- Class X maths study material: http://www.zietmysore.org/stud_mats/X/maths.pdf
- National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics: <https://www.ncetm.org.uk/>
- National STEM Centre: <http://www.nationalstemcentre.org.uk/>
- OpenLearn: <http://www.open.edu/openlearn/>
- BBC Bitesize: <http://www.bbc.co.uk/bitesize/>
- Khan Academy's math section: <https://www.khanacademy.org/math>
- NRICH: <http://nrich.maths.org/frontpage>
- Mathcelebration: <http://www.mathcelebration.com/>
- Art of Problem Solving's resources page: <http://www.artofproblemsolving.com/Resources/index.php>
- Teachnology: <http://www.teach-nology.com/worksheets/math/>
- Maths is Fun: <http://www.mathsisfun.com/>
- National Council of Educational Research and Training's textbooks for teaching mathematics and for teacher training of mathematics: <http://www.ncert.nic.in/ncerts/textbook/textbook.htm>
- AMT-01 *Aspects of Teaching Primary School Mathematics*, Block 3 ('Numbers (II)'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-amt-01-study-materialbooks.html>
- LMT-01 *Learning Mathematics*, Block 1 ('Approaches to Learning') Block 2 ('Encouraging Learning in the Classroom'), Block 6 ('Thinking Mathematically'): <http://www.ignou4ublog.com/2013/06/ignou-lmt-01-study-materialbooks.html>
- *Learning Curve* and *At Right Angles*, periodicals about mathematics and its teaching: http://azimpremjifoundation.org/Foundation_Publications
- Central Board of Secondary Education's books and support material (also including the *Teachers Manual for Formative Assessment – Mathematics (Class IX)*) – select 'CBSE publications', then 'Books and support material': <http://cbse.nic.in/welcome.htm>
- Mathematics Textbooks of class 9 and 10 by West Bengal Board of Secondary Education

তথ্যসূত্র/গ্রন্থতালিকা

- De Morgan, A. (1865) 'A speech of Professor De Morgan, President, at the first meeting of the London Mathematical Society', *Proceedings of the London Mathematical Society, Vol. 1* (1866), pp. 1–9.
- Dörfler, W. (1991) 'Meaning: image schemata and protocols – plenary lecture', in Furinghetti, F. (ed.) *Proceedings of PME XV, Vol. I*, pp. 95–126.
- Marton, F. and Booth, S. (1997) *Learning and Awareness*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- National Council of Educational Research and Training (2005) *National Curriculum Framework (NCF)*. New Delhi: NCERT.
- National Council of Educational Research and Training (2009) *National Curriculum Framework for Teacher Education (NCFTE)*. New Delhi: NCERT.
- National Council of Educational Research and Training (2012a) *Mathematics Textbook for Class IX*. New Delhi: NCERT.
- National Council of Educational Research and Training (2012b) *Mathematics Textbook for Class X*. New Delhi: NCERT.
- Skemp, R. (1976) 'Relational understanding and instrumental understanding', *Mathematics Teaching*, vol. 77, pp. 20–26.
- Van Hiele, P. (1986) *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Orlando, FL: Academic Press.
- Watson, A., Jones, K. and Pratt, D. (2013) *Key Ideas in Teaching Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

কৃতজ্ঞতা স্বীকার

অন্যথায় শনাক্ত না হলে এই বিষয়বস্তুটি ক্রিয়েটিভ কমন্স অ্যাট্রিবিউশন-শেয়ারঅ্যালাইক লাইসেন্সের

(<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>), অধীনে উপলব্ধ। TESS-India, OU ও UKAID লোগোগুলোর

ব্যবহার এই লাইসেন্সের অন্তর্ভুক্ত নয়, এগুলো শুধুমাত্র TESS-India প্রজেক্টের ভিতরে অপরিবর্তিতভাবে ব্যবহার করা যায়।

কপিরাইট স্বত্বাধিকারীদের সাথে যোগাযোগ করার উদ্দেশ্যে সর্বতভাবে প্রচেষ্টা করা হয়েছে। যদি কোনোটি অনিচ্ছাকৃতভাবে নজর এড়িয়ে গিয়ে থাকে, তাহলে প্রকাশকরা প্রথম সুযোগেই সানন্দে প্রয়োজনীয় বন্দোবস্ত করবেন।

ভিডিও (ভিডিও স্টিল সহ): ভারত ব্যাপী শিক্ষকদের শিক্ষাদানকারী, প্রধান শিক্ষক, শিক্ষক ও ছাত্রছাত্রীদের ধন্যবাদ জানানো হচ্ছে, যারা প্রস্তুতির সময়ে ওপেন ইউনিভার্সিটির সঙ্গে কাজ করেছিলেন।